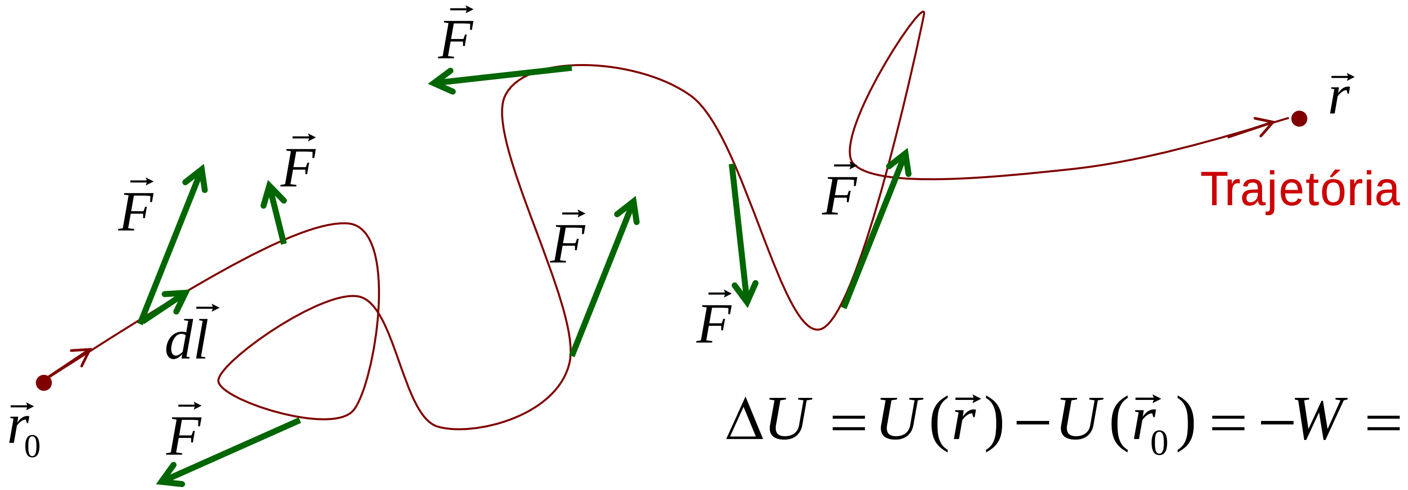
Capítulo 7 – Energia potencial e conservação da energia

- Energia potencial é a energia associada à posição de uma partícula ou à configuração de um sistema de partículas

- Indica o "potencial" (possibilidade) de realizar trabalho ou ser transformada em energia de movimento (cinética)

- Definição: energia potencial de uma força conservativa

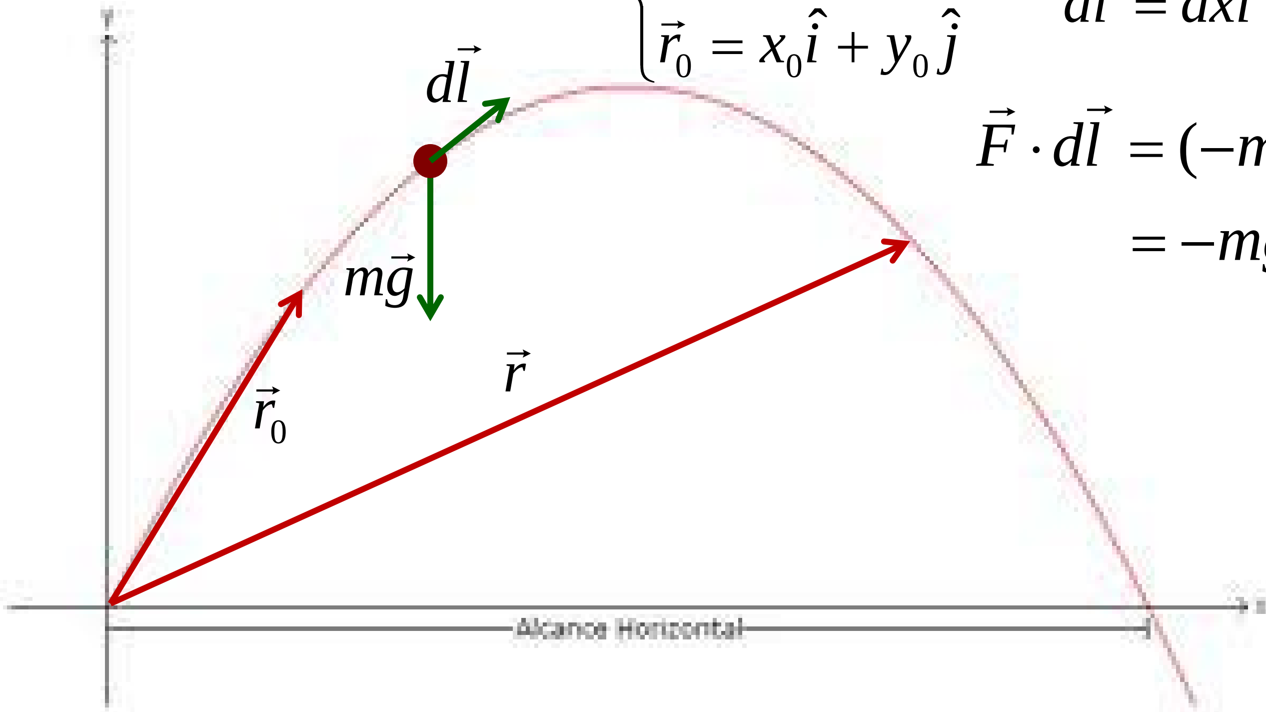


$$\Delta U = U(\vec{r}) - U(\vec{r}_0) = -W = -\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

7.1 – Energia potencial gravitacional

$$\begin{cases} \vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} \\ \vec{r}_0 = x_0\hat{i} + y_0\hat{j} \end{cases}$$

$$d\vec{l} = dx\hat{i} + dy\hat{j}$$



$$\vec{F} \cdot d\vec{l} = (-mg\hat{j}) \cdot (dx\hat{i} + dy\hat{j})$$
$$= -mg\,dy$$

$$W_{grav} = \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{l} = -mg\int_{y_0}^{y} dy' = -mg(y - y_0)$$

$$\Delta U_{grav} = -W_{grav} = mgy - mgy_0$$

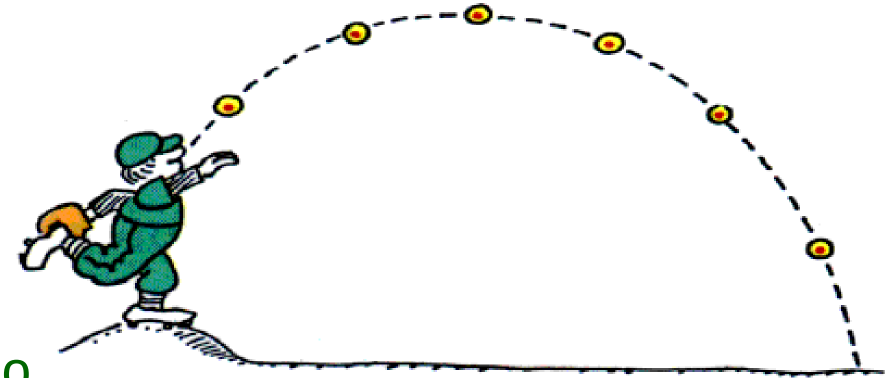
• Assim, podemos definir: $U_{grav} = mgy + C$

• A escolha da constante *C* é livre (escolhemos a que for mais conveniente): $C = 0$

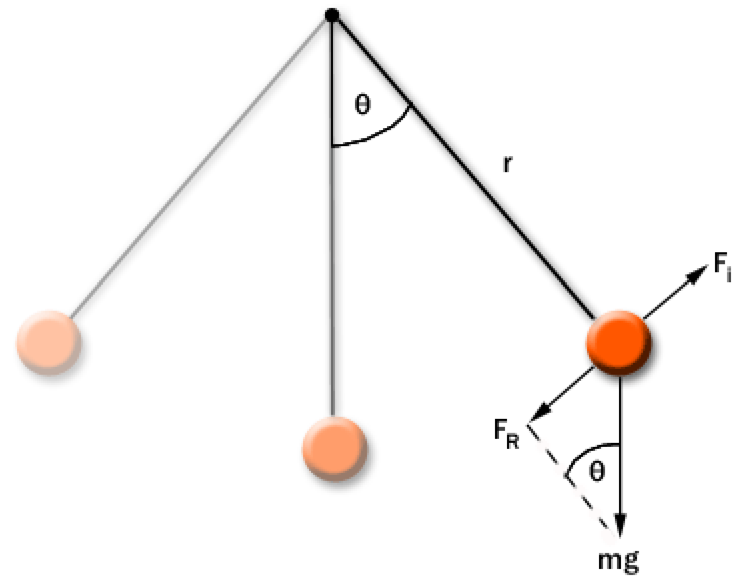
$$\boxed{U_{grav} = mgy}$$

• Note que a energia potencial gravitacional depende apenas da coordenada *y* (a coordenada horizontal é irrelevante)

Conservação da energia:



- Se a força peso é a única que realiza trabalho sobre a partícula (por exemplo, movimento de projétil ou pêndulo), então, usando o teorema trabalho-energia:



$$W_{grav} = \Delta K$$

$$-\Delta U_{grav} = \Delta K$$

$$\Delta K + \Delta U_{grav} = 0$$

$$\Delta\left(K + U_{grav}\right) = 0$$

$$\Delta E = 0$$

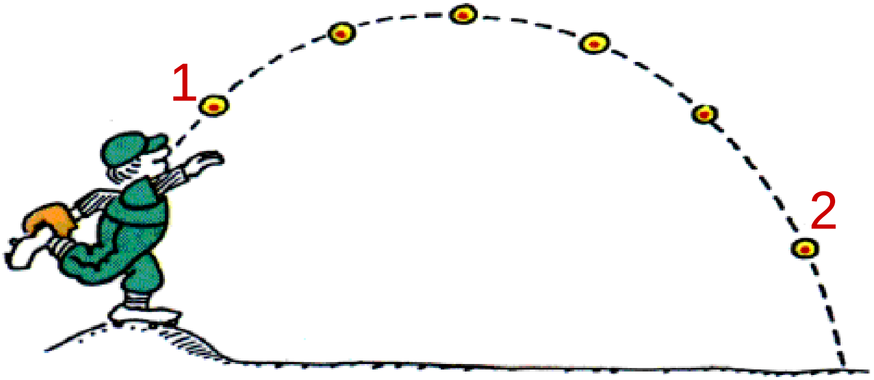
$E = K + U_{grav}$ (energia mecânica do sistema): se conserva!

De forma geral, este resultado pode ser reescrito assim:

$$E_1 = E_2$$

$$K_1 + U_{grav,1} = K_2 + U_{grav,2}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2$$



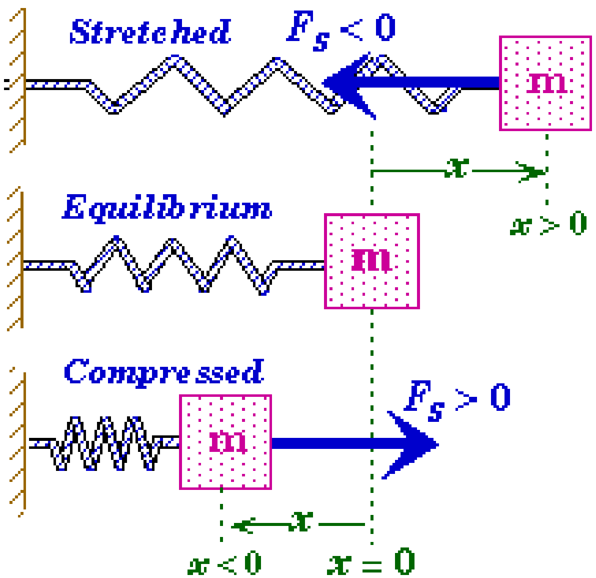
Demonstrações: Projétil e pêndulo (kits LADIF)

Exemplos: Y&F 7.4 e 7.5, Problema 7.46

Demonstrações: Loop e rampa dupla (kits LADIF)

Vídeo: http://www.youtube.com/watch?v=CgqBg44azYk (a partir de 46min 30seg)

7.2 – Energia potencial elástica



$F_s = -k\,x$

Trabalho realizado pela mola entre os pontos x_1 e x_2 :

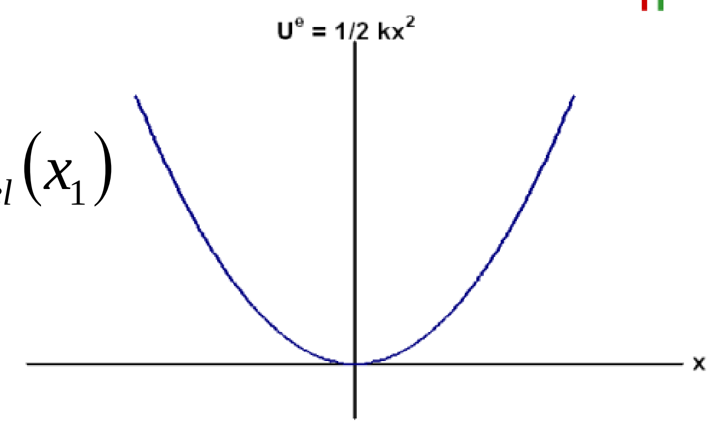
$$W_{el} = \int_{x_1}^{x_2} F dx = -k \int_{x_1}^{x_2} x dx$$

$$W_{el} = \frac{1}{2} k x_1^2 - \frac{1}{2} k x_2^2$$

Energia potencial elástica:

$$\Delta U_{el} = -W_{el} = \frac{1}{2} k x_2^2 - \frac{1}{2} k x_1^2 = U_{el}(x_2) - U_{el}(x_1)$$

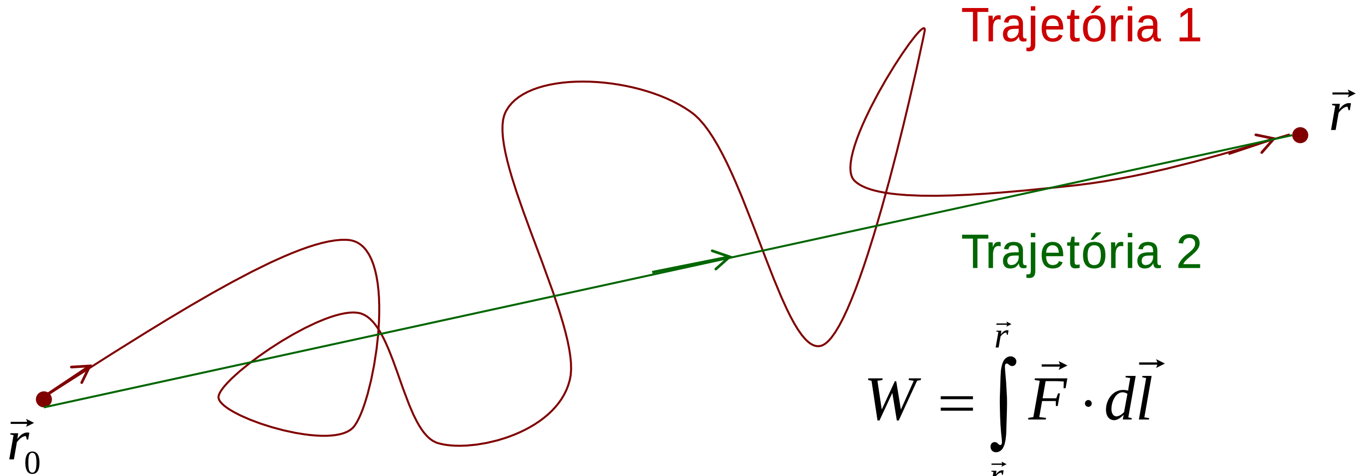
$$\boxed{U_{el} = \frac{1}{2} k x^2}$$



Exemplo: Y&F 7.9

7.3 – Forças conservativas e não conservativas

Trabalho de uma força conservativa:



$$W = \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

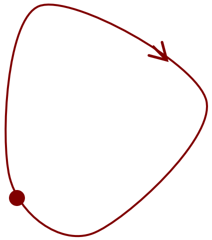
• Se *W* (calculado pela equação acima) é o mesmo para a trajetória 1 e para a trajetória 2 (bem como para qualquer trajetória), então a energia mecânica se conserva e a força é dita conservativa.

• Note que somente neste caso podemos definir uma função energia potencial como:

$$\Delta U = U(\vec{r}) - U(\vec{r}_0) = -W = -\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

• Como conseqüência, o trabalho em um circuito fechado é nulo:

$$W = \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}=\vec{r}_0} \vec{F}\cdot d\vec{l} = U(\vec{r}_0) - U(\vec{r}_0) = 0$$



$\vec{r} = \vec{r}_0$

Forças não conservativas: não apresentam estas propriedades

Exemplo: forças de atrito (sempre contrárias ao movimento, trabalho sempre negativo)

Conseqüências:
• Energia mecânica não se conserva (forças dissipativas)
• Não podemos associar à força nenhuma energia potencial

Exemplos: Y&F 7.10 e 7.11

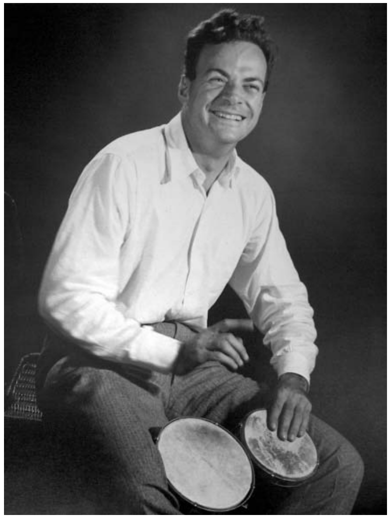
Lei de Conservação da Energia

Pergunta: o que acontece com a energia mecânica dissipada pelo atrito?

Resposta: transforma-se em uma outra forma de energia, a energia interna, que se manifesta pelo aumento da temperatura dos objetos que sofrem atrito

Até os dias de hoje, nenhum experimento conseguiu verificar nenhuma violação, por menor que seja, da lei de conservação da energia. Segundo os experimentos, a energia nunca se perde ou se cria, mas pode ser transformada de uma forma para outra

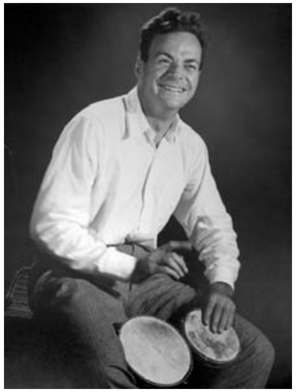
Lei de Conservação da Energia por Richard Feynman



"Esta lei diz que existe 'algo', uma quantidade que chamamos energia, que se modifica em forma, mas que a cada momento que a medimos ela sempre apresenta o mesmo resultado numérico. É incrível que algo assim aconteça. Na verdade é muito abstrato, matemático até, e por ser assim tentemos ilustrá-lo com uma analogia.

Imagine um garoto, pode ser Dennis, 'o Pimentinha',que possui uns bloquinhos absolutamente indestrutíveis e indivisíveis. Cada um é igual ao outro e que ele tem 28 bloquinhos. Por ter pintado o sete sua mãe o coloca de castigo em seu quarto com os bloquinhos e ao final do dia vai conferir como está o menino e os bloquinhos. Quão grande é a surpresa da mãe ao constatar que faça o que Dennis faça os bloquinhos sempre dão 28. Sua mãe descobriu uma Lei Fundamental.

Com o passar dos dias, ela continua a contar os bloquinhos até que um dia só encontra 27 blocos. Mas uma pequena investigação indica que existe um debaixo do tapete. Ela precisará olhar com mais cuidado e atenção para verificar se o número de bloquinhos realmente não muda".



Um dia, entretanto, ela só encontra 26 bloquinhos no quarto. Uma averiguação mostra que a janela está aberta e que os 2 bloquinhos restantes estão lá fora. Até que um dia aparecem 30 blocos! A surpresa é considerável até que descobre-se que Bruce veio visitá-lo e trouxe consigo seus bloquinhos. Após separá-los, fechar a janela e não deixar Bruce entrar, ela conta e encontra apenas 25 blocos. Depois de procurar em todos os lugares e não achar nada, restava verificar o conteúdo da caixa de brinquedos do menino. Mas ele diz - 'não mexa na minha caixinha de brinquedos', e chora. A mãe está proibida de mexer na caixinha.

Ela não pode fazer muito. Com o passar dos dias ela volta a contar e encontra os 28 facilmente. Aproveita então e pesa a caixinha, que dá 450g. Outro dia acontece de procurar em todo lugar e resta apenas a desconfiada caixinha de brinquedos. Faltam 4 bloquinhos e a mamãe sabe que cada um pesa 80g; pesando a caixa obtém 770g (que é 450g + 4X80g). Ardilosamente ela monta uma equação:

(número de bloquinhos vistos)+(peso da caixa-450g)/(80g)=constante

E esta fórmula funciona mas nem sempre é válida. Pode haver variações como por exemplo uma observação da água suja da banheira está mudando de nível. O menino está jogando os bloquinhos na água e a mamãe não pode vê-los por estar suja, mas ela pode achá-los adicionando outro termo à sua fórmula. Desde que a altura original era de 15 cm e que cada bloquinho eleva a água de 1/2 cm, a nova fórmula poderia ser do tipo:

(número de bloquinhos vistos)+(peso da caixa-450g)/(80g)+
(altura do nível de água-15cm)/(1/2cm)=constante

Repare o leitor que a fórmula acima poderia possuir mais e mais termos à medida que o menino faz mais e mais travessuras ao esconder os bloquinhos. Cabe à mamãe observar tudo o que ocorre no quarto e verificar a validade da Lei Fundamental que descobriu.

Mas o interessante mesmo é que se repararmos o segundo e o terceiro termos da fórmula nos veremos calculando quantidades QUE NÃO SÃO BLOQUINHOS e sim comprimentos e pesos. Isto faz parte da idéia abstrata da coisa (a energia). A analogia então nos mostra que enquanto calculamos a energia, algumas coisas somem e outras aparecem - devemos pois ter cuidado com o que somamos ou subtraímos da fórmula. Outro ponto é que a energia se apresenta de diferentes formas, que podem ser mecânica, calorífica, química, nuclear, mássica,.... Apresentando-se sempre de formas variadas, com várias roupagens, mas sempre - e até hoje não encontramos exceção - sempre ela dá como resultado '28' .

7.4 – Força e energia potencial

Como obter a força a partir da energia potencial?

Sabemos que: $W = -\Delta U$

Para deslocamentos infinitesimais em 1D: $dW = F_x(x)dx = -dU(x)$

Assim: $\boxed{F_x(x) = -\dfrac{dU(x)}{dx}}$ a força atua sempre no sentido da redução da energia potencial

Exemplos:

1. Força gravitacional: $U(y) = mgy \Rightarrow F_y(y) = -\dfrac{dU(y)}{dy} = -mg$

2. Força elástica: $U(x) = \dfrac{1}{2}kx^2 \Rightarrow F_x(x) = -\dfrac{dU(x)}{dx} = -kx$

Exemplo: Y&F 7.13

Em três dimensões: $U(x, y, z)$

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}$$

 derivada parcial (toma-se a derivada apenas em x, como se y e z fossem constantes)

Da mesma forma: $F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}; \quad F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$

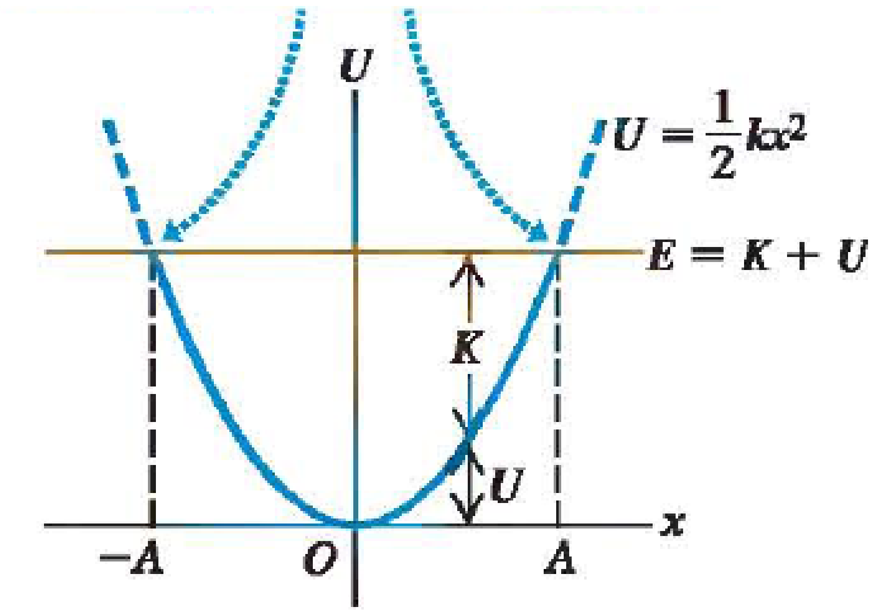
Assim: $\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\hat{k}\right) = -\vec{\nabla} U$ (gradiente)

Exemplo: Y&F 7.14 (mola em duas dimensões)

7.5 – Diagramas de energia

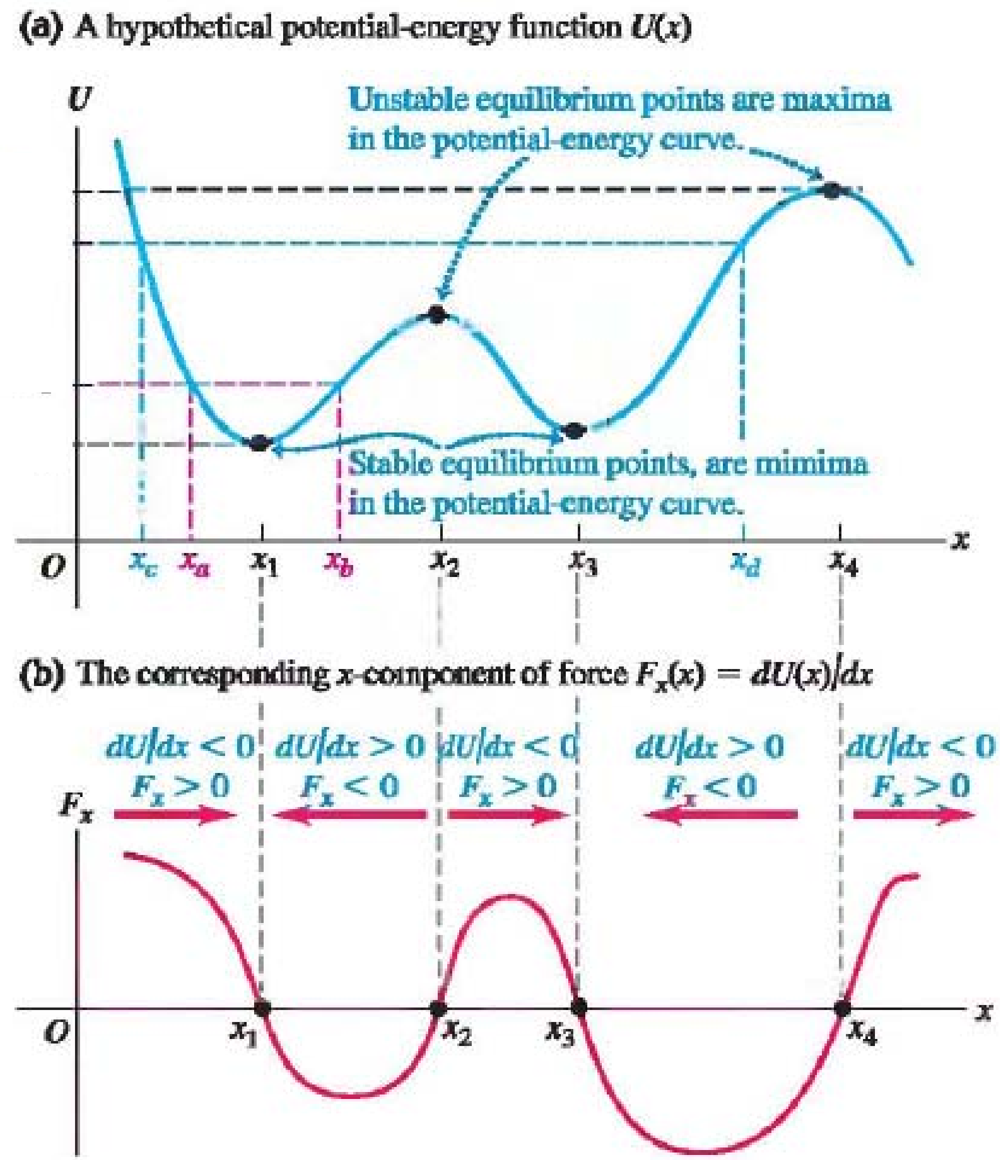
Podemos aprender bastante sobre o movimento da partícula apenas analisando o gráfico $U\,(x)$:

Exemplo: sistema massa-mola



Note que a energia potencial nunca pode ser maior que a energia mecânica (energia cinética não pode ser negativa) de modo que o movimento é limitado pelos pontos de retorno (pontos de inversão) *A* e -*A*

Análise do movimento para diferentes valores da energia total:



Exercícios propostos
Física I – Mecânica
Sears-Zemansky & Young-Freedman
12a. Edição - Pearson - Addison-Wesley

Cap 7:

2, 3, 5, 15, 19, 20, 25, 28, 30, 31, 32, 37, 38, 42, 43, 46, 55, 63, 67, 68, 74, 75, 82, 85, 86

Próximas aulas:

6a. Feira 23/09: Aula de Exercícios (sala A-327)

4a. Feira 28/09: Aula de Revisão e teste do Cap. 7

5a. Feira 29/09: Prova P1 (17h)

6a. Feira 30/09: Aula de Magna (sala A-343)