

# A Resistência do Ar e o Movimento de Projéteis

Cássio Marinho

Euclides Barbosa Neto

Thiago Moreno

*Instituto de Física*

*Curso de Licenciatura*

Orientador: Carlos Eduardo Aguiar

# Resumo:

- A resistência do ar
- Os cursos de física básica
- Quando a resistência é importante?
- Conclusões

# A resistência do ar



$$F_a = \frac{1}{2} C_a \rho_{ar} A V^2$$

$\rho_{ar}$  = densidade do ar = 1.22 kg/m<sup>3</sup>

$A$  = área “frontal”

$C_a$  = *coeficiente de arrasto*

# Alguns coeficientes de arrasto

Bola	0.4
Carro esporte	0.3 – 0.4
Carro de passeio	0.4 – 0.5
Avião subsônico	0.12
Paraquedista	1.0 - 1.4
Homem ereto	1.0 – 1.3

# A resistência do ar na física básica

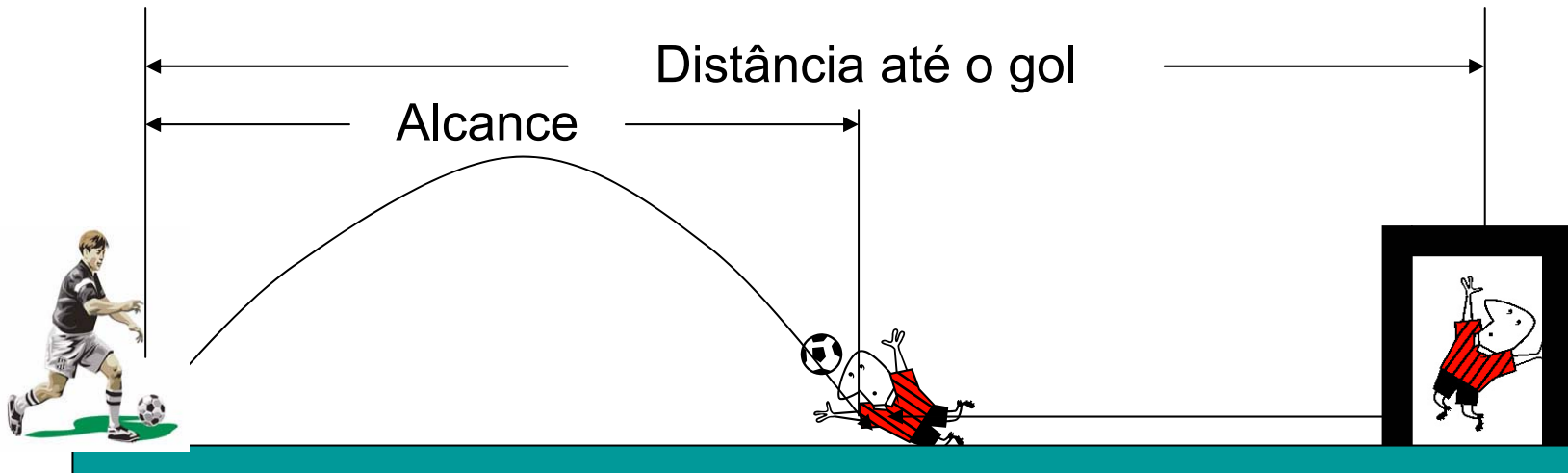
- Resistência do ar é desprezada na maioria dos problemas.
- Muitas vezes esta aproximação é irreal.
- Por exemplo:

Uma bola de futebol é chutada com velocidade inicial de  $19,2 \text{ m/s}$ , num ângulo de  $45^\circ$ , em direção ao gol. Um goleiro, que está a  $54,6 \text{ m}$  de distância, na linha do gol, começa a correr para interceptá-la. Qual deve ser a sua velocidade média, para agarrar a bola no exato instante em que bate no solo? *Despreze a resistência do ar.*

*Fundamentos de Física, Halliday, Resnick e Walker, 4a edição, vol.1, cap.4, problema 46P.*

# Solução sem a resistência

- Alcance da bola = 37,75 m
- Tempo de vôo = 2,78 s
- Velocidade do goleiro =  $(54,6 - 37,75)/2,78 = 6,06$  m/s



# Considerando a resistência do ar

Modelo

$x^n$   $\sqrt{x}$   $\pi$   $e$   $\Delta x$   $x \sim$   $\ln x$

$$\frac{dx}{dt} = vx$$
$$\frac{dy}{dt} = vy$$
$$\frac{dvx}{dt} = \frac{fx}{m}$$
$$\frac{dvy}{dt} = \frac{fy}{m}$$
$$A = \pi \times R^2$$
$$v = \sqrt{vx^2 + vy^2}$$
$$fx = -0.5 \times Ca \times ro \times A \times v \times vx$$
$$fy = -(0.5 \times Ca \times ro \times A \times v \times vy + m \times g)$$

Condições Iniciais

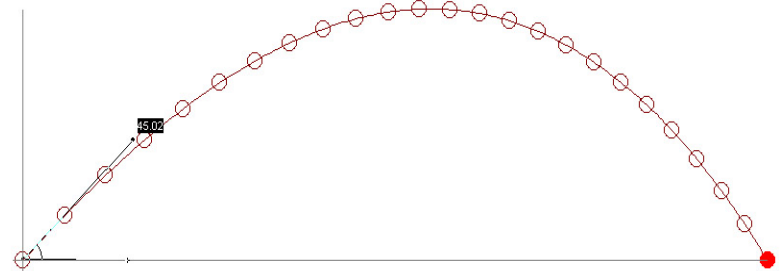
Parâmetros

caso 1	
$m$	0.40
$R$	0.11
$Ca$	0.40
$ro$	1.22
$g$	9.80

Valores Iniciais

caso 1	
$x$	0.00
$y$	0.00
$vx$	13.58
$vy$	13.58

Simulação com  
Modellus



**tempo\_final = 2.40 alcance = 23.30**

# Comparação

	Alcance (m)	Tempo (s)	Veloc. goleiro (m/s)
Sem resistência	37.8	2.8	6.1
Com resistência	23.3	2.4	13.0



Recorde mundial dos 100 m rasos  $\approx 10$  m/s



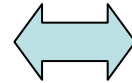
Em 10 outros problemas retirados  
de livros-texto...

Erro médio = 61%

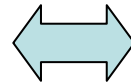
Os problemas foram escolhidos e resolvidos pelos alunos da  
disciplina *Informática no Ensino de Ciências*, em 2005/1.

# Quando a resistência do ar pode ser desprezada?

Força de arrasto desprezível



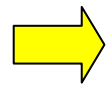
$$\frac{F_{\text{arrasto}}}{mg} \ll 1$$



$$\frac{F_{\text{arrasto}}}{mg} = \frac{0.5 C_a \rho_{\text{ar}} A v^2}{mg}$$

Velocidade inicial para um dado alcance (L):

$$v^2 = \frac{gL}{\text{sen}(2\theta)} \approx gL$$



$$\frac{F_{\text{arrasto}}}{mg} \approx \frac{0.5 C_a \rho_{\text{ar}} AL}{m} = \frac{L}{L_0} \quad \text{onde}$$

$$L_0 = \frac{m}{0.5 C_a \rho_{\text{ar}} A}$$

# Quando a resistência do ar pode ser desprezada?

alcance  $\ll L_0 \Leftrightarrow$  resistência desprezível

Bola	Raio (m)	Massa (kg)	$L_0$ (m)
Futebol	0.11	0.45	48
Voleibol	0.10	0.27	32
Tênis	0.033	0.058	72
Basquete	0.12	0.60	53
Pingpong	0.020	0.0027	9

# Conclusões

- Não constitui boa prática pedagógica desprezar a resistência do ar em situações onde ela obviamente é importante.
- É fácil saber quando a resistência do ar deve ser levada em conta.
- Os efeitos da resistência do ar podem ser estudados com programas de modelagem acessíveis a alunos do ensino médio (por ex. *Modellus*).