Capítulo 16 – Dinâmica dos fluidos

16.1 – Conceitos gerais do escoamento dos fluidos

Hidrodinâmica: fluidos em movimento. Como descrever?

Abordagem de Lagrange: seguir o movimento **de cada partícula** do fluido.

Joseph Louis Lagrange (1736-1813)

Abordagem de Euler: descrever os campos de velocidades e densidades **em cada ponto do espaço e no tempo**.

Leonhard Euler (1707-1783)

$$\rho(x, y, z, t), \vec{v}(x, y, z, t)$$

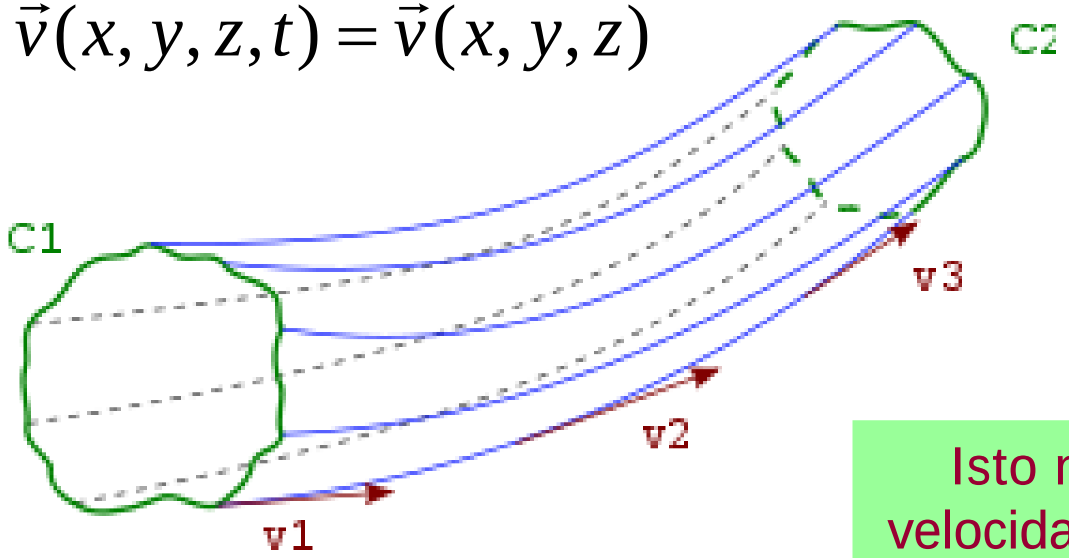
Adotaremos a abordagem de Euler

Fluidos ideais: modelo aproximado para os fluidos reais.
Mais simples, porém com resultados ainda úteis.

Características dos fluidos ideais

1. Escoamento estacionário (ou uniforme): velocidade do fluido **em um dado ponto do espaço** não muda com o tempo

$$\vec{v}(x,y,z,t)=\vec{v}(x,y,z)$$



Campo de velocidades

Isto não quer dizer que a velocidade **de uma partícula** seja constante!

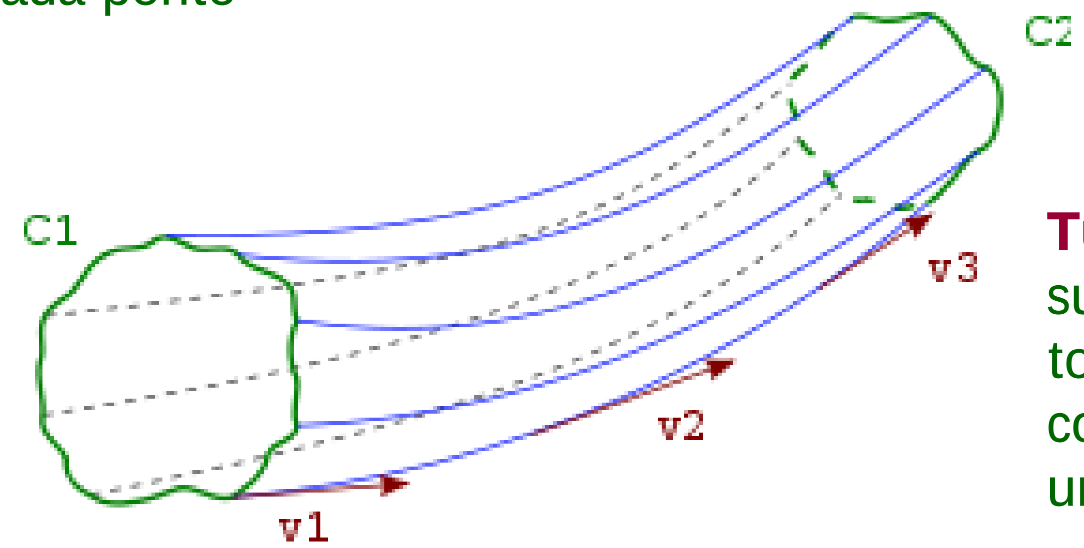
2. Fluido incompressível: densidade ρ constante

3. Escoamento não-viscoso: sem atrito, sem dissipação, sem molhar (“água seca”)

4. Escoamento irrotacional: cada “elemento de fluido” tem momento angular zero – uma partícula viajaria no fluido sem girar

16.2 – Linhas de corrrente e equação da continuidade

Linhas de corrente: linhas tangentes à velocidade do fluido em cada ponto



Campo de velocidades

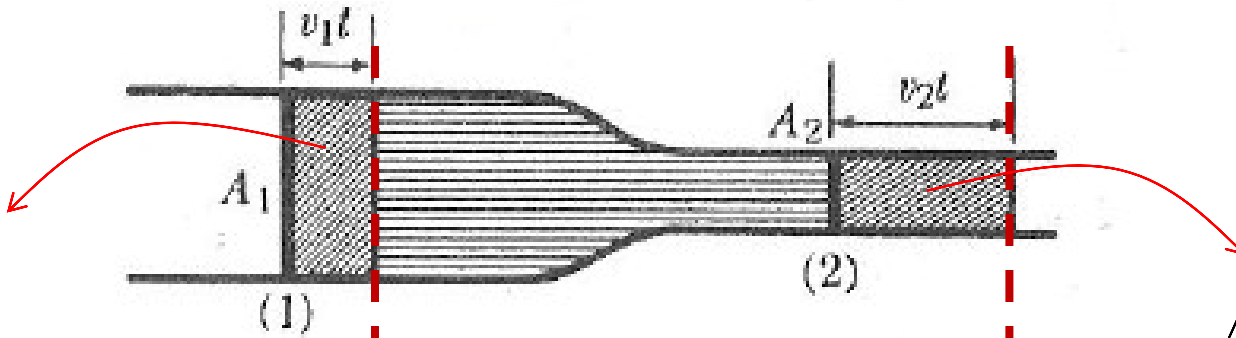
Tubo de corrente: superfície formada por todas as linhas de corrente que passam por uma curva fechada C

- No escoamento estacionário, as linhas de corrente coincidem com as **trajetórias das partículas**

- Linhas de corrente nunca se cruzam: isto levaria a uma indefinição da velocidade da partícula no ponto de cruzamento

Visualização das linhas de corrente em um túnel de vento

Equação da continuidade



Δm_1

Massa que vai entrar no tubo no intervalo de tempo *t*

Porção do tubo de corrente

Δm_2

Massa que vai sair do tubo no intervalo de tempo *t*

$$\Delta m_1 = \rho_1 \Delta V_1 = \rho_1 A_1 v_1 t$$

$$\Delta m_2 = \rho_2 A_2 v_2 t$$

Escoamento estacionário: $\Delta m_1 = \Delta m_2$

$$\rho_1 A_1 v_1 t = \rho_2 A_2 v_2 t \Rightarrow \rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 \Rightarrow \boxed{\rho A v = \text{constante}}$$

Se o fluido for incompressível: $\rho_1 = \rho_2 \Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2$

Equação da continuidade

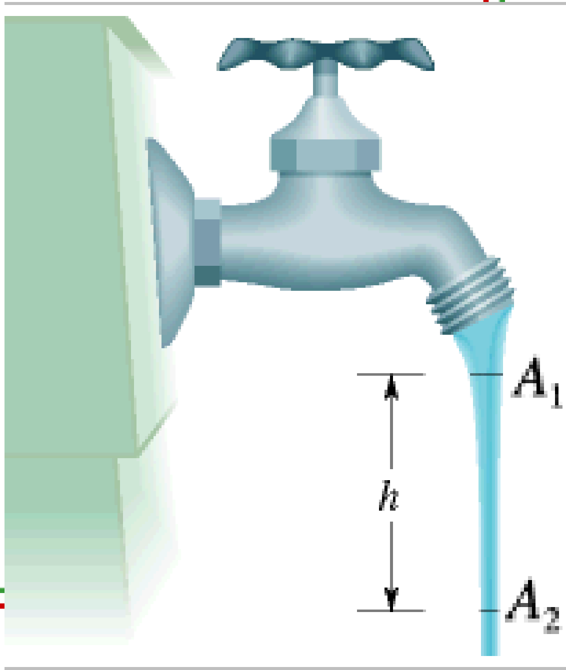
$$\boxed{R = Av = \text{constante}}$$ (vazão) Unidades SI: m^3/s

A equação da continuidade é uma conseqüência imediata da conservação da massa

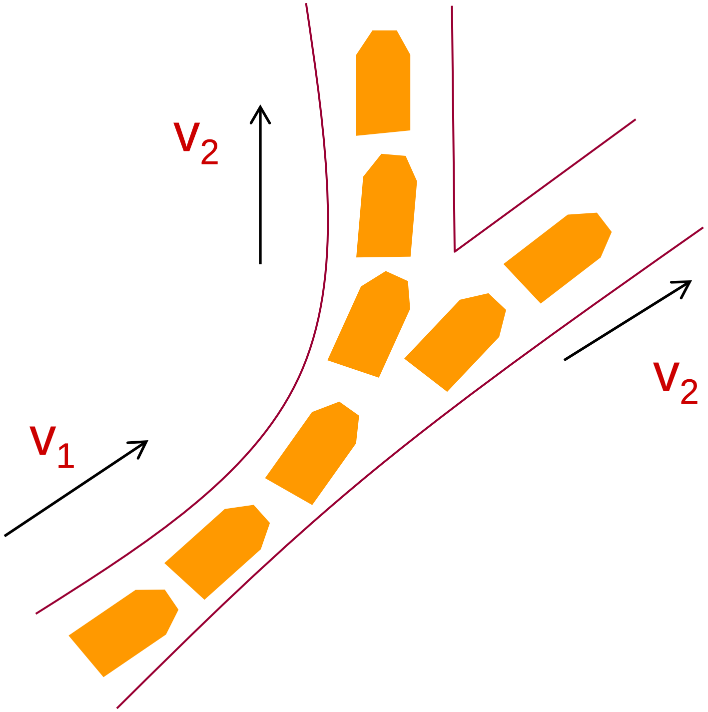
(futuramente, veremos na Física outras equações de continuidade que surgem devido à conservação de outras grandezas: carga, energia, etc)

PROBLEMA RESOLVIDO 16-1.

A Fig. 16-5 mostra o perfil do escoamento da água que sai de uma torneira. A área da seção transversal A_1 vale 1,2 cm² e a área A_2 vale 0,35 cm². Os dois níveis são separados de uma distância vertical h (= 45 mm). Qual a vazão do escoamento da água?



Aplicações em engenharia de tráfego

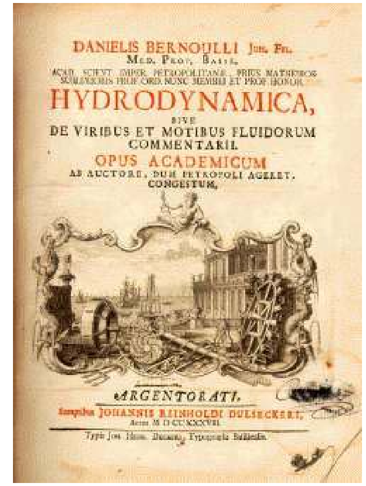


Fluxo em uma bifurcação com o trânsito engarrafado

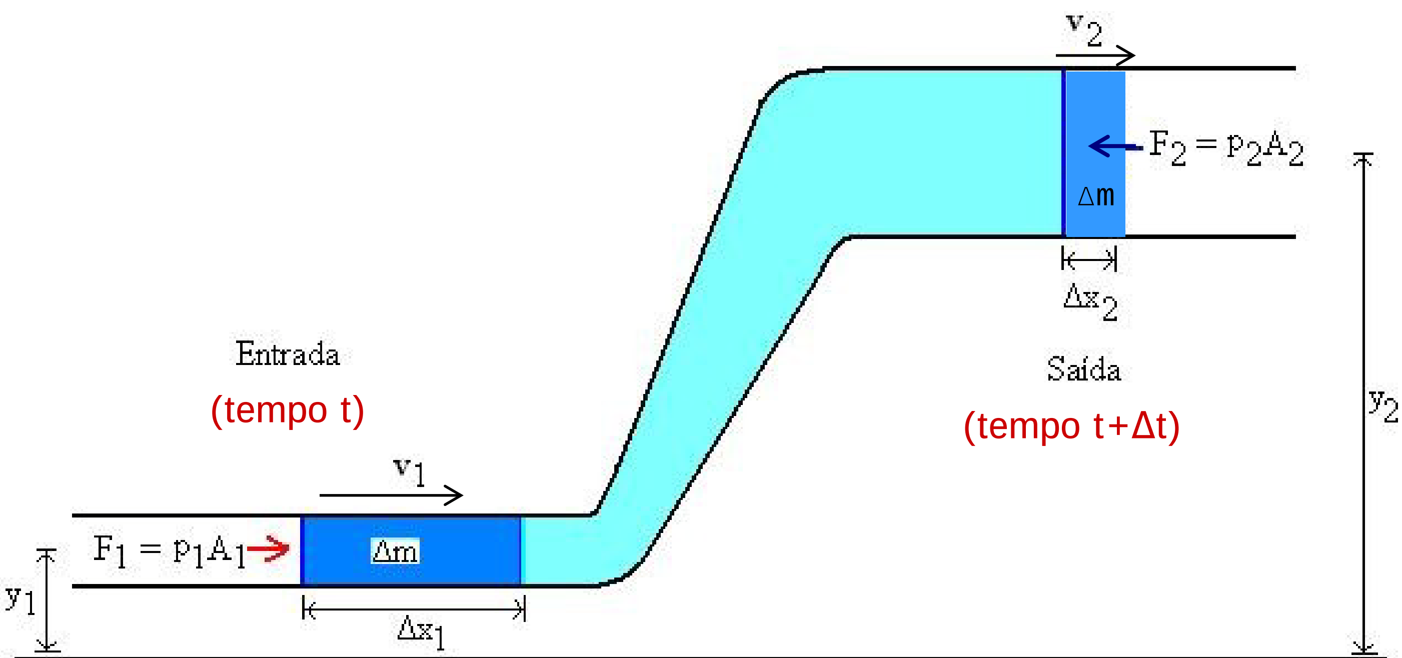
$v_2 < v_1$!!!

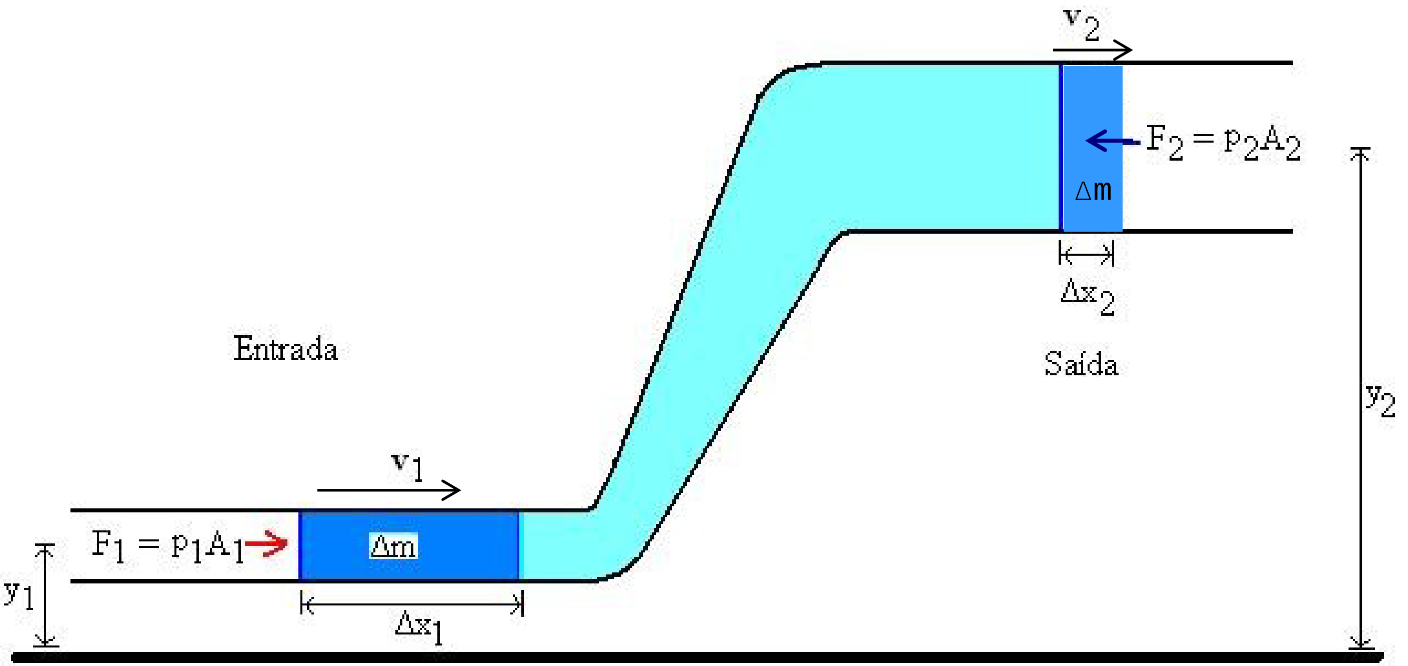
16.3 – Equação de Bernoulli

Daniel Bernoulli
(1700-1782)


DANIELIS BERNOULLI Joh. Fil.
HYDRODYNAMICA,
SIVE
DE VIRIBUS ET MOTIBUS FLUIDORUM
COMMENTARII.
OPUS ACADEMICUM
AB AUCTORE, DUM PETROPOLI AGERET,
CONGESTUM.
ARGENTORATI,

Vamos aplicar a conservação da energia ao escoamento do fluido:

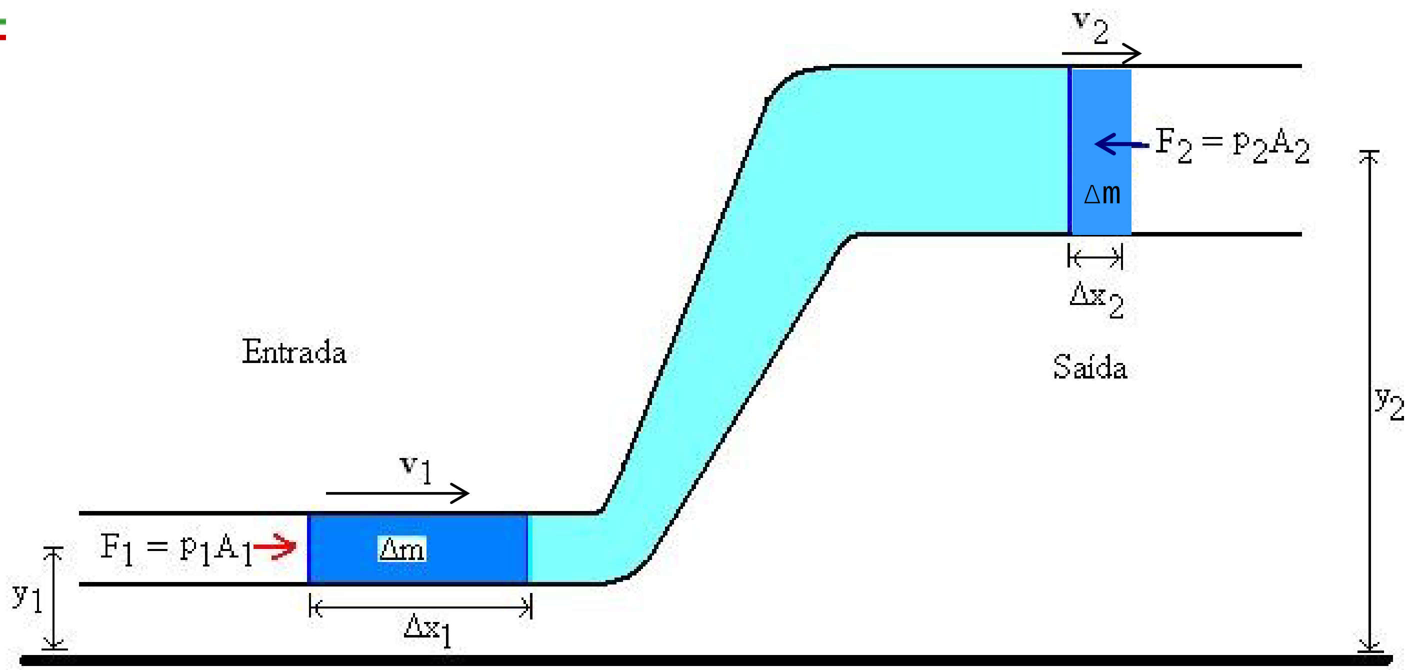




Teorema trabalho-energia cinética: $W = \Delta K$

Variação de energia cinética: $\Delta K = \frac{1}{2}\Delta m\, v_2^2 - \frac{1}{2}\Delta m\, v_1^2$

$$\boxed{\Delta K = \frac{1}{2}\rho \Delta V\left(v_2^2 - v_1^2\right)}$$



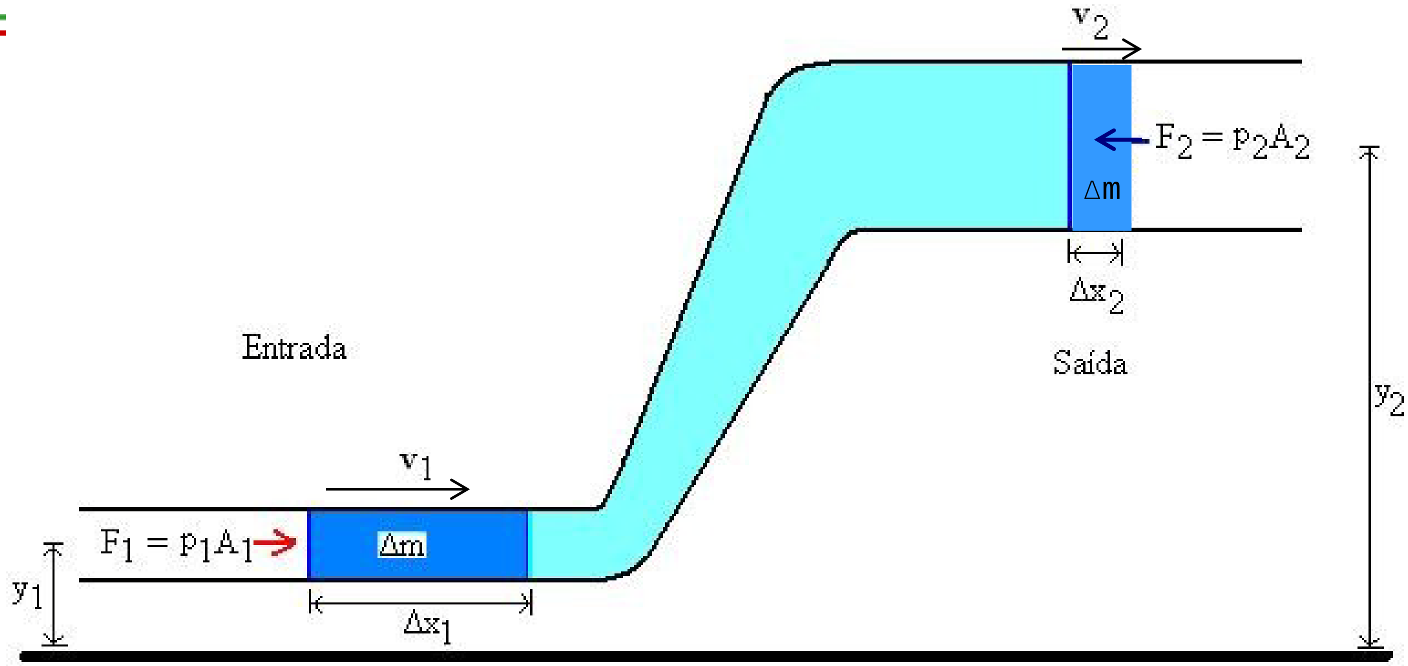
Trabalho:

$$W = W_g + W_p$$

Trabalho devido à pressão

Trabalho devido ao peso

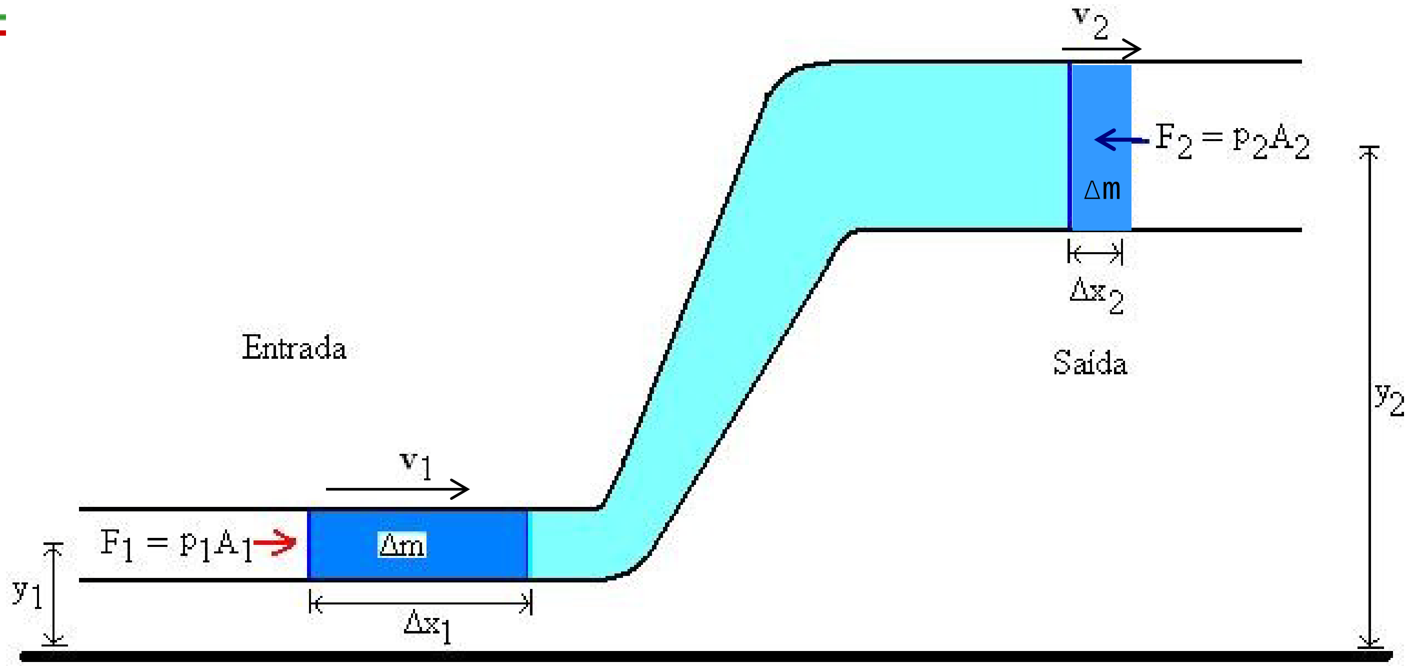
Trabalho devido ao peso: $\boxed{W_g = -\Delta mgh = -\rho \Delta V \left(y_2 - y_1\right)}$



Trabalho devido à pressão:

$$W_p = F_1 \Delta x_1 - F_2 \Delta x_2 = p_1 A_1 \Delta x_1 - p_2 A_2 \Delta x_2$$

$$\boxed{W_p = (p_1 - p_2)\Delta V}$$



Teorema trabalho-energia: $W_p + W_g = \Delta K$

$$(p_1 - p_2)\cancel{\Delta V} - \rho \cancel{\Delta V} g (y_2 - y_1) = \frac{1}{2}\rho \cancel{\Delta V}\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

$$\boxed{p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2}$$

Equação de Bernoulli

ou $p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{constante}$

$$\boxed{p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2}$$

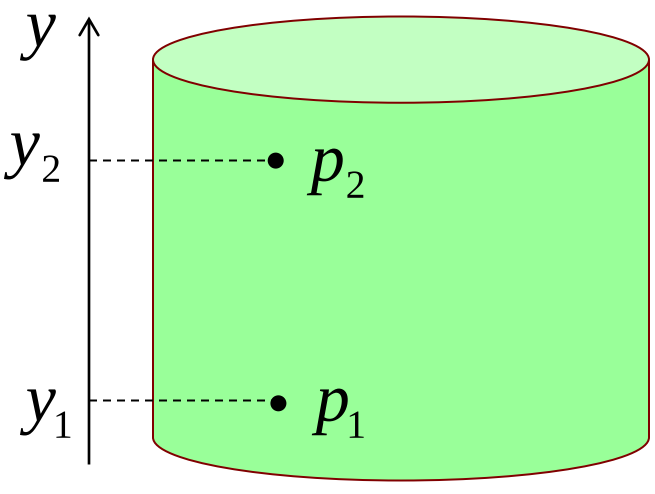
Equação de Bernoulli

Casos especiais:

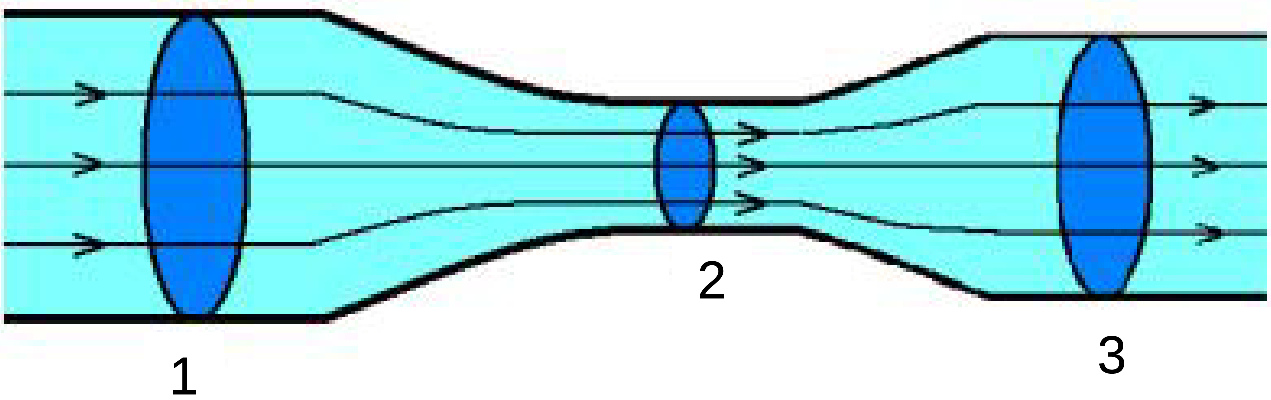
1. Fluido em repouso $(v_1 = v_2 = 0)$

$$p_1 + \rho g y_1 = p_2 + \rho g y_2 \quad \Rightarrow p_1 - p_2 = -\rho g\left(y_1 - y_2\right)$$

(equação da hidrostática)



2. Altura constante $(y_1 = y_2 = 0)$



Pela equação de continuidade: $v_2 > v_1$

[Como regra geral para campos vetoriais, a magnitude do campo é maior onde as linhas de campo são mais densas]

Onde a pressão é maior?

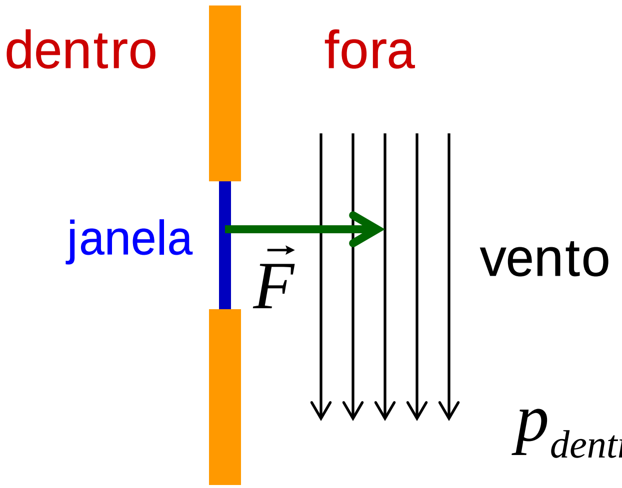
$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$p_1 > p_2$$

Pressão é maior onde a velocidade é menor e vice-versa!

Kits LADIF: Folhas e funil com bola de isopor

Janelas quebradas pelo vento...



$$p_{dentro} > p_{fora}$$

21. Um tubo oco possui um disco DD fixado a uma de suas extremidades (Fig. 16-33). Quando o ar com massa específica ρ é soprado através do tubo, o disco atrai o cartão CC. Seja A a área do cartão e v a velocidade média do ar entre o cartão e o disco. Determine a força resultante direcionada para cima que atua em CC. Despreze o peso do cartão e admita que $v_0 \ll v$, onde v_0 é a velocidade do ar no interior do tubo.

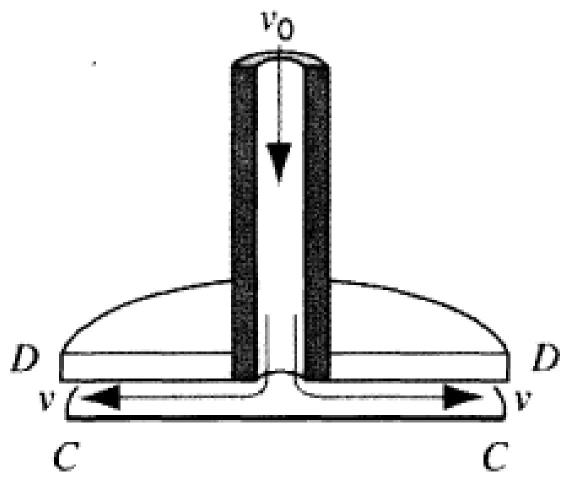
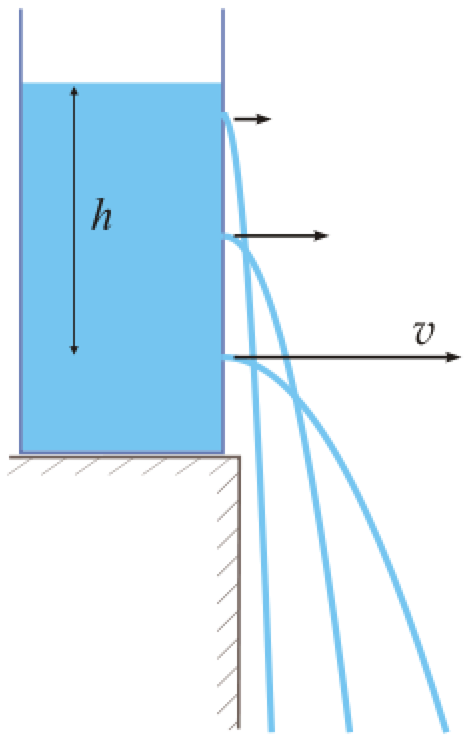


Fig. 16-33. Exercício 21.

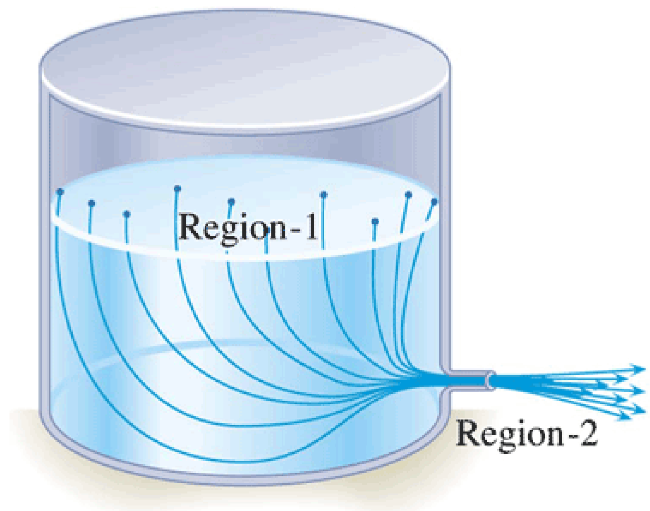
Furo no tanque d'água



14. A Fig. 16-29 mostra a descarga de um líquido através de um orifício situado a uma distância h abaixo da superfície do líquido contido em um tanque de grandes dimensões. O tanque é aberto na parte superior. *(a)* Aplique a equação de Bernoulli à linha de corrente que liga os pontos 1, 2 e 3, e mostre que a velocidade com que o líquido sai pelo orifício pode ser expressa por

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Este resultado é conhecido como *lei de Torricelli*. *(b)* Se a saída do orifício apontasse diretamente para cima, qual seria a altura máxima atingida pelo jato de líquido. *(c)* Como a viscosidade ou a turbulência afetariam esta análise?



(a)