Módulo 6 – Rolamento e corpos rígidos

Objetivo: Estudar o movimento de rotação de um corpo rígido em torno de um eixo móvel

Movimento mais geral de um corpo rígido é a combinação da translação do centro de massa com a rotação em torno de um eixo que passa pelo centro de massa

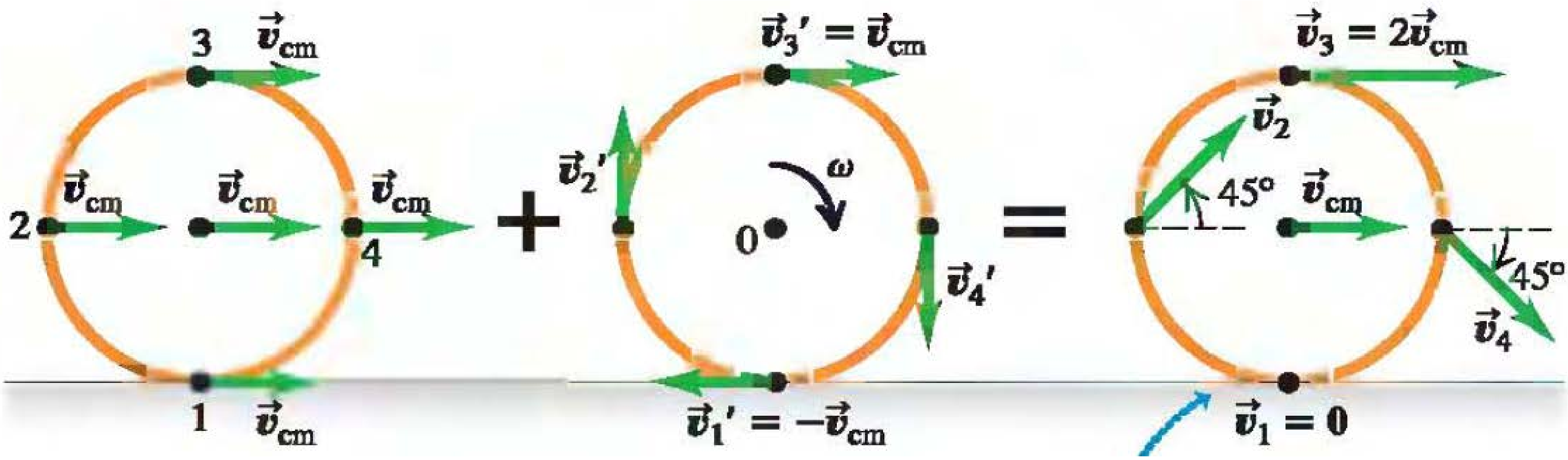
Energia cinética de um corpo rígido:

$$K = \frac{1}{2}MV_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega^2$$

Energia cinética de translação

Energia cinética de rotação

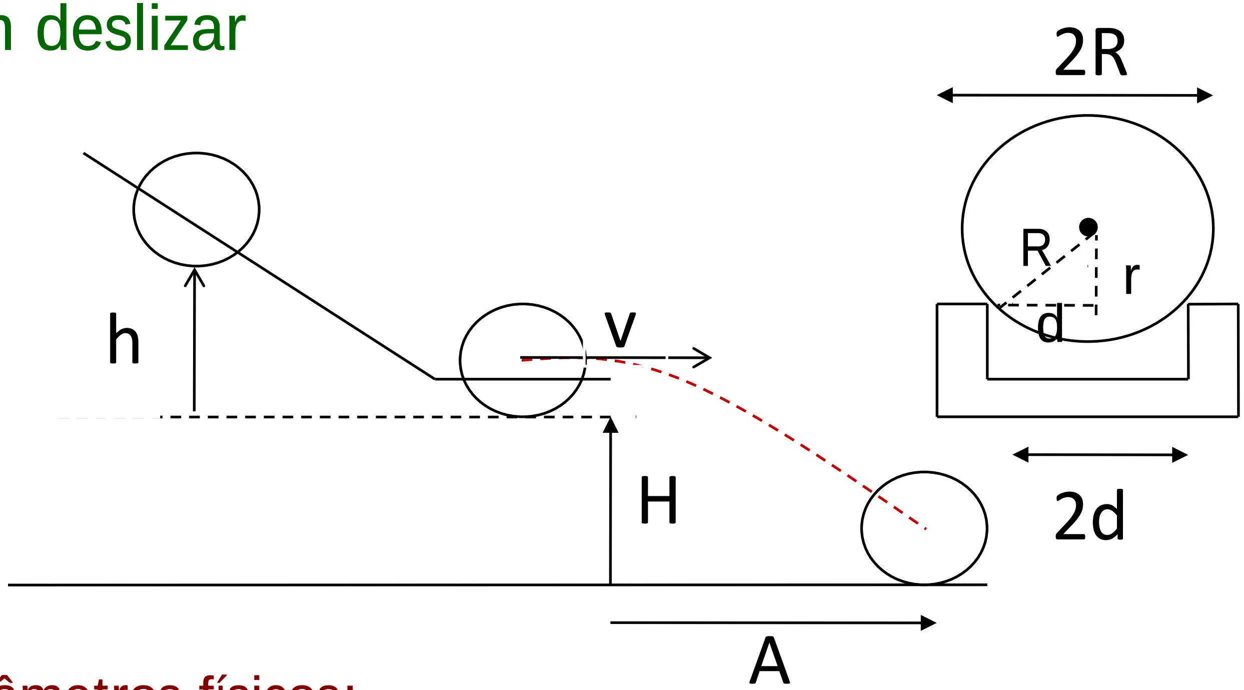
Rolamento sem deslizamento:



Ponto de contato com a superfície deve permanecer instantaneamente em repouso. Isto impõe a condição:

$$V_{cm} = R\omega$$

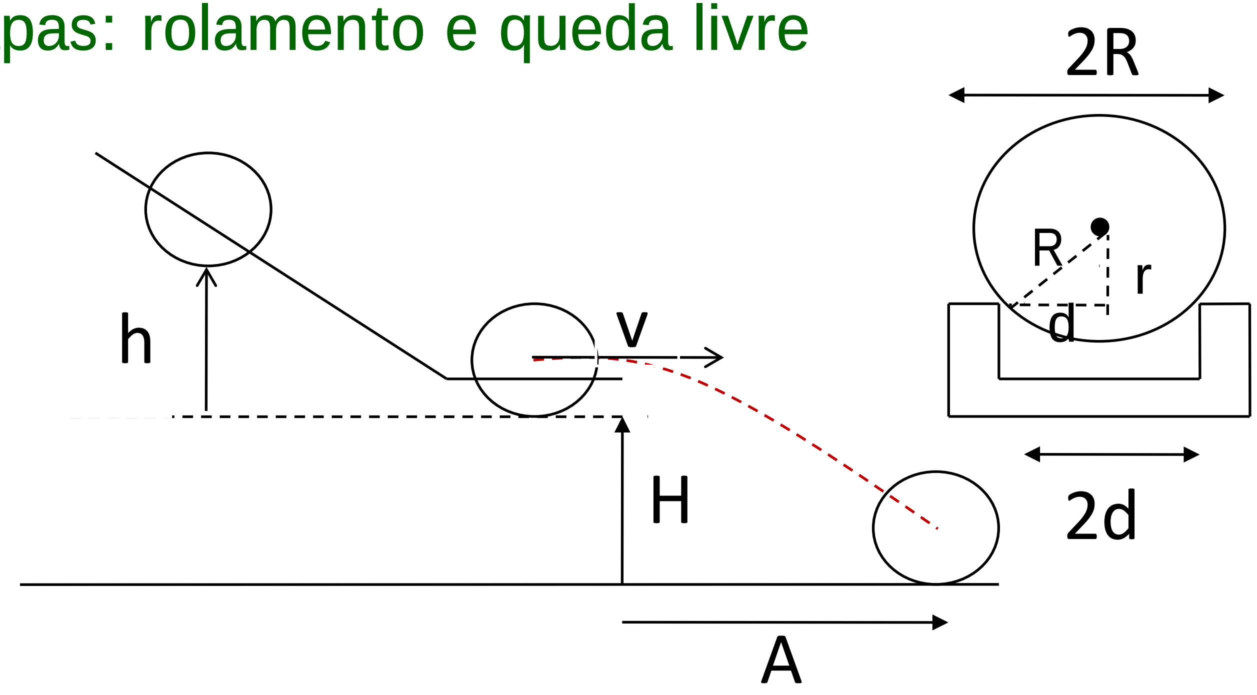
Sistema: esfera metálica que desce uma canaleta rolando sem deslizar



Parâmetros físicos:

- A: alcance
- h: altura do movimento de rolamento
- H: altura da queda livre
- R: raio da esfera
- 2d: largura da canaleta
- v: velocidade de lançamento
- r: raio do movimento de rolamento: $v=\omega r$

Cálculo do alcance - divide-se o movimento em duas etapas: rolamento e queda livre



$$r^2 = R^2 - d^2$$

Queda livre: $\begin{cases} A = vt \\ H = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \Rightarrow H = \frac{1}{2} g \frac{A^2}{v^2} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2Hv^2}{g}}$

Rolamento: conservação da energia $$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

Momento de inércia da esfera em relação a um eixo que passa pelo centro de massa: $$I = \frac{2}{5}mR^2$$

Rolamento sem deslizamento: $v = \omega r$

$$gh = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{5}R^2\frac{v^2}{r^2}$$

$$v^2 = \frac{2gh}{\left(1 + \frac{2}{5}\frac{R^2}{r^2}\right)} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{4Hh}{\left(1 + \frac{2}{5}\frac{R^2}{r^2}\right)}} \Rightarrow A_{teo}^2 = \frac{4Hh}{\left(1 + \frac{2}{5}\frac{R^2}{r^2}\right)}$$

Inicialmente, vamos aprender a medir R e d com o paquímetro. As incertezas destas medidas são muito menores que as incertezas das medidas de H e h, realizadas com uma régua.

Incerteza de A (teórica):

$$A^2 = \frac{4Hh}{\left(1 + \frac{2}{5}\frac{R^2}{r^2}\right)}$$

$$\delta\left(A^2\right) = 2A\delta A = \frac{4}{\left(1 + \frac{2}{5}\frac{R^2}{r^2}\right)}\delta\left(Hh\right) = A^2\sqrt{\left(\frac{\delta h}{h}\right)^2 + \left(\frac{\delta H}{H}\right)^2}$$

$$\delta A_{teo} = \frac{A_{teo}}{2}\sqrt{\left(\frac{\delta h}{h}\right)^2 + \left(\frac{\delta H}{H}\right)^2}$$

Atividade I – Medir o alcance para 3 esferas de diâmetros diferentes, soltando-as de uma altura h fixa, comparando os resultados experimentais com as previsões teóricas

R (cm)	A_{exp}(cm)	δA_{exp}(cm)	A_{teo}(cm)	δA_{teo}(cm)

(fim da primeira aula)

Atividade II – Usando uma das esferas, medir o alcance para 5 alturas h diferentes, obtendo o coeficiente angular da reta A^2 x h e comparando o resultado experimental com as previsão teórica

$$A^2 = \frac{4Hh}{\left(1 + \frac{2}{5}\frac{R^2}{r^2}\right)}$$

Coeficiente angular: $$\frac{4H}{\left(1 + \frac{2}{5}\frac{R^2}{r^2}\right)}$$

Incerteza: $$\frac{4}{\left(1 + \frac{2}{5}\frac{R^2}{r^2}\right)}\delta H$$