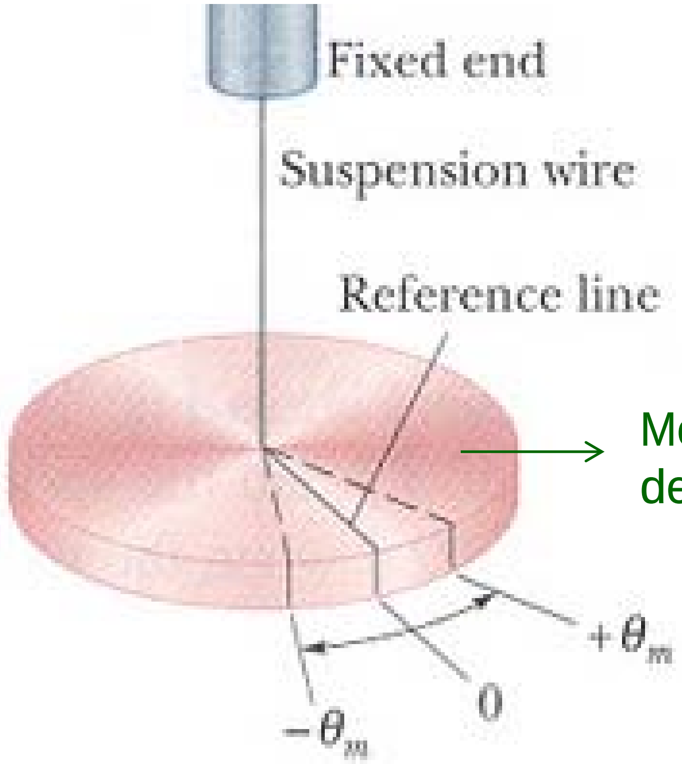
17.5 – Aplicações do MHS

(1) Pêndulo de torção



Momento de inércia *I*

Torque restaurador: $\tau = -\kappa\theta$

Constante de torção

2a. Lei de Newton para rotações: $\tau = I\alpha = I\dfrac{d^2\theta}{dt^2}$

$$-\kappa\theta = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{\kappa}{I}\theta$$

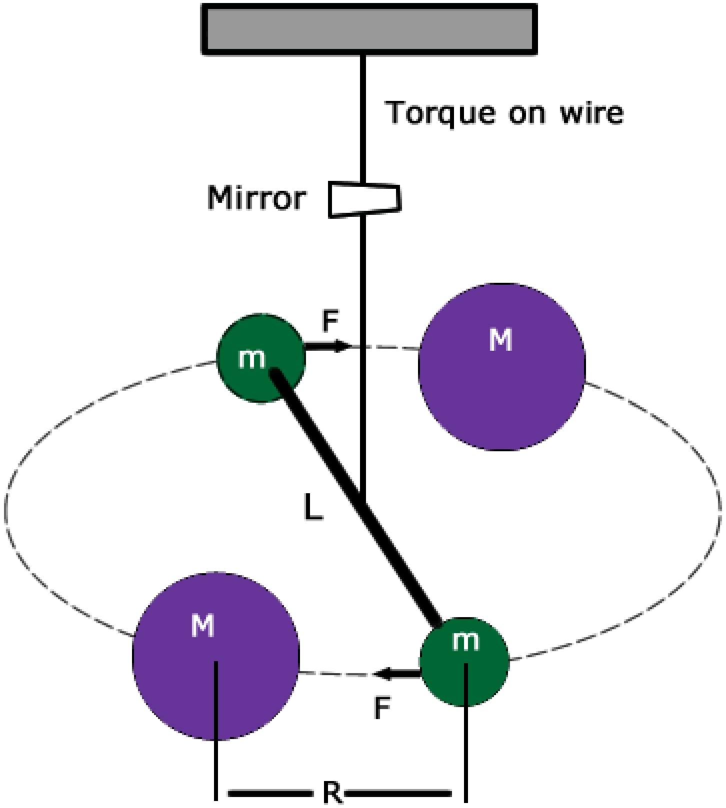
(Equação do OHS)

Solução: $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega t + \phi)$, com $\omega = \sqrt{\dfrac{\kappa}{I}}$

Aplicações

Relógios

Experiência de Cavendish
(1797-98)



Problema Resolvido 17-4.

Uma barra fina uniforme com massa $M = 0{,}112$ kg e comprimento $L = 0{,}096$ m é suspensa por um fio que passa pelo seu centro geométrico e é perpendicular ao seu comprimento. O fio é torcido e a barra é colocada em oscilação. O período de oscilação medido vale 2,14 s. Quando uma chapa plana com a forma de um triângulo retângulo é suspensa pelo mesmo fio através de seu centro de massa, o período medido é de 5,83 s. Determine a inércia rotacional da chapa triangular em relação a um eixo que passa pelo seu centro de massa.

(2) Pêndulo simples

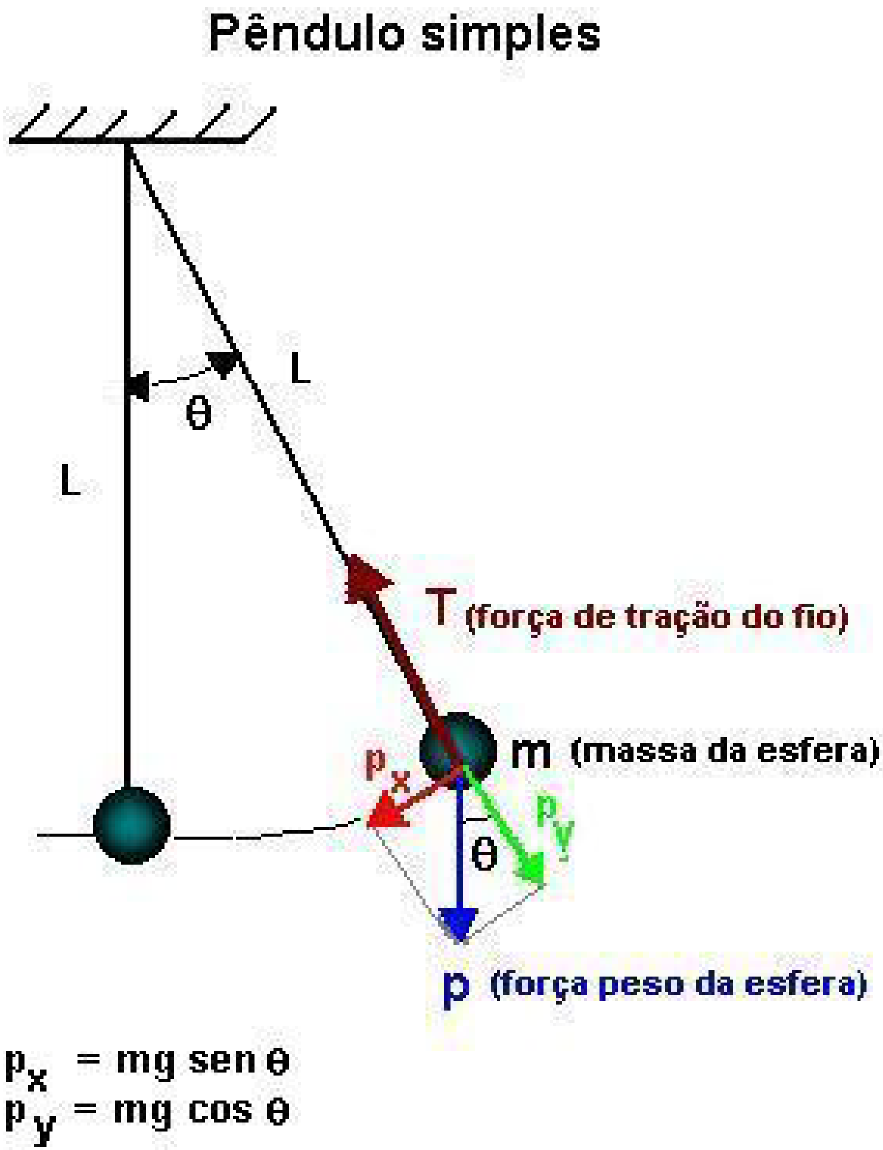
Momento de inércia: $I = mL^2$

Torque: $\tau = -mgL\,\mathrm{sen}\,\theta$

2a. Lei: $-mgL\,\mathrm{sen}\,\theta = mL^2 \dfrac{d^2\theta}{dt^2}$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\,\mathrm{sen}\,\theta$$

Não é a equação do OHS!



Aproximação de pequenos ângulos

Para θ << 1, sen θ ≈ θ

Ângulo em graus	Ângulo em radianos	Seno
15	0.26180	0.25882
10	0.17453	0.17365
5	0.08727	0.08716
1	0.01745	0.01745

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\operatorname{sen}\theta \quad \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\theta$$ (Equação do OHS)

Solução: $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega t + \phi)$, com $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$

Período: $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$ Não depende da amplitude e nem da massa (Galileu)

Galileu Galilei (1564-1642) e o candelabro da catedral de Pisa

Princípio da Equivalência (massa inercial = massa gravitacional)

Caso contrário, teríamos:

Massa inercial

Momento de inércia: $I = m_i L^2$

Torque: $\tau = -m_g g L \operatorname{sen}\theta$ $\quad \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_i L}{m_g g}}$

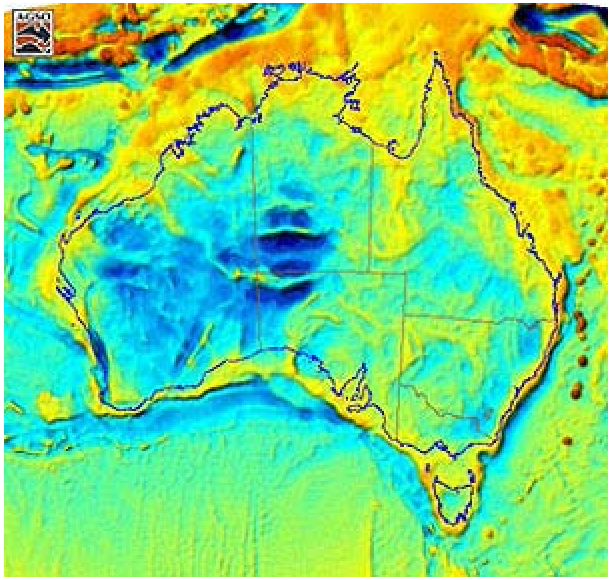
Massa gravitacional

Se a amplitude não for pequena, a solução é mais complicada:
período depende da amplitude

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\left(1+\frac{1}{2^2}\operatorname{sen}^2\frac{\theta_m}{2}+\frac{3^2}{2^2 4^2}\operatorname{sen}^4\frac{\theta_m}{2}+\ldots\right)$$

Aplicações do pêndulo:

Medição
do tempo

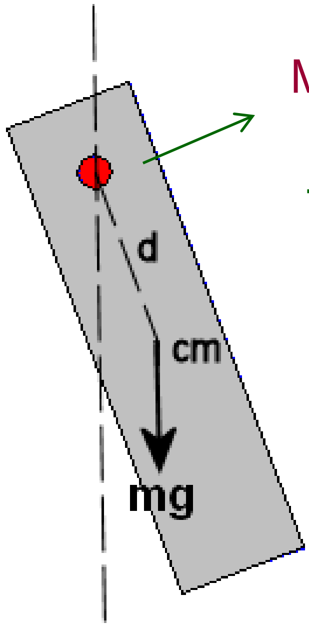


Medição
de g

Flutuações do campo
gravitacional na Austrália

22. Um pêndulo simples de comprimento L e massa m está preso a um carro que se move com velocidade constante v em uma trajetória circular de raio R. Qual será o período do movimento, sabendo-se que o pêndulo executa pequenas oscilações em torno da posição de equilíbrio?

(3) Pêndulo físico



Momento de inércia I (em relação ao eixo de rotação)

Torque: $\tau = -mgd\,\mathrm{sen}\,\theta \approx -mgd\theta$ (pequenas oscilações)

2a. Lei: $-mgd\theta = I\dfrac{d^2\theta}{dt^2} \Rightarrow \dfrac{d^2\theta}{dt^2} = -\dfrac{mgd}{I}\theta$ (MHS)

Solução: $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega t + \phi)$, com $\omega = \sqrt{\dfrac{mgd}{I}}$

Período: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{I}{mgd}}$

Problema Resolvido 17-5.

Um disco uniforme é rotulado em um ponto da sua periferia (Fig. 17-12). Determine o seu período para pequenas oscilações e o comprimento do pêndulo simples equivalente.

Demonstração: pêndulo físico

32. Existe uma relação interessante entre o sistema bloco-mola e o pêndulo simples. Suponha que se pendure um objeto de massa M no extremo de uma certa mola e que, quando ele atinge o equilíbrio, a mola tenha se distendido de um comprimento h. Mostre que a freqüência deste sistema bloco–mola é idêntica à de um pêndulo simples de massa m e comprimento h, mesmo se $m \neq M$; veja a Fig. 17-26.