



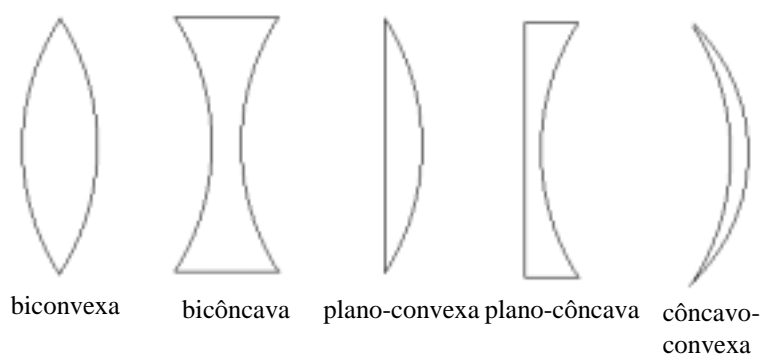
## Lentes

Você já deve ter visto ou usado **lentes** muitas vezes: em óculos, máquinas fotográficas, binóculos, lunetas, microscópios. No cinema, são usadas lentes para a projeção da imagem dos filmes.

Uma **lente** é um sistema óptico que consiste de dois ou mais diopros, sendo pelo menos um deles curvo (não plano). As lentes que possuem apenas dois diopros são denominadas lentes simples; se forem mais de dois, denominam-se lentes compostas.

Uma lente simples é feita de material transparente (vidro, plástico ou outros) e possui duas faces. A face curva ou não plana é, em geral, esférica. Na Figura 78 são mostrados alguns tipos de lentes e suas denominações.

**Figura 78**  
*alguns tipos de lentes*



As lentes podem ser ainda classificadas por sua espessura, como finas (*delgadas*) ou grossas (*espessas*), conforme seja possível ou não desprezar os efeitos de sua espessura. As lentes apresentam comportamento parecido com o dos espelhos esféricos, que você já estudou. Os raios luminosos são agora refratados (em vez de refletidos), mas haverá também convergência (ou divergência) para um foco e formação de imagens, que podem ser reais ou virtuais.

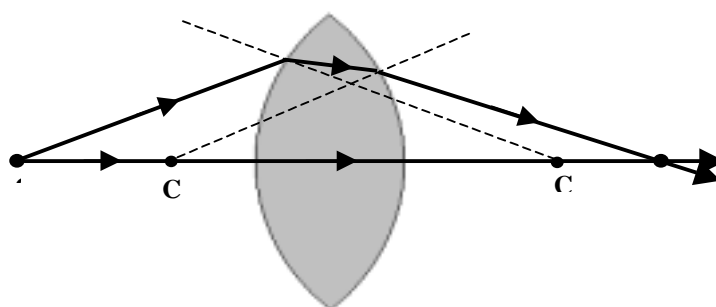
Como a luz pode incidir por dois lados, agora temos dois focos,  $F_1$  e  $F_2$ . Mais à frente vamos demonstrar que, se o meio em ambos os lados da lente for o mesmo e a lente for delgada, a distância de qualquer um deles à lente é a mesma, representada pela letra  $f$  e denominada **distância focal da lente**.

### **Lentes convergentes e divergentes**

Na Figura 79, mostra-se o trajeto de dois raios de um feixe que emana de um ponto luminoso (objeto O) e incide sobre uma lente biconvexa espessa.

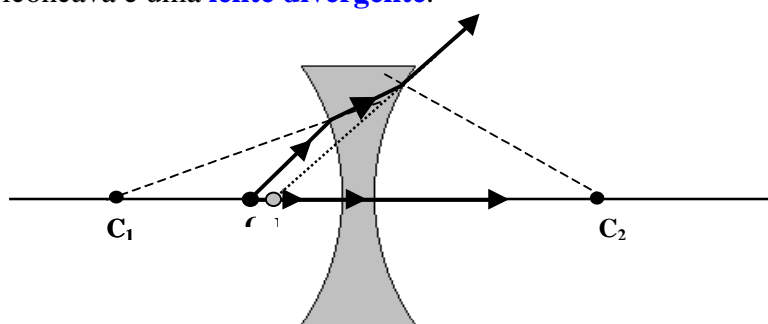
Suponha que a lente esteja envolta em um meio menos refringente do que o material de que é feita, por exemplo, uma lente de vidro no ar. Um dos raios coincide com o eixo da lente, não sofrendo desvios, pois cruza perpendicularmente as duas superfícies. Outro raio refrata-se nas duas superfícies da lente e termina por convergir para o eixo, formando uma imagem  $I$  do objeto  $O$ , na interseção com o primeiro raio. Nesse caso podemos dizer que a lente biconvexa é uma **lente convergente**.

*Figura 79*  
*lente convergente*



Nas mesmas condições, como mostrado na Figura 80, numa lente bicôncava o segundo raio diverge do eixo e seu prolongamento para trás intercepta o primeiro raio, formando aí uma imagem virtual do objeto  $O$ . Dizemos que a lente bicôncava é uma **lente divergente**.

*Figura 80*  
*lente divergente*



Nas Figuras 79 e 80,  $C_1$  e  $C_2$  são os centros de curvatura das superfícies. Duas linhas tracejadas com início neles mostram a direção da normal nos pontos em que o segundo raio cruza as superfícies.

Ao estudarmos as propriedades das lentes, verificamos que:

- Todas as lentes que têm a parte central mais grossa que as bordas são **lentes convergentes**.
- Todas as lentes que têm as bordas mais grossas que a parte central são **lentes divergentes**.

### Centro óptico de uma lente: raio principal

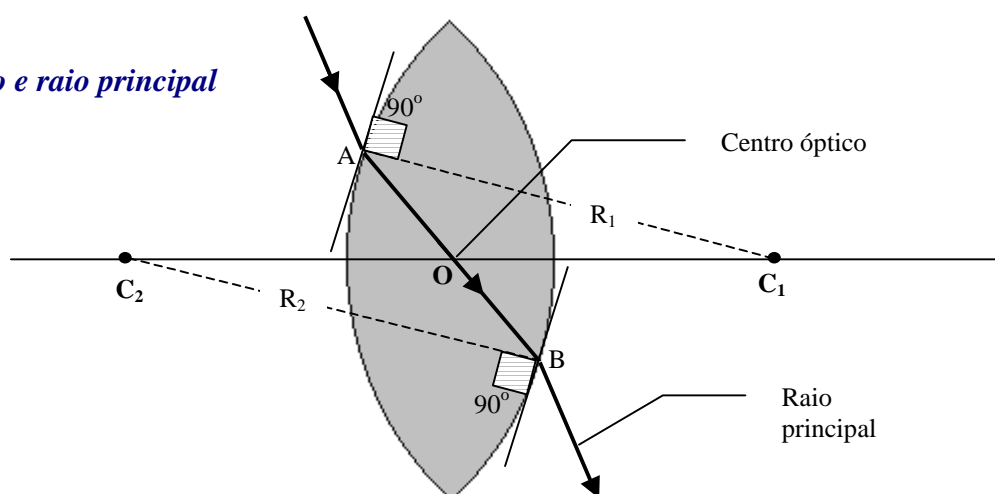
Vimos que o raio luminoso que coincide com o eixo da lente não sofre desvio. Vamos mostrar agora que qualquer raio que incida sobre a lente e emerge paralelamente à direção de incidência passa através de um ponto denominado **centro óptico**. Em casos particulares, esse ponto coincidirá com o centro geométrico da lente. Na Figura 81, dois segmentos representando planos tangentes às superfícies esféricas, e paralelos entre si, foram desenhados nos pontos A e B. Por essa construção, os raios geométricos  $R_1$  e  $R_2$  serão também paralelos entre si e os triângulos  $AOC_1$  e  $BOC_2$  serão semelhantes (por quê?), portanto:

$$OC_1 / OC_2 = R_1 / R_2$$

Como numa lente  $R_1$  e  $R_2$  são fixos, então a posição do ponto O é também fixa, o que completa a demonstração.

A Figura 81 mostra que o raio comporta-se como se estivesse atravessando uma lâmina de faces paralelas que, como você já estudou, produz um desvio lateral proporcional à espessura da mesma. Para uma lente fina (ou delgada), que estudaremos em detalhe mais adiante, o desvio lateral é muito pequeno e pode ser desprezado. Nesse caso qualquer raio luminoso que passe pelo ponto O atravessará a lente sem desvio, exatamente como acontece com os raios que coincidem com o eixo. A qualquer um desses raios damos o nome de **raio principal**. Além disso, numa lente delgada, simplesmente coloca-se o ponto O no centro geométrico.

**Figura 81**  
*centro óptico e raio principal*

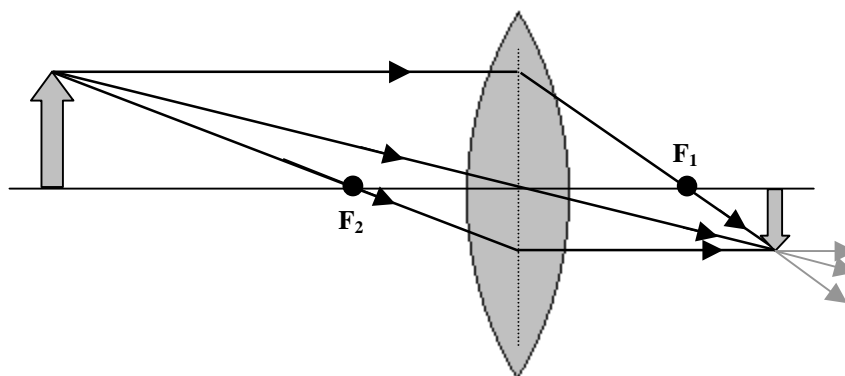


### *Formação de imagens em lentes convergentes*

Nas figuras a seguir, mostramos três situações de formação de imagens em uma lente convergente (no caso, uma lente biconvexa). As figuras referem-se ao que ocorre em lentes de pequena espessura, o que se representa na construção supondo-se que o desvio ocorre num plano central, indicado pela linha tracejada — é a aproximação das lentes delgadas, que estudaremos mais adiante. É importante notar também que todos os casos se referem à situação mais comum, que é a de a lente encontrar-se envolta em um meio cujo índice de refração é menor que o do material do qual ela é feita. Em geral o meio é o ar e o material da lente é o vidro, acrílico, etc.

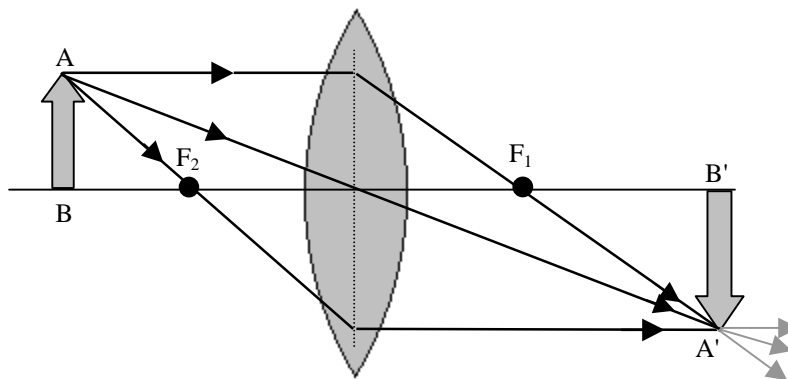
Na Figura 82, o objeto encontra-se afastado da lente de uma distância maior que  $2f$ , ou seja  $o > 2f$ , nesse caso imagem formada é real, invertida e menor. Observe a construção e compare com a dos espelhos esféricos: o raio paralelo aqui também converge para o foco  $F_1$ , que está do outro lado, e o raio que passa pelo foco  $F_2$  sai paralelo do outro lado. Desenhamos também um raio principal.

**Figura 82**  
*formação de imagem real na lente convergente:  $o > 2f$*



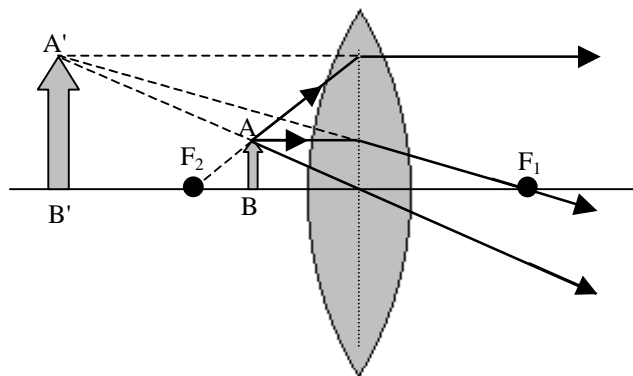
Na Figura 83, o objeto encontra-se mais próximo da lente do que antes, porém ainda a uma distância maior que  $f$ , ou seja  $2f > o > f$ , nesse caso a imagem é mais afastada, real, invertida e maior. Esse é o arranjo usado em projetores de transparências ('slides'), projetores de cinema, etc.. Uma tela colocada na posição de  $A'B'$  mostrará essa imagem ampliada.

**Figura 83**  
**formação de imagem real na lente convergente:  $2f > o > f$**



Finalmente, na Figura 84 o objeto encontra-se a uma distância da lente menor que  $f$  e a imagem formada é virtual, direita e maior. É o que ocorre numa lupa (ou lente de aumento) e em outros instrumentos ópticos.

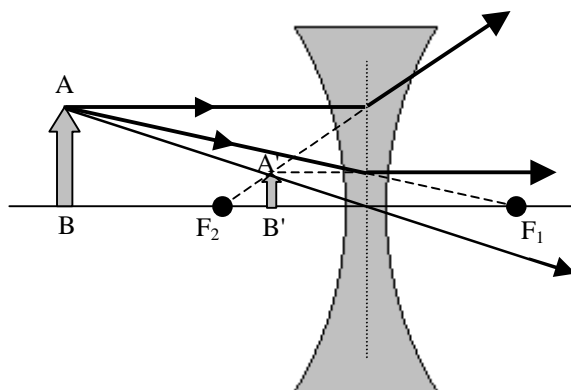
**Figura 84**  
**formação de imagem virtual na lente convergente**



### **Formação de imagens em lentes divergentes**

Na Figura 85, mostramos a formação da imagem em uma lente divergente (no caso, uma lente bicôncava). Note que a imagem é virtual. Se você puser o objeto em outras distâncias e construir as imagens, poderá verificar que numa lente divergente elas serão sempre virtuais, direitas e menores.

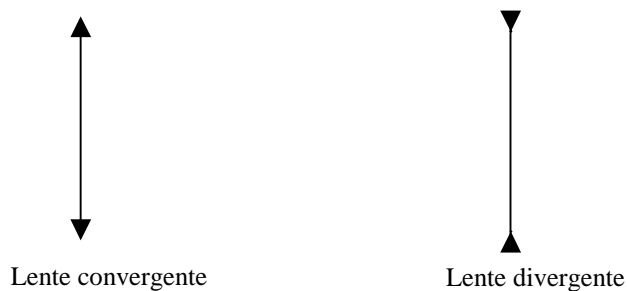
**Figura 85**  
*formação de imagens em lentes divergentes*



### *Representação simplificada*

Em muitos textos é comum, em vez de fazer-se um desenho completo, representar-se as lentes delgadas, convergentes e divergentes, por um simples segmento de reta (Figura 86).

**Figura 86**  
*representação simplificada das lentes delgadas*

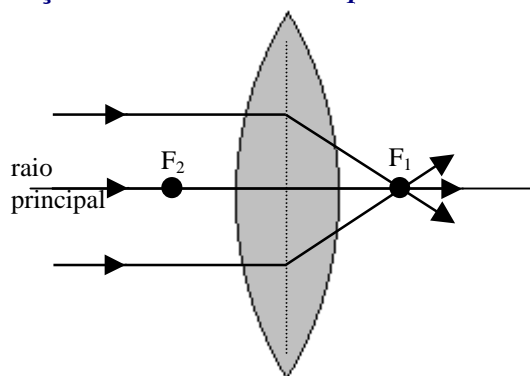


### *Foco e plano focal*

Para construirmos as imagens nas lentes delgadas, vimos que era útil usar um raio paralelo ao eixo, pois este ou convergia para um foco, ou seu prolongamento para trás divergia de um foco.

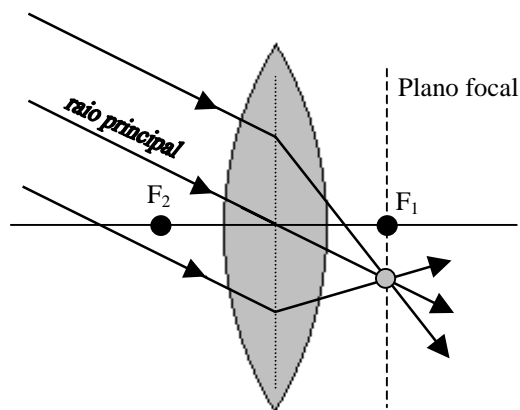
Na Figura 87 mostra-se isto para o caso de uma lente convergente, onde um feixe de raios incide paralelamente ao eixo.

**Figura 87**  
*focalização de raios incidentes paralelos ao eixo da lente*



Na Figura 88 mostra-se o caso em que um feixe de raios, paralelos entre si, incide na lente com uma inclinação em relação ao eixo. Eles também convergem para um ponto. O ponto para onde eles convergem situa-se em um plano perpendicular ao eixo e que contém o foco  $F_1$ . Esse plano denomina-se *plano focal*. Um outro plano focal conterá  $F_2$ .

**Figura 88**  
*focalização de feixe paralelo inclinado em relação ao eixo da lente*



Quando um objeto está muito distante, os raios luminosos que chegam até a lente são quase paralelos — diz-se que o objeto *está no infinito*. Representa-se isso pela equação:  $o \rightarrow \infty$ , onde  $o$  é a distância objeto.

*A imagem de objetos distantes, portanto, forma-se no plano focal.*

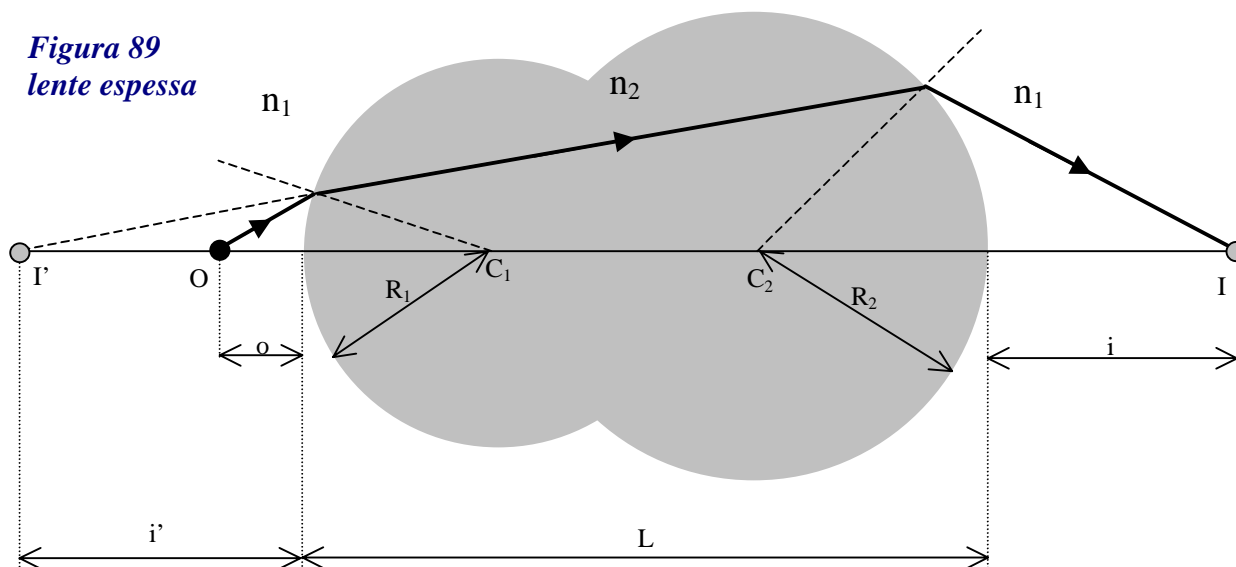
### Equação das Lentes Delgadas

A equação que obtivemos para os diopros esféricos na aproximação paraxial pode ser usada para obter-se uma relação válida para lentes esféricas delgadas. Uma lente esférica possui duas superfícies refratoras, com raios de curvatura  $R_1$  e  $R_2$ , sendo que as lentes plano-côncava e plano-convexa são casos particulares, nos quais um dos raios é infinito.

Ao material da lente atribuiremos um índice de refração  $n_2$  e consideraremos que os índices de refração dos meios situados em ambos os lados da lente são iguais, valendo  $n_1$ .

Na Figura 89 temos uma lente espessa, formada por dois diopros esféricos.

**Figura 89**  
lente espessa



A primeira superfície forma uma imagem virtual (prolongamento para trás do raio refratado) e, portanto,  $i' < 0$ . A aplicação da equação dos diopros esféricos ao primeiro deles, fornece:

$$\frac{n_1}{o} + \frac{n_2}{-|i'|} = \frac{n_2 - n_1}{R_1}$$

A imagem virtual formada funciona como objeto real para a segunda superfície, portanto:



$$\frac{n_2}{|i'| + L} + \frac{n_1}{i} = \frac{n_1 - n_2}{R_2}$$

Para uma lente delgada,  $L$  tende a zero. Fazendo isso e somando membro a membro as duas equações, obtemos:

$$\frac{n_1}{o} + \frac{n_1}{i} = (n_2 - n_1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Normalmente a lente está imersa no ar, para o qual podemos tomar  $n_1 = 1$ , e indicaremos apenas por  $n$  o índice refração do material da lente. A equação das lentes delgadas assume então a forma denominada *fórmula dos fabricantes de lentes*:

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Como no caso dos espelhos esféricos, se tomarmos um objeto "no infinito" (feixe paralelo de raios incidentes)

$$\lim_{o \rightarrow \infty} (1/o) = 0 \quad \text{e} \quad i \rightarrow f$$

sua imagem se formará no *foco imagem* da lente, então:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Note que, se a distância imagem tendesse a infinito, a mesma expressão seria obtida no lado direito, nos permitindo concluir que agora o objeto é que estaria a uma distância  $f$  da lente, no denominado *foco objeto*.

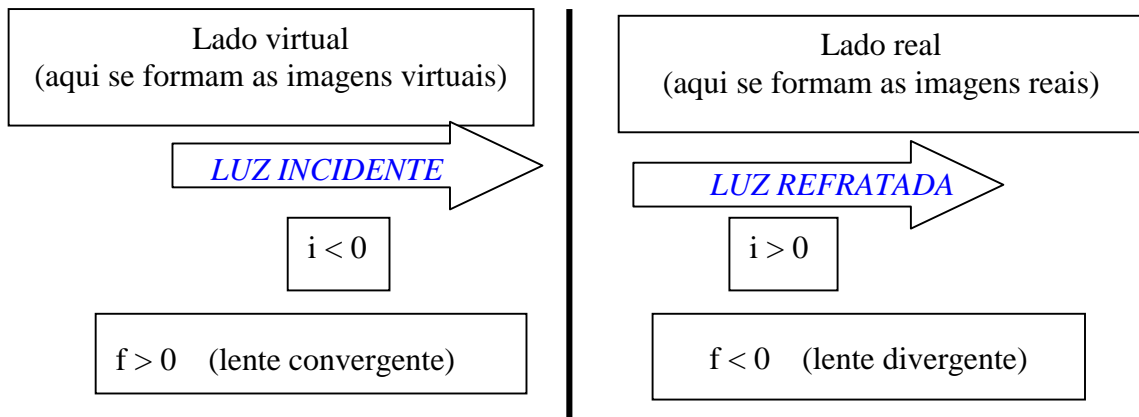
Podemos agora escrever a equação das lentes delgadas na sua forma mais conhecida, ou *fórmula de Gauss para as lentes*:

$$\boxed{\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}}$$

que tem a mesma forma da equação dos espelhos esféricos.

A convenção de sinais para o uso desta equação é a seguinte:

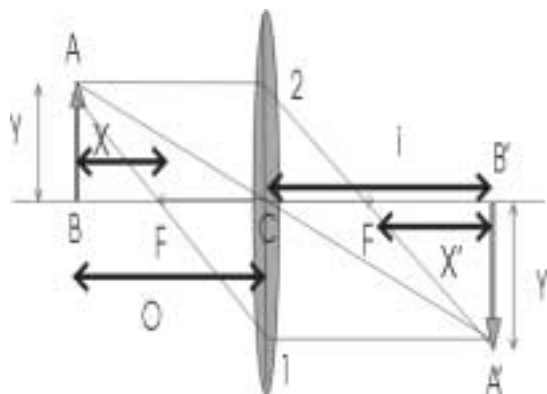
**Figura 90**  
**Convenção de sinais para lentes**



### **Aumento Transversal**

Na Figura 91 obtém-se a expressão para o aumento transversal (ou ampliação linear), tomando-se com sinal positivo as medidas para cima e com sinal negativo as medidas para baixo. Então o objeto terá um comprimento  $+y$  e a imagem o comprimento  $-y'$ . O resultado obtido vale tanto para lentes delgadas convergentes quanto para as divergentes.

**Figura 91**



Para a lente biconvexa, a Figura 91 nos permite obter, usando a semelhança dos triângulos ABC e A'B'C, que

$$m_T = \frac{y'}{y} = -\frac{i}{o}.$$

Por outro lado, os triângulos semelhantes ABF e CF1, e A'B'F' e CF2 fornecem:

$$\frac{y}{x} = -\frac{y'}{f}, \quad \frac{y'}{x'} = -\frac{y}{f}.$$

Comparando os dois resultados anteriores, obtemos novas relações para o aumento transversal

$$m_T = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f}.$$

A equação das lentes delgadas proposta por Newton é obtida facilmente da relação anterior:

$$x x' = f^2.$$

Verifique que, se:

- se  $m_T < 0$ , a imagem é real e invertida em relação ao objeto
- se  $m_T > 0$ , a imagem é virtual e sem inversão.

A expressão para o aumento lateral de uma lente delgada mostra que a imagem de um objeto diminuirá à medida que o objeto se distancia da lente.