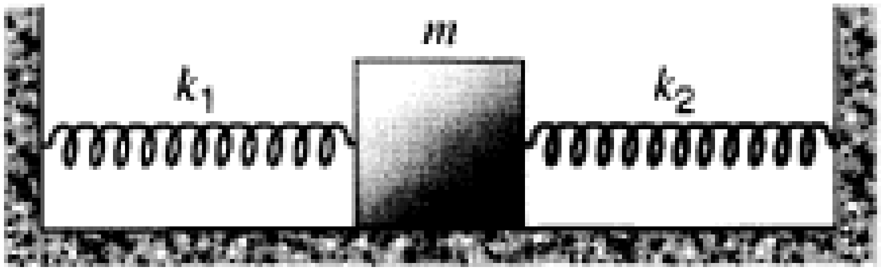
16. Um tubo em U é preenchido com um líquido homogêneo. O líquido é temporariamente pressionado por um pistão em um dos lados do tubo. O pistão é removido e o nível do líquido em cada um dos lados passa a oscilar. Mostre que o período de oscilação deste movimento é $\pi\sqrt{2L/g}$, onde L é o comprimento total do líquido no interior do tubo.

12. Um bloco está sobre um pistão que se move verticalmente com movimento harmônico simples. (*a*) Para que amplitude o bloco se separa do pistão, sabendo-se que o período do movimento é de 1,18 s? (*b*) Determine a freqüência máxima para a qual o bloco e o pistão permanecerão continuamente em contato, para uma amplitude de 5,12 cm.

5. Duas molas são fixadas a um bloco de massa m, que pode deslizar sem atrito sobre uma superfície horizontal, conforme mostrado na Fig. 17-30. Mostre que a freqüência de oscilação do bloco é

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} = \sqrt{f_1^2 + f_2^2},$$

onde f_1 e f_2 são as freqüências com as quais o bloco oscilaria se fosse conectado apenas à mola 1 ou à mola 2. (O análogo elétrico deste sistema é uma combinação em série de dois capacitores.)

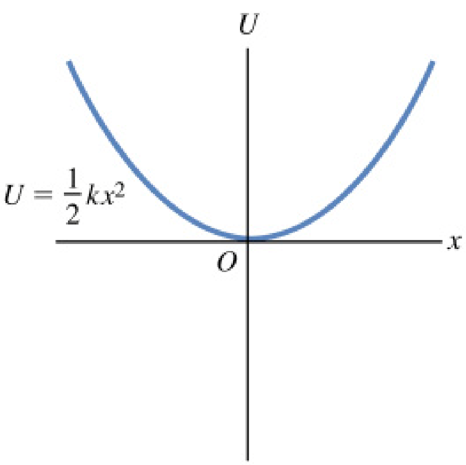


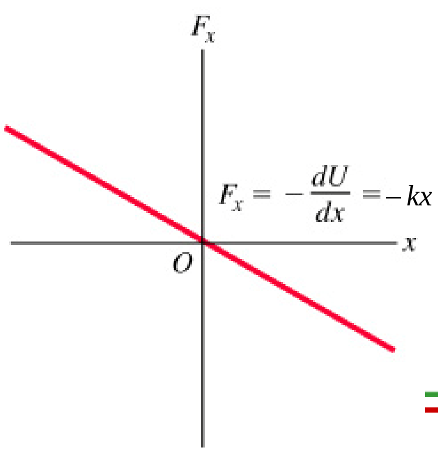
17.4 – A energia no MHS

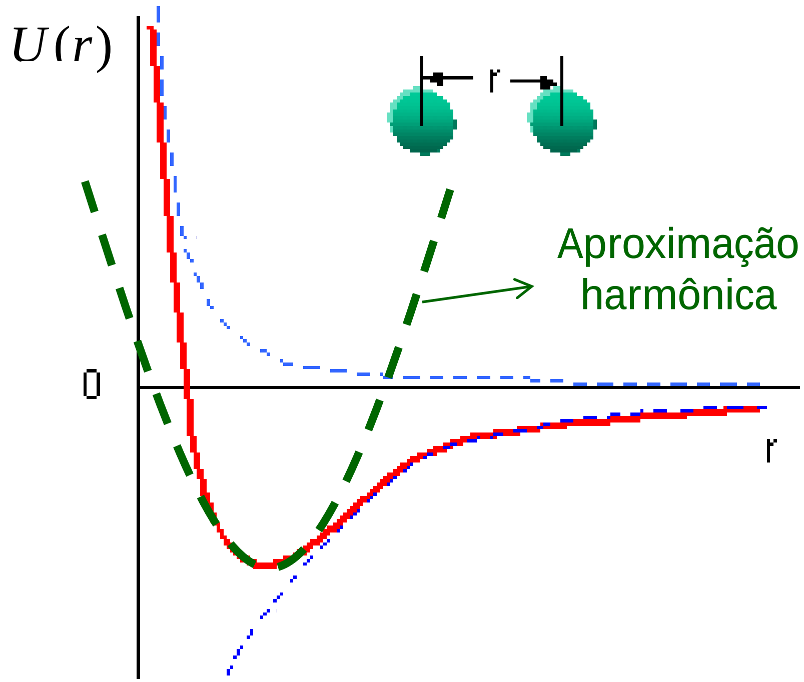
Energia potencial: $$\boxed{U = \frac{1}{2}kx^2}$$ (energia potencial elástica)

Na maioria dos sistemas reais, isto é uma aproximação para a energia potencial, válida apenas no limite de oscilações de pequena amplitude em torno do mínimo.

Exemplo: molécula diatômica







A energia potencial oscila no tempo: $U = \frac{1}{2}kx^2$

Sabendo que: $x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)$

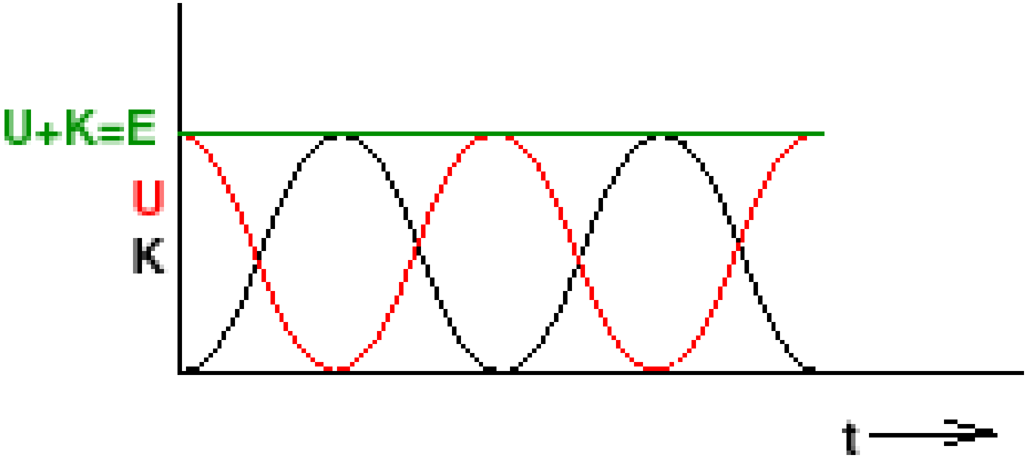
Então: $U(t) = \frac{1}{2}kx_m^2 \cos^2(\omega t + \phi)$

A energia cinética também oscila no tempo: $K = \frac{1}{2}mv^2$

Sabendo que: $v(t) = -\omega x_m \text{sen}(\omega t + \phi)$

Então: $K(t) = \frac{1}{2}m\omega^2 x_m^2 \text{sen}^2(\omega t + \phi) = \frac{1}{2}kx_m^2 \text{sen}^2(\omega t + \phi)$

Considerando $\phi = 0$:



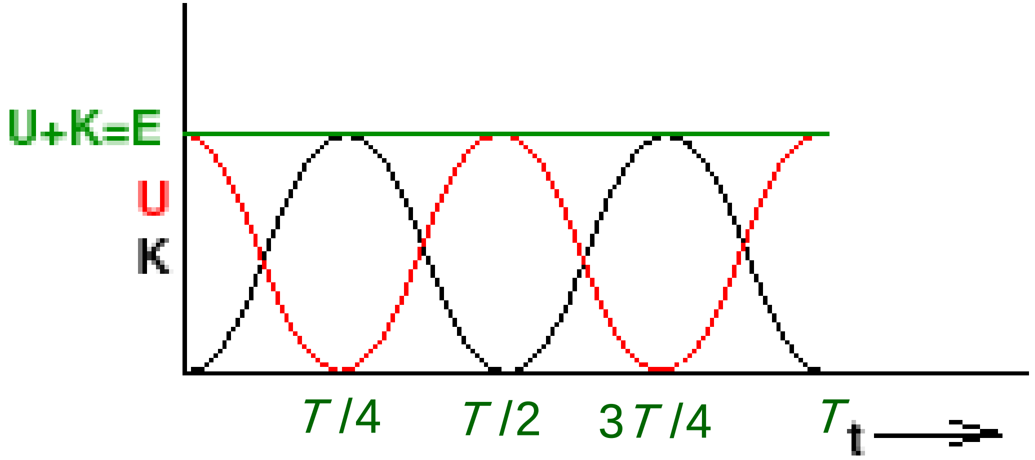
A energia do sistema oscila entre cinética e potencial

Energia total: $E = K + U \quad = \frac{1}{2} k x_m^2 \operatorname{sen}^2(\omega t + \phi) + \frac{1}{2} k x_m^2 \cos^2(\omega t + \phi)$

$$= \frac{1}{2} k x_m^2 \left[\operatorname{sen}^2(\omega t + \phi) + \cos^2(\omega t + \phi)\right]$$

$$\boxed{E = \frac{1}{2} k x_m^2}$$

A energia mecânica não depende do tempo, se conserva (sistema não-dissipativo)



Podemos obter a equação diferencial do oscilador harmônico a partir da conservação da energia!

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \text{constante}$$

Derivando $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \text{constante}$ em relação ao tempo:

$$\frac{1}{2}m\left(2\cancel{v}\frac{dv}{dt}\right) + \frac{1}{2}k\left(2x\cancel{\frac{dx}{dt}}\right) = 0 \Rightarrow \boxed{m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx}$$

19. Um estilingue grande (hipotético) é distendido de 1,53 m a fim de lançar um projétil de 130 g com velocidade suficiente para escapar da Terra (11,2 km/s). (*a*) Qual deve ser a constante elástica desse dispositivo, supondo que toda a energia potencial seja convertida em energia cinética? (*b*) Admita que uma pessoa normal possa exercer uma força de 220 N. Quantas pessoas são necessárias para distender este estilingue?

22. Um objeto de 5,13 kg se move numa superfície horizontal sem atrito, sob a influência de uma mola com constante elástica de 9,88 N/cm. O objeto é deslocado de 53,5 cm e sujeito a uma velocidade inicial de 11,2 m/s direcionada para a posição de equilíbrio. Determine (*a*) a freqüência do movimento, (*b*) a energia potencial inicial do sistema, (*c*) a energia cinética inicial e (*d*) a amplitude do movimento.

11. Um bloco de massa M, em repouso sobre uma mesa horizontal sem atrito, é fixado a um suporte rígido através de uma mola cuja constante elástica é k. Um projétil de massa m e velocidade v atinge o bloco, conforme mostrado na Fig. 17-33; o projétil fica preso ao bloco. Determine a amplitude do movimento harmônico simples resultante, em função de m, M, v e k.