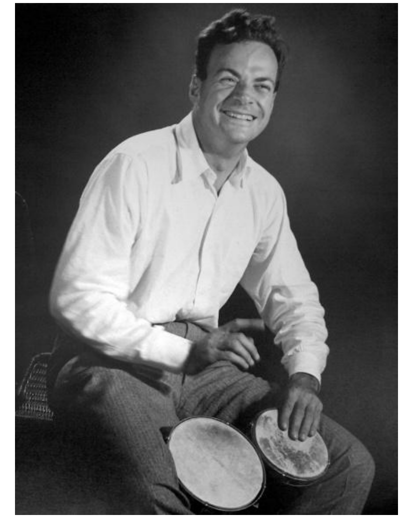
Módulo 3 – Trabalho e Energia

Objetivo: Verificar a conservação da energia mecânica

Até os dias de hoje, nenhum experimento conseguiu verificar nenhuma violação, por menor que seja, da lei de conservação da energia. Segundo os experimentos, a energia nunca se perde ou se cria, mas pode ser transformada de uma forma para outra

Em nosso experimento vamos verificar a conservação da energia em um sistema formado por um carrinho e um bloco que cai sob ação da gravidade

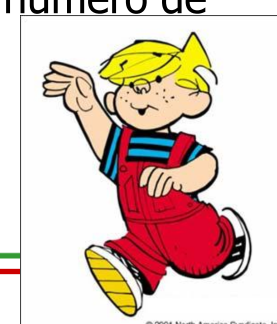
Lei de Conservação da Energia
por Richard Feynman

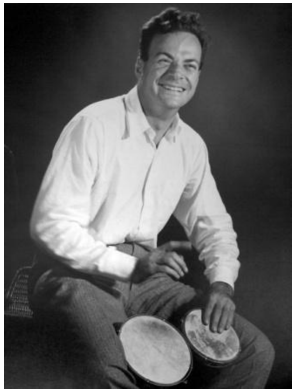


"Esta lei diz que existe 'algo', uma quantidade que chamamos energia, que se modifica em forma, mas que a cada momento que a medimos ela sempre apresenta o mesmo resultado numérico. É incrível que algo assim aconteça. Na verdade é muito abstrato, matemático até, e por ser assim tentemos ilustrá-lo com uma analogia.

Imagine um garoto, pode ser Dennis, 'o Pimentinha',que possui uns bloquinhos absolutamente indestrutíveis e indivisíveis. Cada um é igual ao outro e que ele tem 28 bloquinhos. Por ter pintado o sete sua mãe o coloca de castigo em seu quarto com os bloquinhos e ao final do dia vai conferir como está o menino e os bloquinhos. Quão grande é a surpresa da mãe ao constatar que faça o que Dennis faça os bloquinhos sempre dão 28. Sua mãe descobriu uma Lei Fundamental.

Com o passar dos dias, ela continua a contar os bloquinhos até que um dia só encontra 27 blocos. Mas uma pequena investigação indica que existe um debaixo do tapete. Ela precisará olhar com mais cuidado e atenção para verificar se o número de bloquinhos realmente não muda".





Um dia, entretanto, ela só encontra 26 bloquinhos no quarto. Uma averiguação mostra que a janela está aberta e que os 2 bloquinhos restantes estão lá fora. Até que um dia aparecem 30 blocos! A surpresa é considerável até que descobre-se que Bruce veio visitá-lo e trouxe consigo seus bloquinhos. Após separá-los, fechar a janela e não deixar Bruce entrar, ela conta e encontra apenas 25 blocos. Depois de procurar em todos os lugares e não achar nada, restava verificar o conteúdo da caixa de brinquedos do menino. Mas ele diz - 'não mexa na minha caixinha de brinquedos', e chora. A mãe está proibida de mexer na caixinha.

Ela não pode fazer muito. Com o passar dos dias ela volta a contar e encontra os 28 facilmente. Aproveita então e pesa a caixinha, que dá 450g. Outro dia acontece de procurar em todo lugar e resta apenas a desconfiada caixinha de brinquedos. Faltam 4 bloquinhos e a mamãe sabe que cada um pesa 80g; pesando a caixa obtém 770g (que é 450g + 4X80g). Ardilosamente ela monta uma equação:

(número de bloquinhos vistos)+(peso da caixa-450g)/(80g)=constante

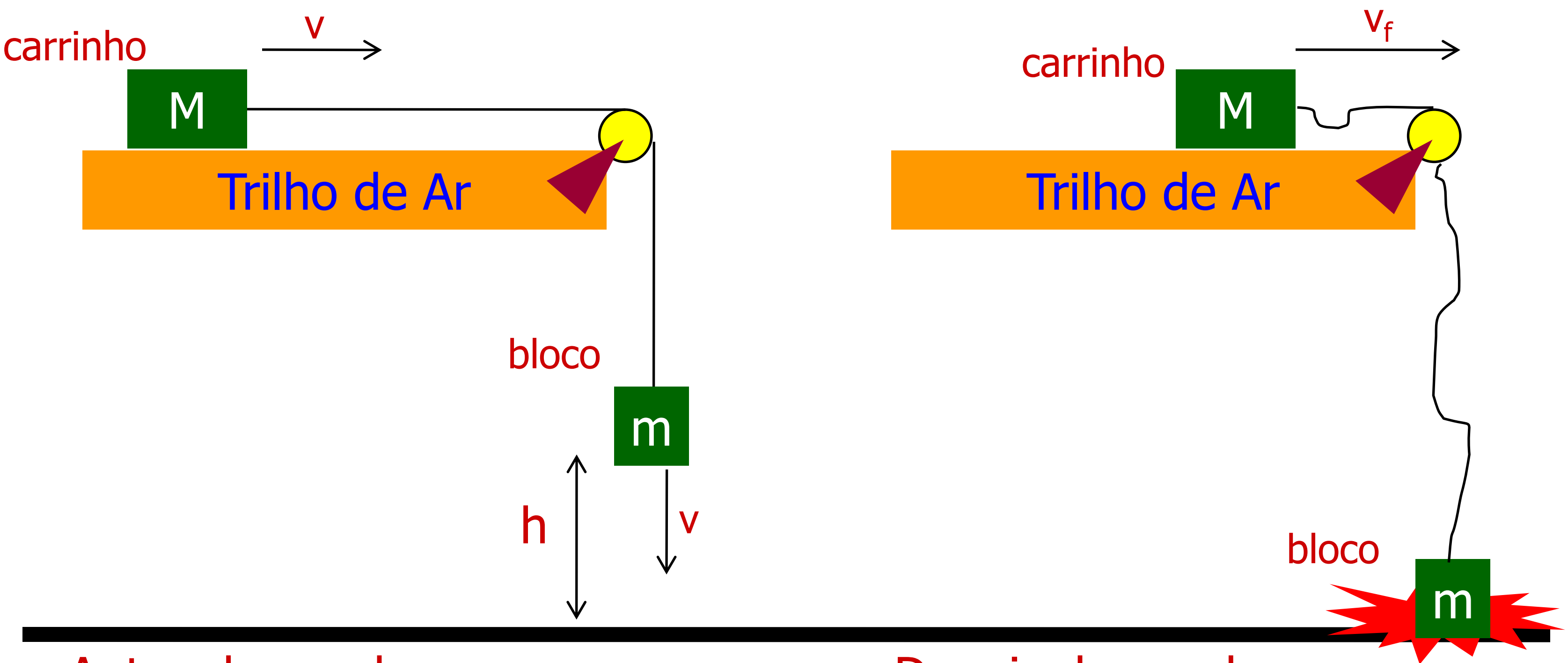
E esta fórmula funciona mas nem sempre é válida. Pode haver variações como por exemplo uma observação da água suja da banheira está mudando de nível. O menino está jogando os bloquinhos na água e a mamãe não pode vê-los por estar suja, mas ela pode achá-los adicionando outro termo à sua fórmula. Desde que a altura original era de 15 cm e que cada bloquinho eleva a água de 1/2 cm, a nova fórmula poderia ser do tipo:

(número de bloquinhos vistos)+(peso da caixa-450g)/(80g)+
(altura do nível de água-15cm)/(1/2cm)=constante

Repare o leitor que a fórmula acima poderia possuir mais e mais termos à medida que o menino faz mais e mais travessuras ao esconder os bloquinhos. Cabe à mamãe observar tudo o que ocorre no quarto e verificar a validade da Lei Fundamental que descobriu.

Mas o interessante mesmo é que se repararmos o segundo e o terceiro termos da fórmula nos veremos calculando quantidades QUE NÃO SÃO BLOQUINHOS e sim comprimentos e pesos. Isto faz parte da idéia abstrata da coisa (a energia). A analogia então nos mostra que enquanto calculamos a energia, algumas coisas somem e outras aparecem - devemos pois ter cuidado com o que somamos ou subtraímos da fórmula. Outro ponto é que a energia se apresenta de diferentes formas, que podem ser mecânica, calorífica, química, nuclear, mássica,.... Apresentando-se sempre de formas variadas, com várias roupagens, mas sempre - e até hoje não encontramos exceção - sempre ela dá como resultado '28' .

Modelo Teórico



Antes da queda

$$E = K + U$$

$$= \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

$$= \text{constante}$$

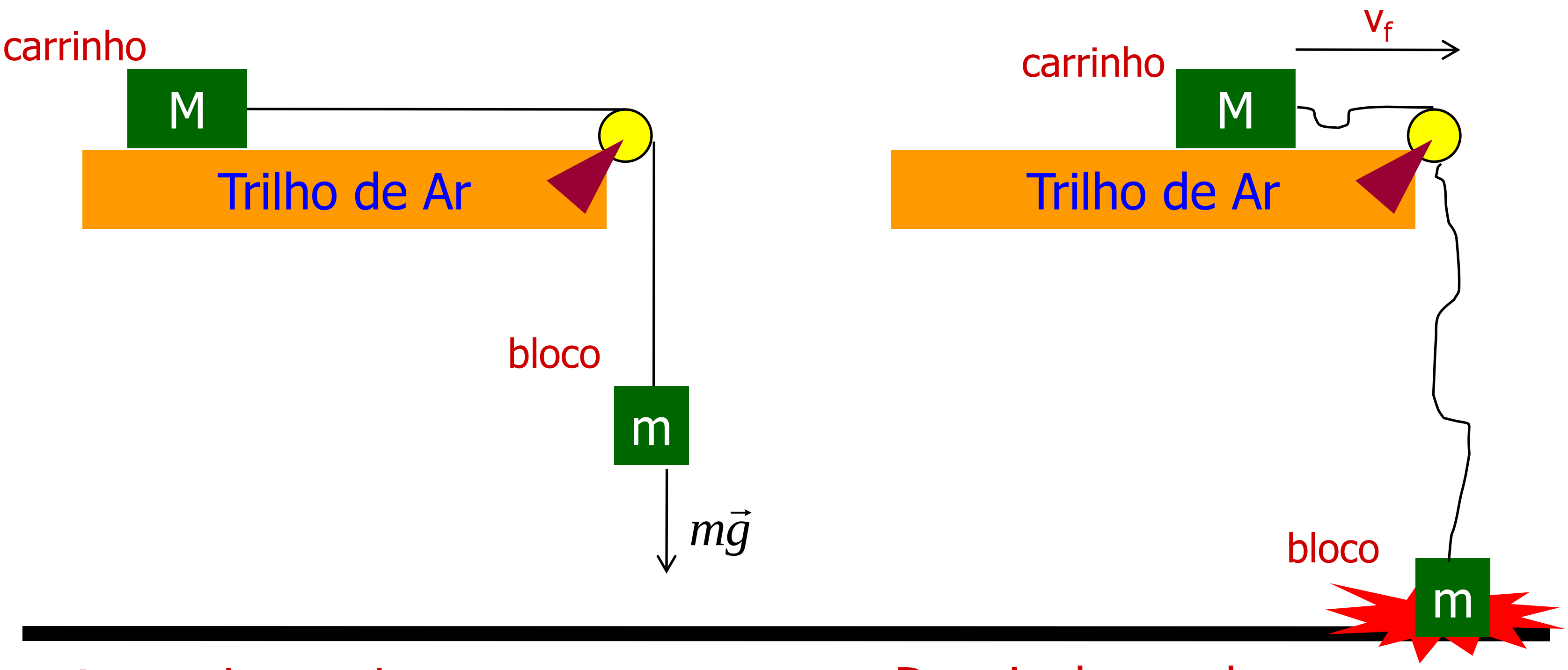
Depois da queda

$$E' = K + U$$

$$= \frac{1}{2}Mv_f^2 + 0$$

$$= \text{constante}$$

Podemos também calcular a aceleração do sistema, usando a 2a. Lei de Newton:



Antes da queda

$$mg = (m + M)a$$

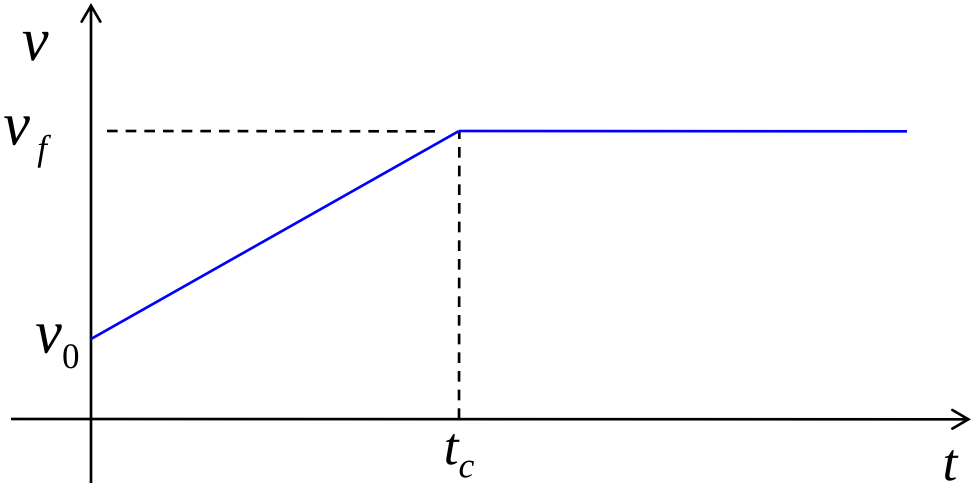
$$\Rightarrow a = \frac{m}{m+M} g$$

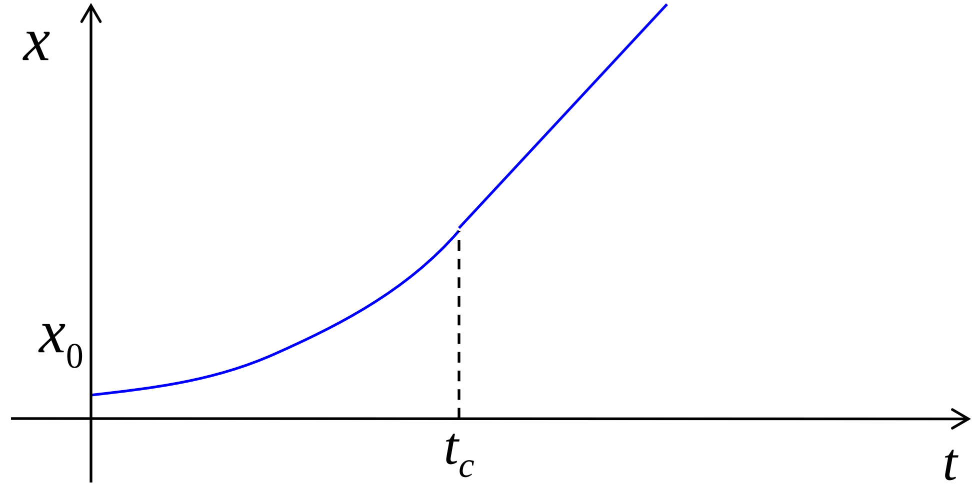
Depois da queda

$$a = 0$$

O que esperar dos gráficos x(t) e v(t)?

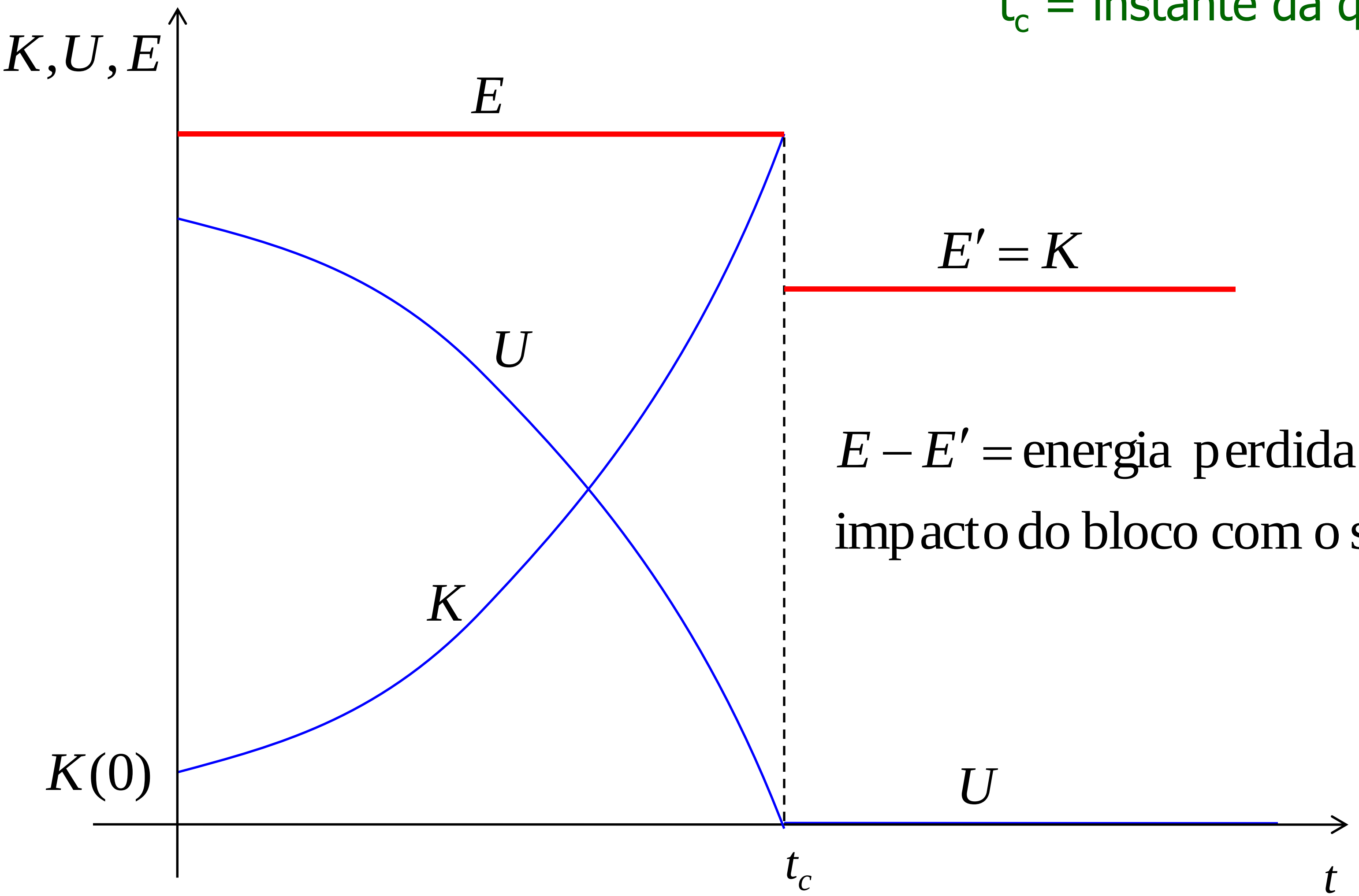
t_c = instante da queda





O que esperar dos gráficos K(t), U(t) e E(t)?

t_c = instante da queda



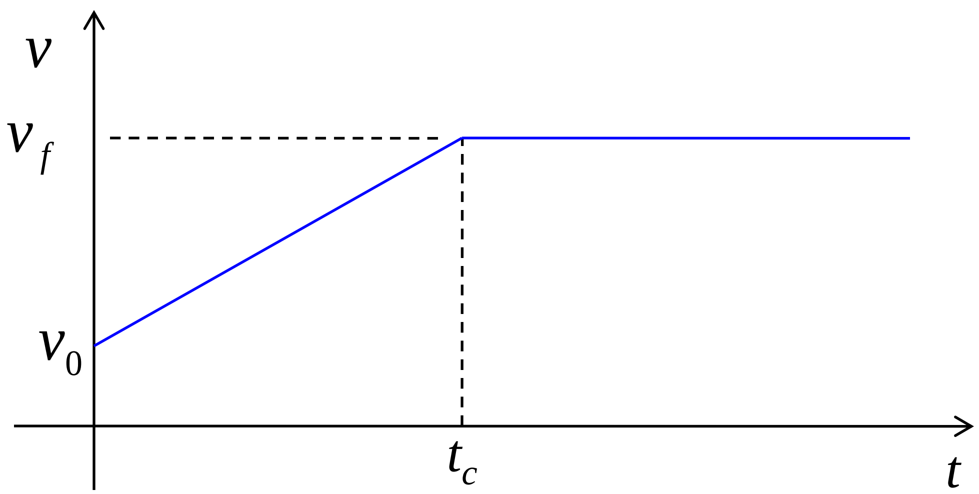
$E - E' =$ energia perdida no impacto do bloco com o solo

Procedimento experimental: seguir a apostila

Ao término da tomada de dados, montar a seguinte tabela:

t(s)	x (cm)	δx (cm)	v (cm/s)	δv (cm/s)	K ($g.cm^2/s^2$)	δK ($g.cm^2/s^2$)	U ($g.cm^2/s^2$)	δU ($g.cm^2/s^2$)	E ($g.cm^2/s^2$)	δE ($g.cm^2/s^2$)
0,00	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0,05	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0,10.	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Fazer o gráfico v(t) e identificar o instante da queda



(fim da primeira aula)

Como obter as incertezas em K, U e E?

Mais uma vez, utilizamos as fórmulas de propagação de incertezas. Precisamos agora da seguinte fórmula:

$$f = x^2 \Rightarrow \delta f = 2|x|\delta x$$

$$f = xy \Rightarrow \delta f = |f|\sqrt{\left(\frac{\delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\delta y}{y}\right)^2}$$

Utilizamos estes resultados para calcular a incerteza da energia cinética K. Antes da queda:

$$\begin{cases} K = \dfrac{1}{2}(m+M)v^2 \\ \delta\left(v^2\right) = 2|v|\delta v \\ \delta(m+M) = \sqrt{\delta m^2 + \delta M^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \delta K = \dfrac{1}{2}\delta\left[(m+M)v^2\right] \\ \delta K = \dfrac{1}{2}(m+M)v^2\sqrt{\left(\dfrac{\delta(m+M)}{m+M}\right)^2 + \left(\dfrac{\delta\left(v^2\right)}{v^2}\right)^2} \end{cases}$$

$$\boxed{\delta K = K\sqrt{\frac{\delta m^2 + \delta M^2}{(m+M)^2} + \frac{4\delta v^2}{v^2}}}$$

Depois da queda: $K = \frac{1}{2} M v^2 \Rightarrow \delta K = K \sqrt{\left(\frac{\delta M}{M}\right)^2 + \frac{4\delta v^2}{v^2}}$

(ao fazermos os cálculos, reparamos que muitas vezes a incerteza na medida da massa é muito menor que a incerteza da velocidade, de modo que podemos desprezar a primeira)

Calculamos agora a incerteza na energia potencial. Vamos considerar que a aceleração da gravidade no laboratório tem uma incerteza desprezível e vale g =979 cm/s^2. Assim:

$$\begin{cases} U = mgh \\ h = x_c - x \\ \delta h = \sqrt{\delta x_c^2 + \delta x^2} \approx 0{,}14\text{cm} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \delta U = g\,\delta[mh] \\ \boxed{\delta U = mgh \sqrt{\left(\frac{\delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\delta h}{h}\right)^2}} \end{cases}$$

Finalmente, a incerteza na energia mecânica total:

$$E = K + U \Rightarrow \boxed{\delta E = \sqrt{\delta K^2 + \delta U^2}}$$

Vamos agora fazer os gráficos K(t), U(t) e E(t) (as 3 curvas no mesmo gráfico).

A energia se conservou???

Qual o valor da energia perdida no impacto do bloco com o solo?

Escreva seu relatório!