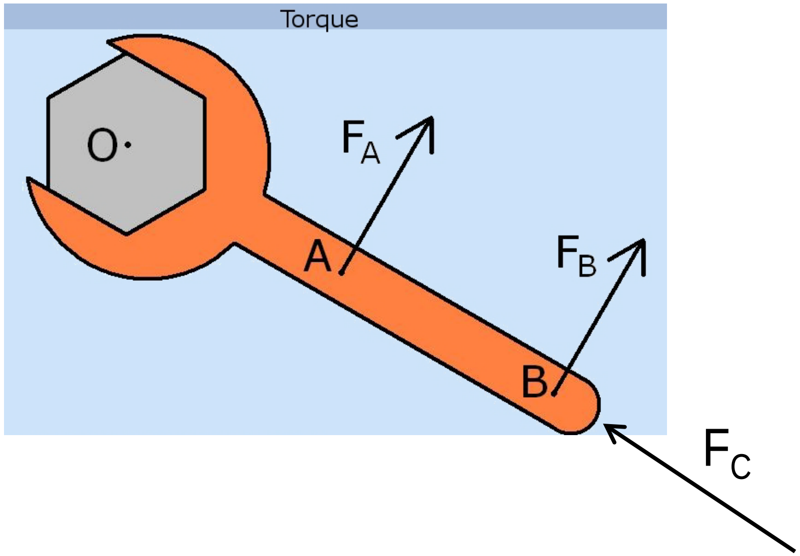
Capítulo 10 – Dinâmica do movimento de rotação

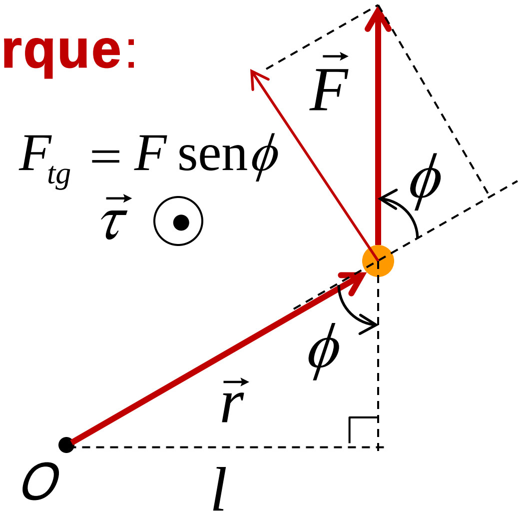
10.1 – Torque

Força causa aceleração. O que causa aceleração angular?

Vejamos o desenho ao lado. Claramente a força F_B deve causar uma aceleração angular maior que a força F_A, enquanto que a força F_C não deve causar aceleração angular nenhuma



Torque:



$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \text{ (vetor torque)}$$

Unidades S.I.: N.m

Direção e sentido: regra da mão direita

Módulo: $\left|\vec{\tau}\right| = \tau = rF\,\mathrm{sen}\phi = rF_{tg}$

Só há torque quando há componente tangencial da força (força radial não produz torque)

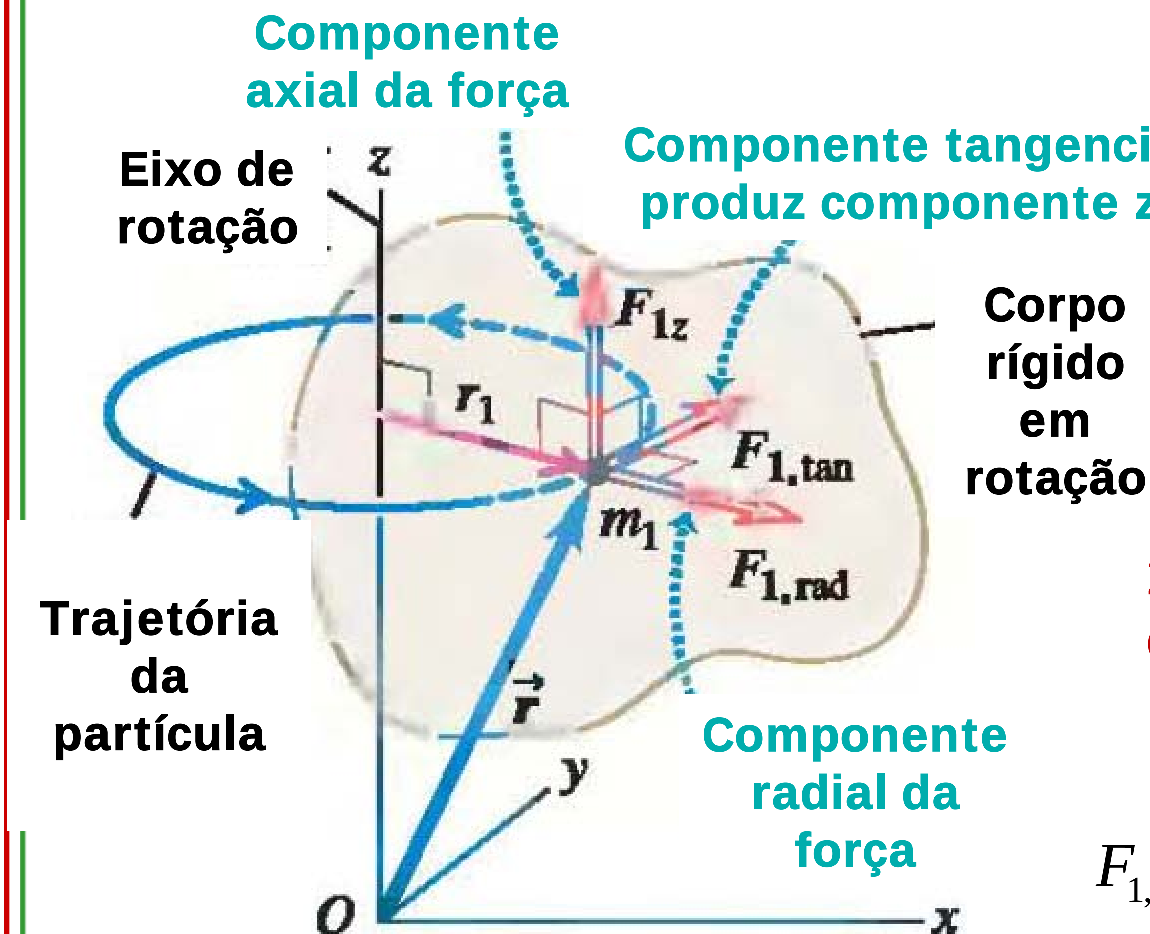
Outra interpretação do torque: $\tau = Fr\,\mathrm{sen}\phi = Fl$

l : Braço de alavanca

Exemplo: Y&F 10.1

10.2 – Torque e aceleração angular de um corpo rígido

Corpo rígido girando em torno de um eixo fixo: só a componente tangencial da força produz aceleração angular



2ª Lei de Newton para a componente tangencial:

$$F_{1,tg} = m_1 a_{1,tg}$$

$$F_{1,tg} r_1 = m_1 r_1 a_{1,tg} = m_1 r_1^2 \alpha_z$$

$$F_{1,tg} r_1 = m_1 r_1^2 \alpha_z$$

$\tau_{1,z}$

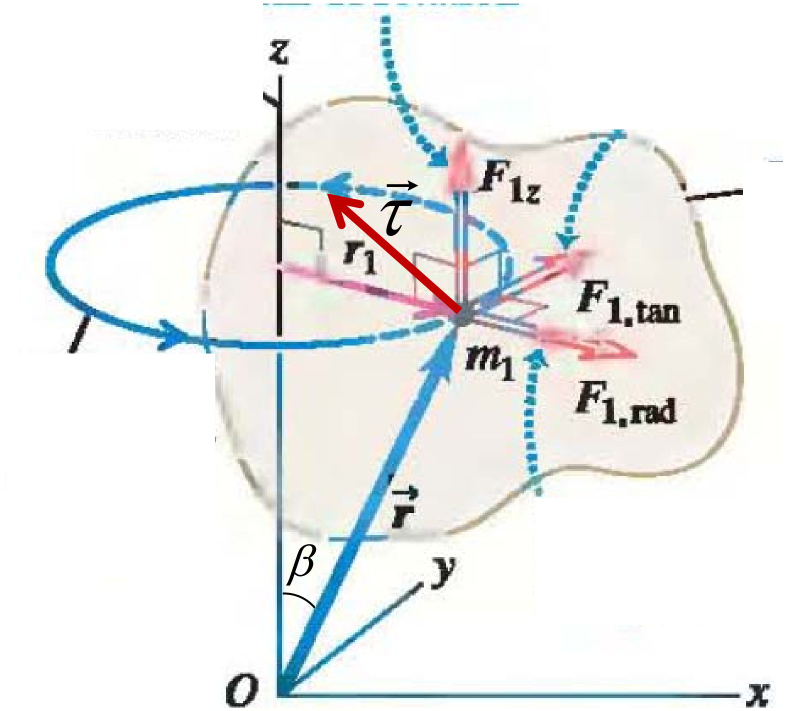
Componente *z* do torque

I_1

Momento de inércia em relação ao eixo

$$\tau_{1,z} = I_1 \alpha_z$$

Torque em relação a um ponto versus torque em relação a um eixo:



$$\tau = F_{1,tg} r$$

$$\tau_z = \tau \,\mathrm{sen}\beta = F_{1,tg} r \,\mathrm{sen}\beta = F_{1,tg} r_1$$

Somando por todas as partículas do CR:

$$\sum_i \tau_{i,z} = \left(\sum_i m_i r_i^2\right)\alpha_z$$

$$\boxed{\sum_i \tau_{i,z} = I\alpha_z}$$

2ª Lei de Newton para rotação de um corpo rígido

Repare que a soma dos torques inclui apenas as forças externas
(os torques das forças internas se cancelam pela 3ª Lei de Newton)

Exemplos: Y&F 10.2 e 10.3

10.3 – Rotação de um corpo rígido em torno de um eixo móvel

Movimento mais geral de um corpo rígido é a combinação da translação do centro de massa com a rotação em torno de um eixo que passa pelo centro de massa

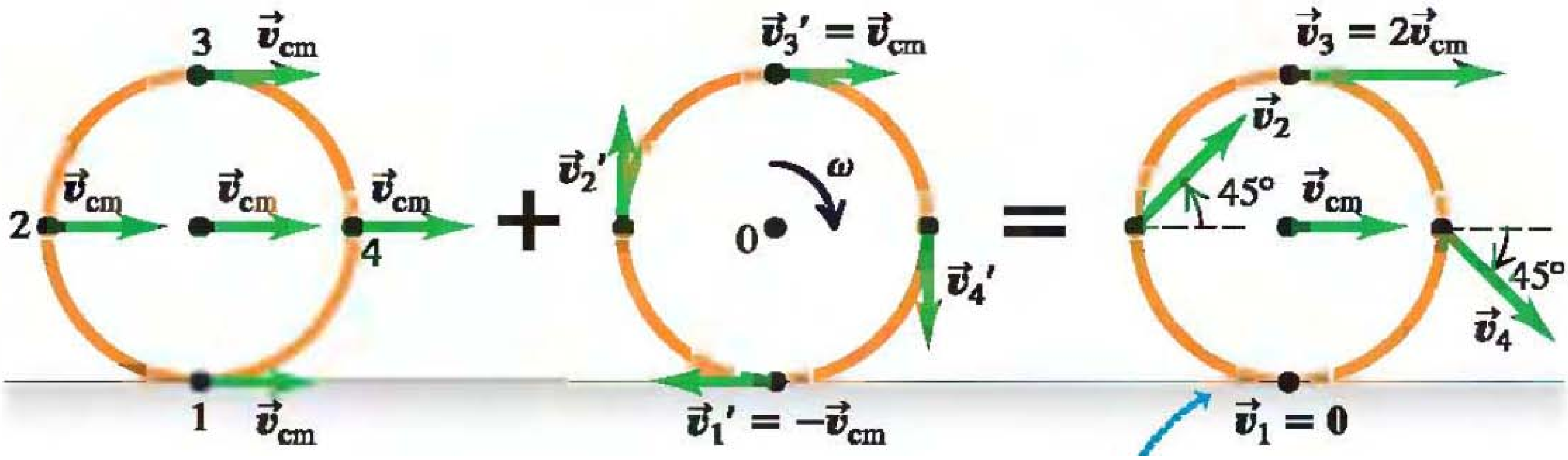
Energia cinética de um corpo rígido (quadro-negro):

$$K = \frac{1}{2} M V_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_{cm} \omega^2$$

Energia cinética de translação

Energia cinética de rotação

Rolamento sem deslizamento:



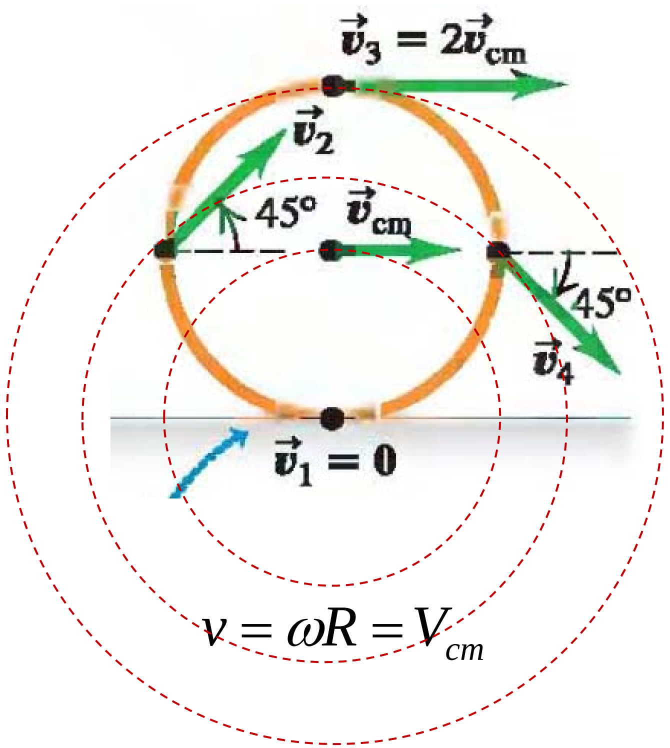
Ponto de contato com a superfície deve permanecer instantaneamente em repouso. Isto impõe a condição:

$$V_{cm} = R\omega$$

Como já dissemos, o movimento pode ser visto como a combinação da translação do centro de massa com a rotação em torno do eixo que passa pelo centro de massa, de modo que a energia cinética pode ser escrita como:

$$K = \frac{1}{2}MV_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega^2$$

Alternativamente, o movimento pode ser visto, instantaneamente, como uma rotação pura em torno do eixo que passa pelo ponto de contato com a mesma velocidade angular ω:



$$v = \omega R = V_{cm}$$

$$v = \omega(2R) = 2V_{cm}$$

Desta forma, a energia cinética é:

$$K = \frac{1}{2} I_1 \omega^2$$

Pelo Teorema dos Eixos Paralelos:

$$I_1 = I_{cm} + MR^2$$

Assim:

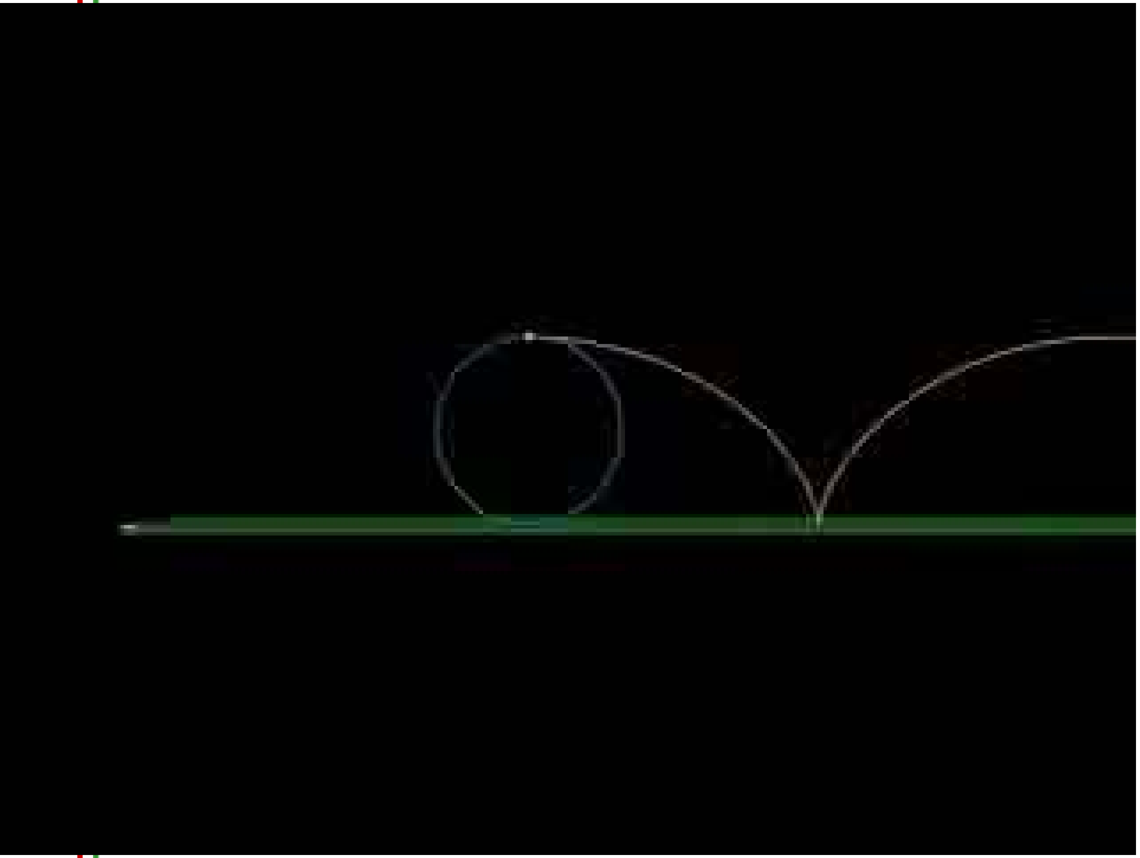
$$K = \frac{1}{2}\left(I_{cm} + MR^2\right)\omega^2$$

$$K = \frac{1}{2} M\omega^2 R^2 + \frac{1}{2} I_{cm}\omega^2$$

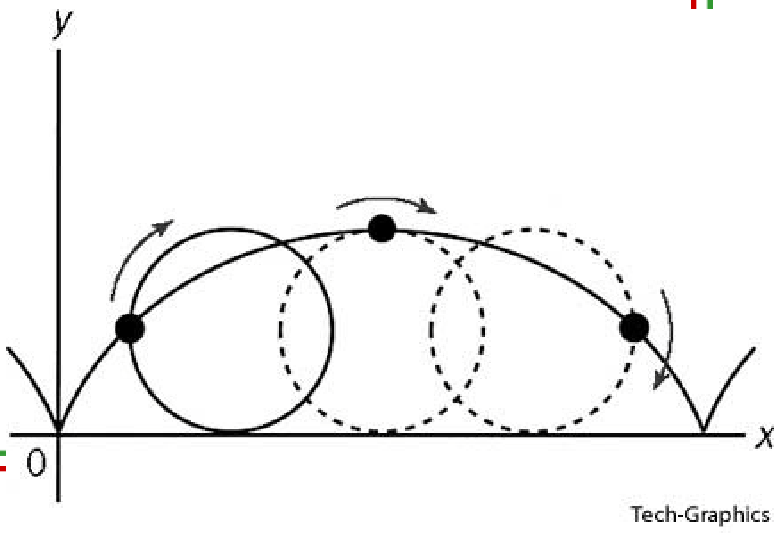
$$K = \frac{1}{2} MV_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_{cm}\omega^2$$

(de acordo com o resultado do slide anterior)

Trajetória de um ponto qualquer de uma roda ou anel: ciclóide



http://www.youtube.com/watch?v=kr6-IZ925Cc&NR=1



Exemplos: Y&F 10.4 e 10.5 (kit LADIF)

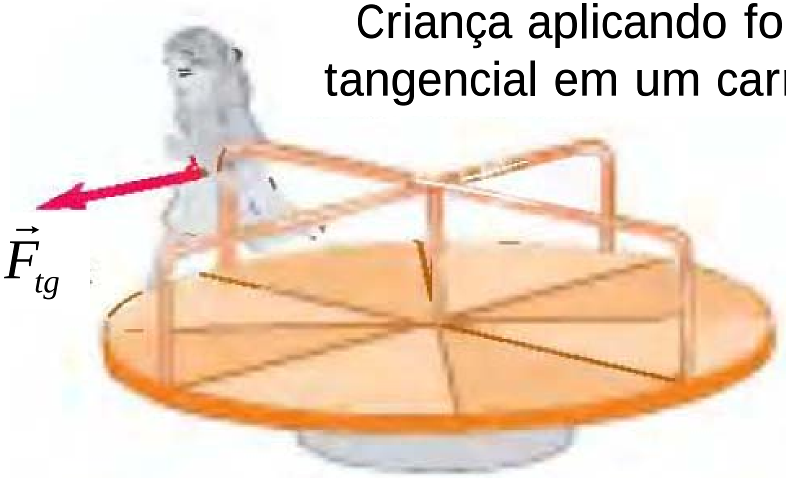
Dinâmica do movimento combinado de translação e rotação:

Devemos usar as equações: $\begin{cases} \sum \vec{F}_{ext} = M\vec{A}_{cm} \\ \sum \tau_z = I_{cm}\alpha_z \end{cases}$

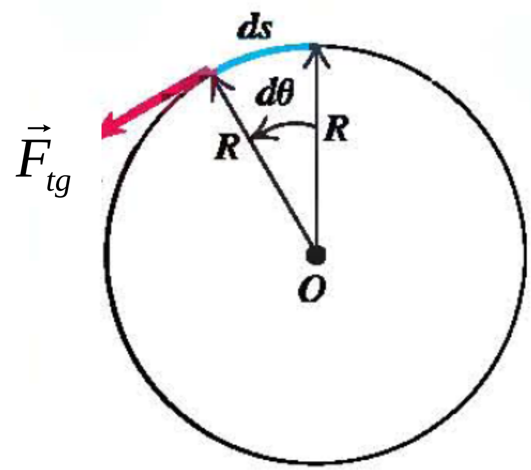
Exemplos: Y&F 10.6 e 10.7

Demonstração LADIF: Carretel (fazer Problema Y&F 10.71)

10.4 – Trabalho e potência no movimento de rotação



Criança aplicando força tangencial em um carrosel



Trabalho infinitesimal: $dW = F_{tg}\,ds = F_{tg}\,R\,d\theta = \tau_z\,d\theta$

Trabalho total para deslocamento entre θ_1 e θ_2: $W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau_z\,d\theta$

Se o torque for constante: $W = \tau_z(\theta_2 - \theta_1) = \tau_z \Delta\theta$

Teorema trabalho-energia cinética para o corpo rígido:

$$dW = \tau_z \, d\theta = (I\alpha_z) d\theta = I \frac{d\omega_z}{dt} d\theta = I \frac{d\theta}{dt} d\omega_z = I\omega_z d\omega_z$$

Integrando:

$$W = I \int_{\omega_1}^{\omega_2} \omega_z d\omega_z = \frac{1}{2} I\omega_2^2 - \frac{1}{2} I\omega_1^2 = \Delta K$$

Potência:

$$dW = \tau_z \, d\theta$$

$$\frac{dW}{dt} = \tau_z \frac{d\theta}{dt}$$

$P = \tau_z \, \omega_z$ (análogo a $P = F_x v_x$)

Expandindo a analogia entre a cinemática linear de uma partícula e a rotação de um corpo rígido em torno de um eixo fixo:

Cinemática de uma partícula		Rotação de um CR em torno de um eixo fixo	
Posição	x	Ângulo	θ
Velocidade	v_x	Velocidade angular	ω_z
Aceleração	a_x	Aceleração angular	α_z
Massa	m	Momento de inércia	I
Energia cinética	$\frac{1}{2}mv_x^2$	Energia cinética	$\frac{1}{2}I\omega_z^2$
Força	F_x	Torque	τ_z
2a. Lei	$\sum F_{x,ext} = ma_x$	2a. Lei	$\sum \tau_{z,ext} = I\alpha_z$
Trabalho	$dW = F_x dx$	Trabalho	$dW = \tau_z d\theta$
Potência	$P = F_x v_x$	Potência	$P = \tau_z \omega_z$

Exercícios propostos
Física I – Mecânica
Sears-Zemansky & Young-Freedman
12a. Edição - Pearson - Addison-Wesley

Cap 10:
1, 2, 3, 4, 5, 7, 10, 13, 16, 19, 20, 21, 26, 27, 32,

Próximas aulas:

6a. Feira 11/11: Aula de Exercícios (sala A-327)

4a. Feira 16/11: Aula de Magna (sala A-343)