Capítulo 6 – Trabalho e Energia Cinética

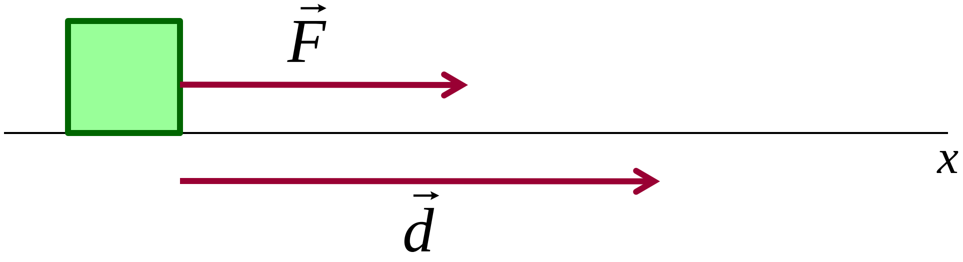
- Muitos problemas de Mecânica não têm solução simples usando as Leis de Newton
- Exemplo: velocidade de um carrinho de montanha-russa durante seu percurso (mesmo desprezando atrito e resistência do ar)
- Em algumas situações, esses problemas podem ser resolvidos usando os conceitos de trabalho e energia e o princípio de conservação da energia

O princípio de conservação da energia tem validade muito além da Mecânica Clássica, tratando-se de um princípio geral da Física

6.1 – Trabalho

• Distinção entre o conceito de trabalho em Física e a noção intuitiva de “esforço muscular”

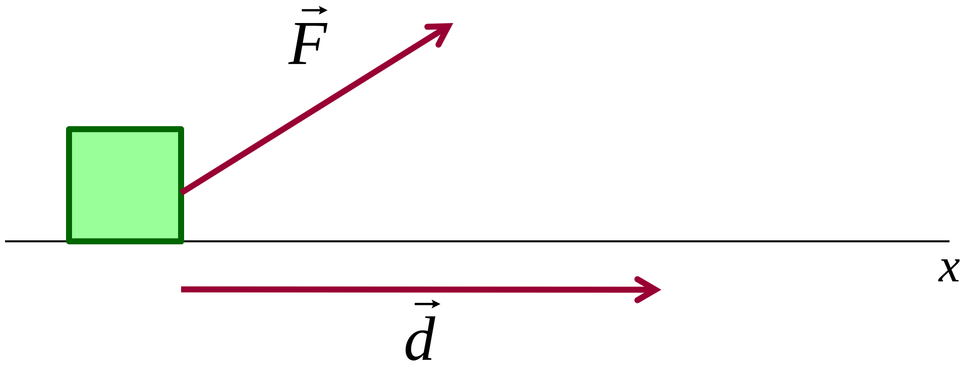
• Trabalho de uma força constante no sentido do deslocamento:

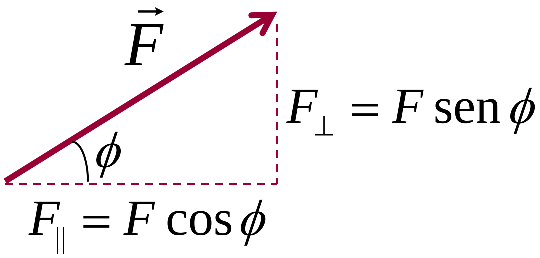


$$W = Fd$$

Unidade S.I.: joule=newton.metro (J=N.m)

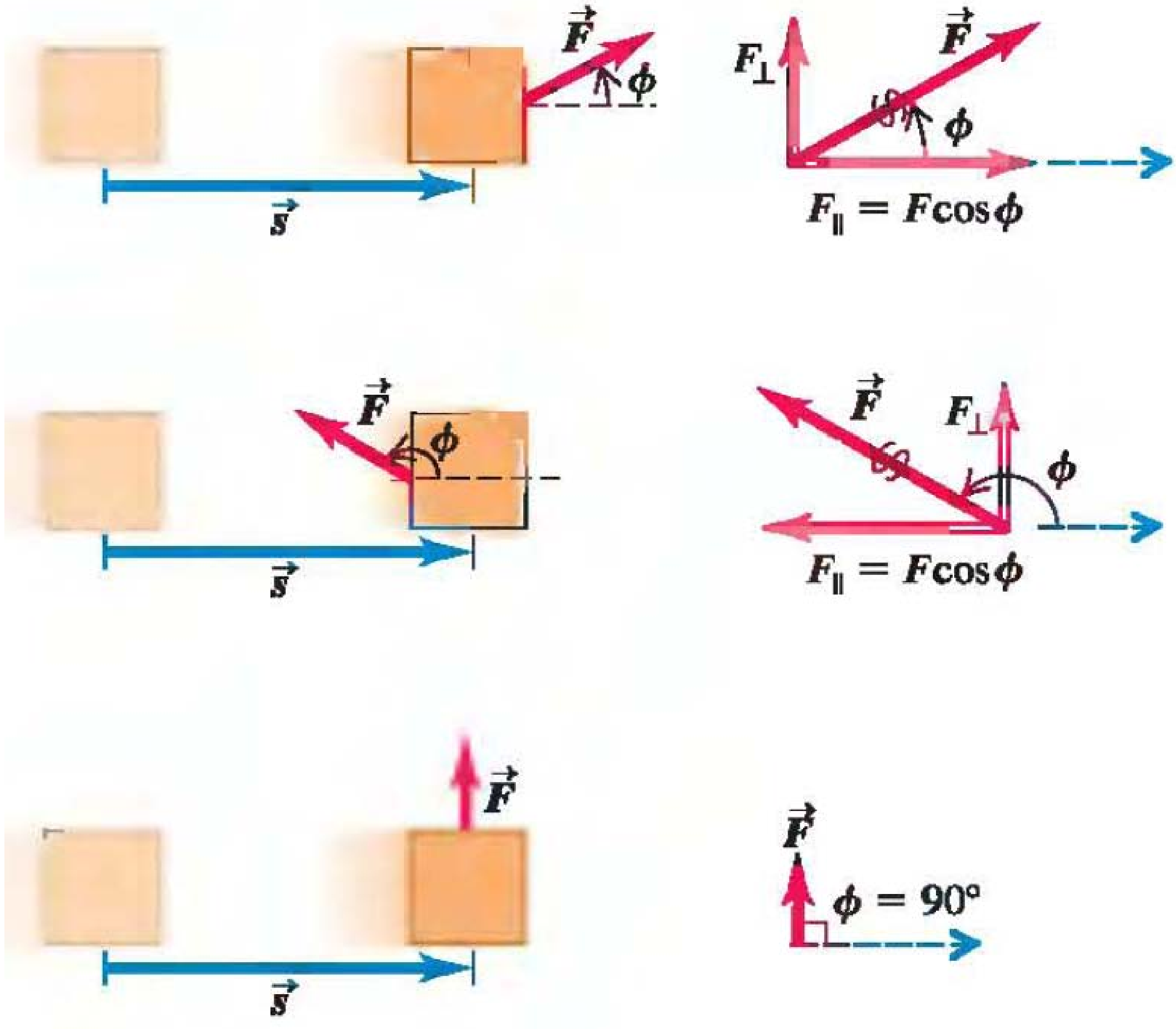
- Se a força não estiver na direção do deslocamento:





$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd\cos\phi$$

• Trabalho é uma grandeza escalar, podendo ser positivo, negativo ou nulo:

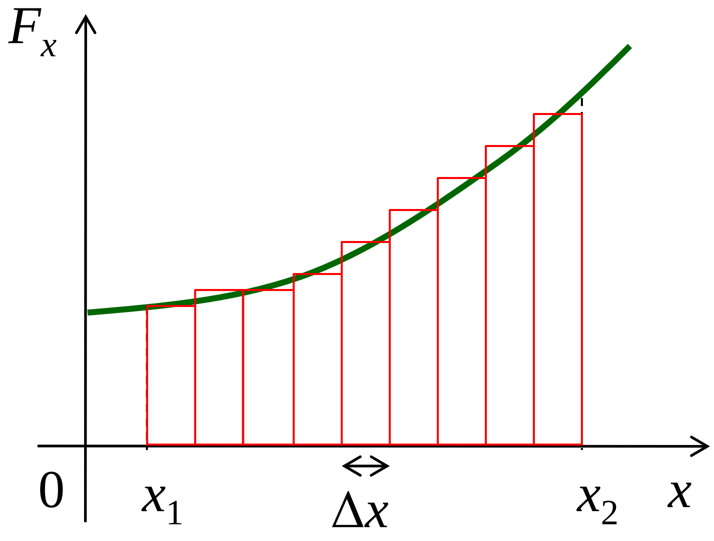


Exemplo: Y&F 6.2

6.3 – Trabalho e energia com forças variáveis

- Se a força não for constante (mas ainda movimento retilíneo):

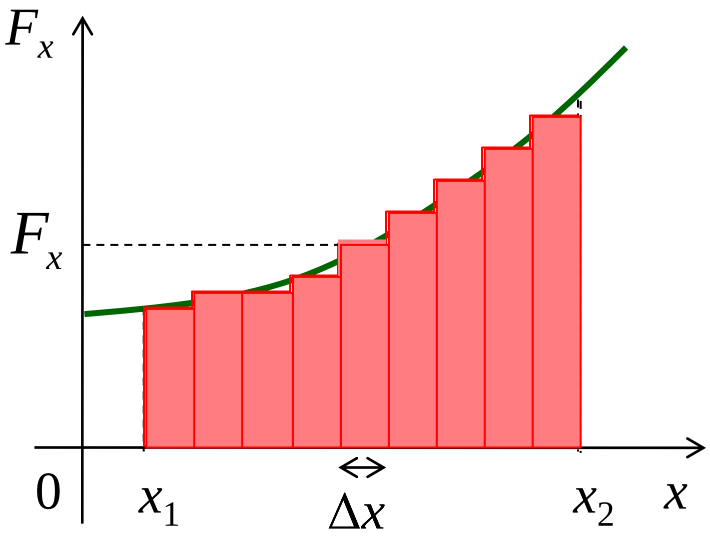
Suponha que a componente x da força varie com a posição da seguinte forma:



Vamos dividir o deslocamento entre x_1 e x_2 em pequenos deslocamentos de tamanho Δx

Em cada pequeno deslocamento, a força é aproximadamente constante, de modo que:

$$\Delta W = F_x \Delta x$$

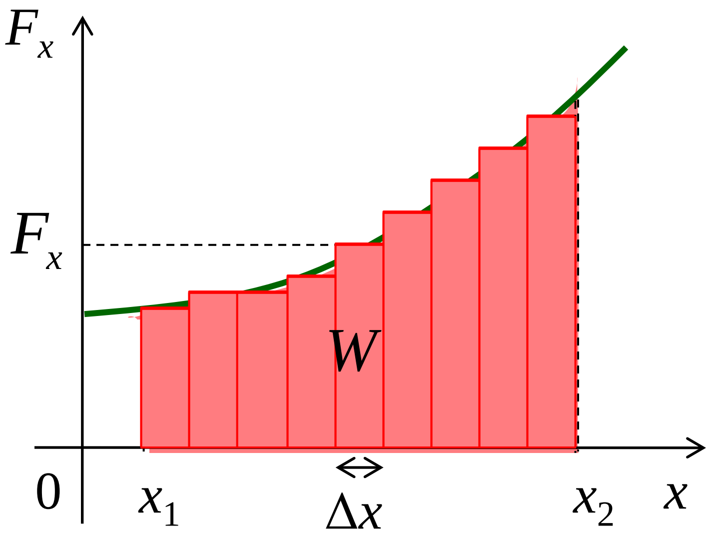


O trabalho realizado em cada deslocamento infinitesimal é:

$$\Delta W = F_x \Delta x$$

Note que $\Delta W = F_x \Delta x$ é a área do retângulo sombreado

Desta forma, somando-se todos pequenos trabalhos realizados em cada deslocamento infinitesimal, obtemos o trabalho total entre x_1 e x_2 como a soma das áreas de todos os retângulos.

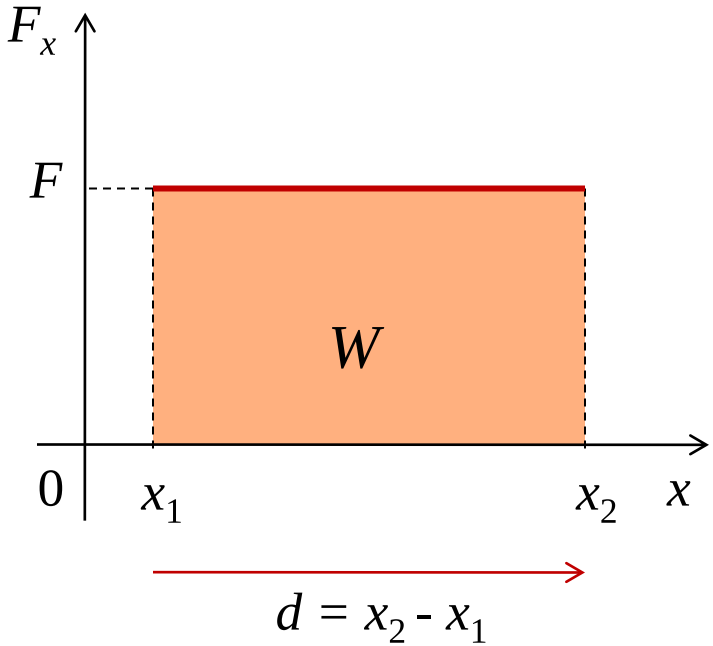


No limite $\Delta x \to 0$ a soma das áreas dos retângulos torna-se a área sob a curva $F_x(x)$

Esta área é integral definida da função $F_x(x)$ entre as posições x_1 e x_2

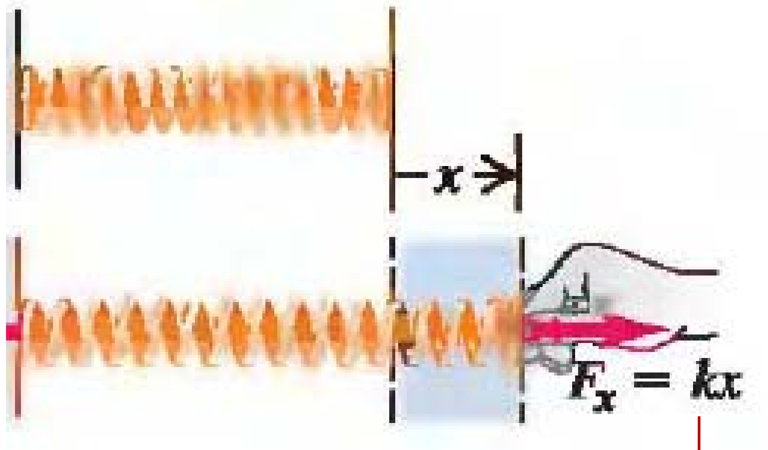
$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx$$

• Exemplo 1: Força constante (devemos recuperar a expressão obtida anteriormente)



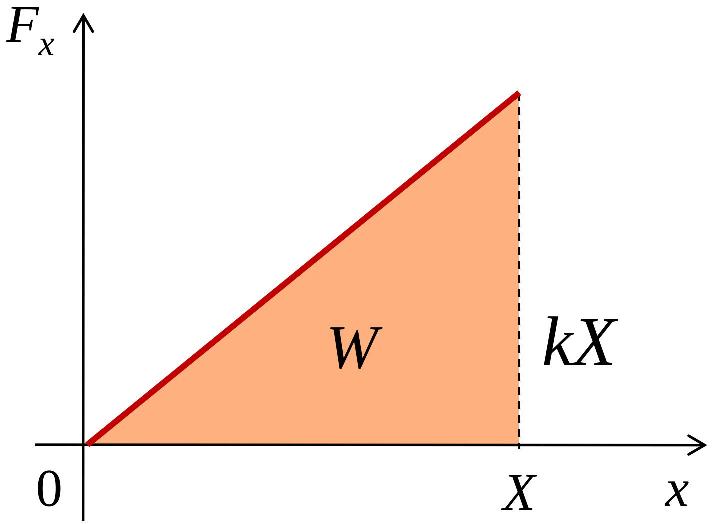
$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx = F \int_{x_1}^{x_2} dx = F\left(x_2 - x_1\right) = Fd$$

- Exemplo2: Força para esticar uma mola (Lei de Hooke)



Robert Hooke

Constante de mola (unidades S.I.: N/m)



$$W = \int_0^X F_x dx = \int_0^X kx dx = \frac{1}{2} kX^2$$

Área do triângulo: $W = \frac{1}{2}(X)(kX) = \frac{1}{2} kX^2$

Atenção: Este é o trabalho realizado sobre a mola pelo agente externo. Trabalho realizado pela mola é negativo!

6.2 – Energia cinética e teorema trabalho-energia

- O trabalho está relacionado a variações na velocidade de um corpo

- Considere o trabalho de uma força resultante sobre um corpo em 1D:

$$W_{tot} = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx = \int_{x_1}^{x_2} m a_x dx$$

- Note que: $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{dv_x}{dx}\frac{dx}{dt} = v_x \frac{dv_x}{dx}$

- Assim: $W_{tot} = \int_{x_1}^{x_2} m v_x \frac{dv_x}{dx} dx = m \int_{v_1}^{v_2} v_x dv_x$

$$\boxed{W_{tot} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2}$$

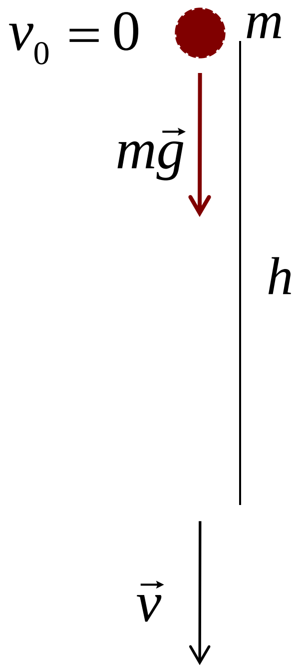
Definindo a energia cinética: $K = \frac{1}{2} m v^2$

$$\boxed{W_{tot} = K_2 - K_1 = \Delta K}$$

Teorema trabalho-energia!

Exemplo: revisitando o problema de queda livre por uma altura *h*

• Cálculo da velocidade final supondo que o objeto foi solto a partir do repouso:



Trabalho realizado pelo peso (força constante): $W = mgh$

Variação de energia cinética: $\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2}mv^2 - 0$

Teorema trabalho-energia: $W = \Delta K$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\boxed{v = \sqrt{2gh}}$$

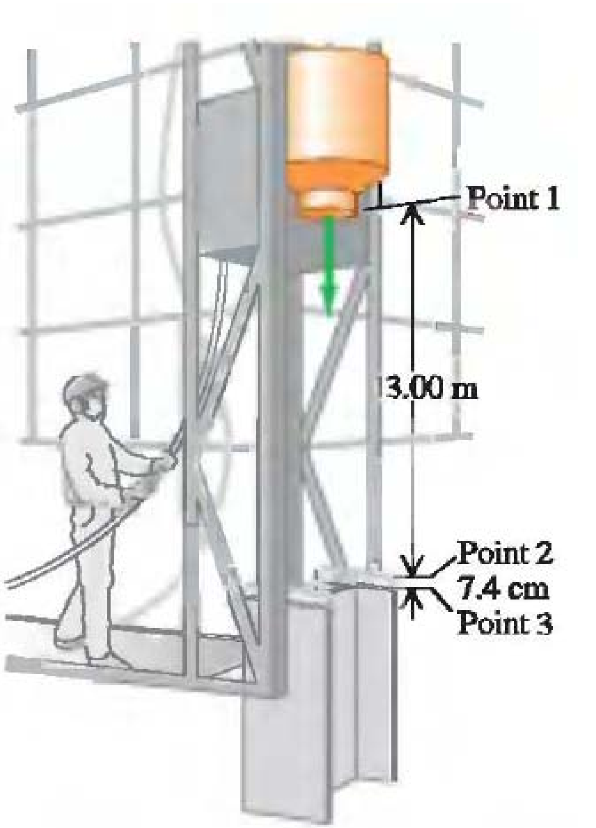
Mesmo resultado obtido anteriormente, quando estudamos o problema de queda livre

Significado da energia cinética de uma partícula:

- trabalho total realizado para acelerá-la a partir do repouso até sua velocidade presente

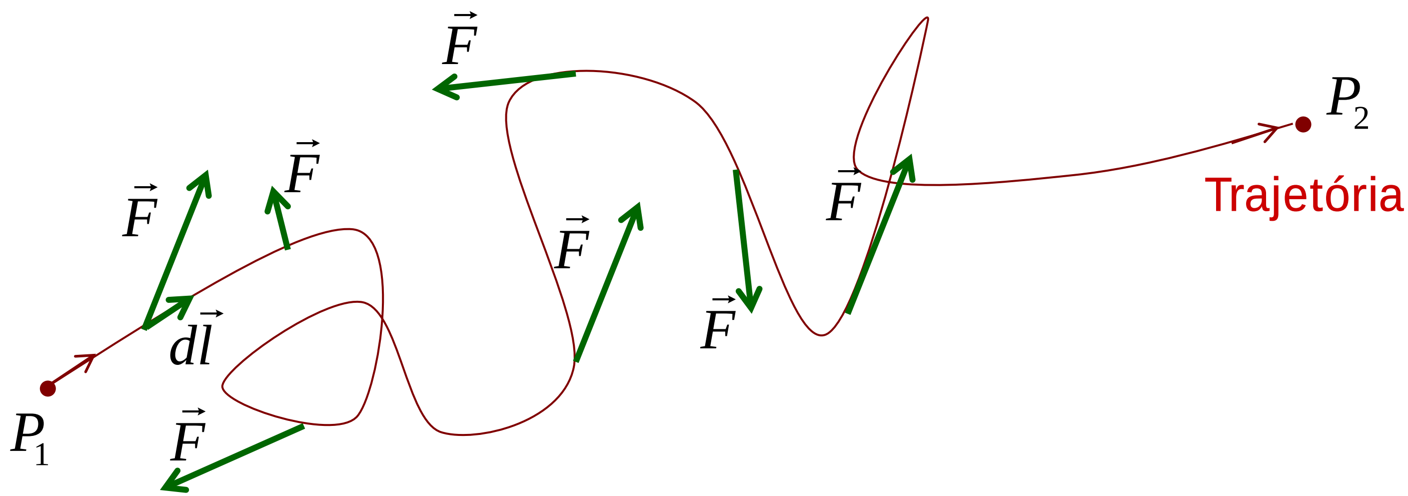
- trabalho total que ela pode realizar no processo de ser conduzida até o repouso

Exemplo: Y&F 6.4



Vídeo "Physics Demonstrations in Mechanics" VI.3 e VI.4

Teorema trabalho-energia para o movimento ao longo de uma curva:



- Vamos dividir a trajetória em pequenos segmentos infinitesimais $d\vec{l}$

- Em cada segmento, o movimento é aproximadamente linear e a força é aproximadamente constante, de modo que a contribuição para o trabalho total é: $dW = \vec{F} \cdot d\vec{l}$

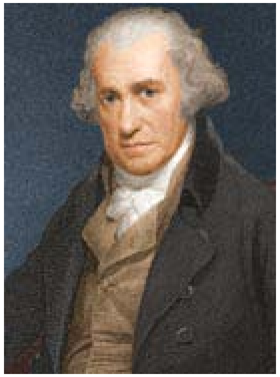
- Assim, o trabalho total é: $W = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l}$ → Integral de trajetória

- Teorema trabalho-energia: $W = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l} = \Delta K$

Exemplo: Y&F 6.8

6.4 – Potência

- Taxa temporal de realização de trabalho
- Potência média: $$P_m = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$
- Potência instantânea: $$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$
- Unidade S.I.: watt = joule/segundo (W=J/s)



James Watt

Atenção: quilowatt.hora (kW.h) é unidade de energia e não de potência (trabalho realizado durante 1h quando a potência vale 1 kW)

Podemos reescrever a expressão para a potência da seguinte maneira:

- Potência instantânea: $P = \dfrac{dW}{dt}$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

$$P = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{l}}{dt} \longrightarrow \vec{v} \quad \text{(velocidade)}$$

$$\boxed{P = \vec{F} \cdot \vec{v}}$$

Exercícios propostos
Física I – Mecânica
Sears-Zemansky & Young-Freedman
12a. Edição - Pearson - Addison-Wesley

Cap 6:
3, 4, 7, 8, 9, 13, 15, 17, 29, 37, 38, 41, 50, 60, 62, 68, 71, 81, 88

Próximas aulas:

6a. Feira 16/09: Aula de Exercícios (sala A-327)

4a. Feira 21/09: Aula Magna (sala A-343) e teste do Cap. 6

6a. Feira 23/09: Aula de Exercícios (sala A-327)