Universidade Federal do Rio de Janeiro – Instituto de Física
Física III – 2013/1 – Segunda Prova: 01/06/2013
Versão: $\boxed{\text{A}}$

Formulário

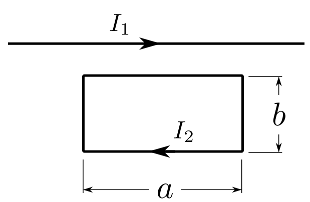
$$I = \int_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{J}}\cdot d\vec{\boldsymbol{A}}\,, \qquad \vec{\boldsymbol{J}} = nq\vec{\boldsymbol{v}}\,, \qquad \vec{\boldsymbol{J}} = \sigma\vec{\boldsymbol{E}}\,, \qquad V = RI\,,$$

$$\vec{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{m}} = q\vec{\boldsymbol{v}}\times\vec{\boldsymbol{B}}\,, \qquad d\vec{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{m}} = Id\vec{\boldsymbol{\ell}}\times\vec{\boldsymbol{B}}\,, \qquad \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{B}}\cdot d\vec{\boldsymbol{A}} = 0\,, \qquad d\vec{\boldsymbol{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{\boldsymbol{\ell}}\times\hat{\boldsymbol{r}}}{r^2}\,,$$

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{\boldsymbol{B}}\cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = \mu_0 I_{\mathrm{enc}} + \mu_0\epsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt}\,, \qquad \mathcal{E}_{\mathrm{ind}} = -\frac{d\Phi_B}{dt}\,, \qquad \Phi_B[1] = LI_1 + MI_2\,, \qquad u_B = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}\,.$$

Seção 1. Múltipla escolha (8×0,6 = 4,8 pontos)

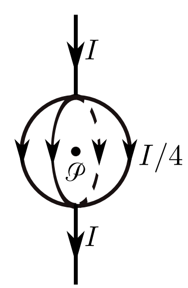
1. Considere uma espira retangular de lados a e b ($a > b$) e um fio retilíneo infinito, coplanar. Sabendo-se que o fio retilíneo é paralelo aos lados longos da espira e que o fio e a espira portam, respectivamente, correntes I_1 para a direita e I_2 no sentido horário, assinale a única opção **incorreta**.



(a) A soma das forças nos lados curtos da espira é nula.
(b) A força em cada um dos lados curtos da espira é nula.
(c) A soma das forças nos lados longos da espira é não nula.
(d) As forças sobre os lados longos da espira estão na mesma direção.
(e) A força total sobre a espira é perpendicular ao fio retilíneo.

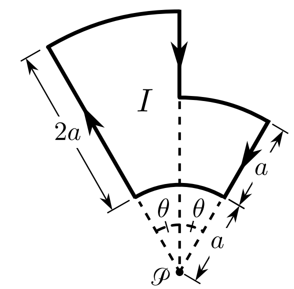
2. Uma corrente estacionária, de intensidade I, flui ao longo de um segmento retilíneo que se divide, igualmente, em quatro meridianos de uma esfera de raio a, perpendiculares (dois a dois) entre si, e reencontrando-se num outro segmento retilíneo. Qual é o módulo do campo magnético no centro $\mathcal{P}$ da esfera?

(a) $\dfrac{\mu_0 i}{a}$.
(b) $\dfrac{\mu_0 i}{2a}$.
(c) 0.
(d) $\dfrac{\mu_0 i}{4a}$.
(e) $\dfrac{3\mu_0 i}{2a}$.



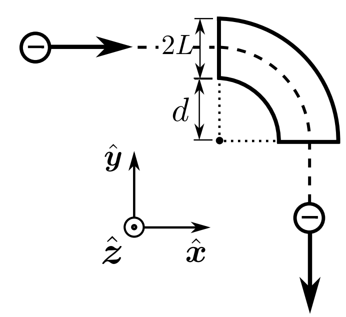
3. Uma corrente estacionária percorre o circuito condutor abaixo. Qual é o módulo do campo magnético no ponto $\mathcal{P}$?

(a) $\dfrac{17\mu_0 I\theta}{24\pi a}$.
(b) 0.
(c) $\dfrac{7\mu_0 I}{12a}$.
(d) $\dfrac{17\mu_0 I}{12a}$.
(e) $\dfrac{\mu_0 I\theta}{12\pi a}$.
(f) $\dfrac{7\mu_0 I\theta}{24\pi a}$.



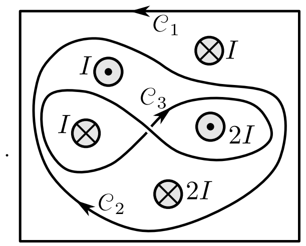
4. Um acelerador de partículas é projetado para desviar um elétron, de massa M e carga $-e$, que incide horizontalmente, com velocidade inicial $\vec{\boldsymbol{v}}_i = v_0\hat{\boldsymbol{x}}$, para uma velocidade final $\vec{\boldsymbol{v}}_f = -v_0\hat{\boldsymbol{y}}$. Assinale o campo magnético constante que permite que isso aconteça.

(a) $\dfrac{Mv_0}{e(d+L)}\,\hat{\boldsymbol{z}}$.
(b) $-\dfrac{Mv_0}{ed}\,\hat{\boldsymbol{y}}$.
(c) $\dfrac{Mv_0}{ed}\,\hat{\boldsymbol{y}}$.
(d) $-\dfrac{Mv_0}{eL}\,\hat{\boldsymbol{z}}$.
(e) $\dfrac{Mv_0}{eL}\,\hat{\boldsymbol{z}}$.
(f) $-\dfrac{Mv_0}{e(d+L)}\,\hat{\boldsymbol{y}}$.
(g) $-\dfrac{Mv_0}{e(d+L)}\,\hat{\boldsymbol{z}}$.
(h) $\dfrac{Mv_0}{e(d+L)}\,\hat{\boldsymbol{y}}$.

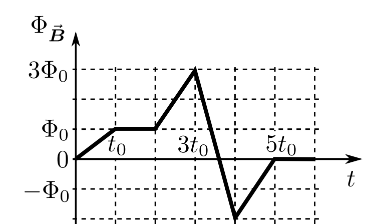


5. Determine a circulação $\Gamma_{\vec{\boldsymbol{B}}}[\mathcal{C}_i] := \oint_{\mathcal{C}_i}\vec{\boldsymbol{B}}\cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ ($i = 1, 2, 3$) para as três curvas fechadas orientadas, respectivamente.

(a) $-\mu_0 I, 0, 3\mu_0 I$.
(b) $\mu_0 I, 0, -\mu_0 I$.
(c) $\mu_0 I, 6\mu_0 I, -\mu_0 I$.
(d) $\mu_0 I, -6\mu_0 I, -\mu_0 I$.
(e) $-\mu_0 I, 0, -3\mu_0 I$.
(f) $\mu_0 I, 0, 3\mu_0 I$.
(g) $0, 0, 0$, pois todas são perpendiculares.

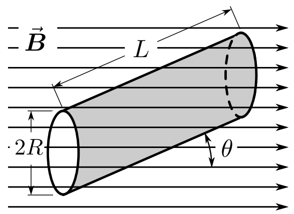


6. Considere o seguinte gráfico mostrando o fluxo do campo magnético através de um espira isolante em repouso, como função do tempo. Assinale a opção que melhor representa a força eletromotriz ao longo da espira, como função do tempo, nos 6 intervalos de tempo típicos do gráfico, respectivamente.



(a) $-\Phi_0/t_0, 0, -2\Phi_0/t_0, 5\Phi_0/t_0, -2\Phi_0/t_0, 0$.
(b) $\Phi_0/t_0, 0, 2\Phi_0/t_0, -5\Phi_0/t_0, 2\Phi_0/t_0, 0$.
(c) A fem é sempre zero, pois a espira é isolante.
(d) $-\Phi_0/2, -\Phi_0, -2\Phi_0, -\Phi_0/2, \Phi_0, 0$.
(e) $\Phi_0/2, \Phi_0, -2\Phi_0, \Phi_0/2, -\Phi_0, 0$.

7. Em uma certa região, temos um campo magnético $\vec{\boldsymbol{B}}$ uniforme. Qual é o módulo do seu fluxo através da superfície sombreada, constituída pela superfície lateral de um cilindro circular inclinado e uma de suas bases, perpendicular ao campo?



(a) $B\pi R^2$.

(b) $B(2\pi RL\cos\theta + \pi R^2)$.

(c) $B(2\pi RL \operatorname{sen}\theta + \pi R^2)$.

(d) 0.

(e) $\pi R^2 \vec{\boldsymbol{B}}$.

8. Considere um fio retilíneo neutro e infinito e uma partícula (pontual) carregada em repouso, a uma certa distância do fio. Em um determinado instante t_0, surge, no fio, uma corrente não estacionária $I(t)$. Se o fio é o único agente interagindo com a partícula, o que acontece com esta depois do instante t_0?

(a) Ela deve permanecer em repouso, pois forças magnéticas não realizam trabalho.

(b) Ela pode sair do repouso, devido à ação de forças magnéticas.

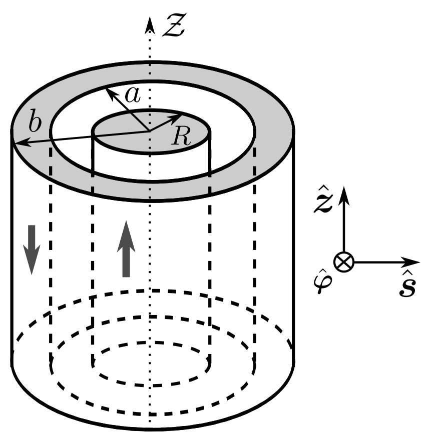
(c) Ela deve permanecer em repouso, devido à simetria do problema.

(d) Ela pode sair do repouso, devido à ação de forças elétricas.

(e) Ela deve permanecer em repouso, pois o fio é neutro.

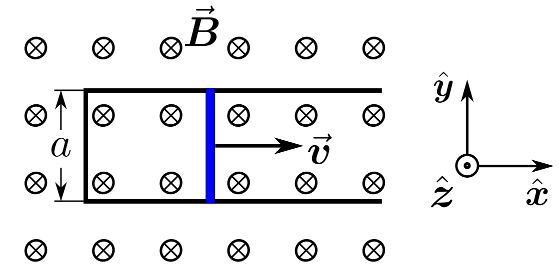
Seção 2. Questões discursivas (2×2,6 = 5,2 pontos)

1. [2,6 pontos] Um cabo coaxial é composto por um fio sólido, cilíndrico, circular, de raio R, e uma casca espessa, cilíndrica, também circular, coaxial, de raios a e b, tais que $R < a < b$. Ambos os cilindros são muito longos. Através do fio interno, passa uma corrente elétrica, estacionária, cuja densidade de corrente é $\vec{\boldsymbol{J}}_{\text{int}} = J_{\text{int}}\,\hat{\boldsymbol{z}}$ ($J_{\text{int}} =$ const > 0), enquanto que, através da casca externa, passa uma corrente elétrica, também estacionária, com densidade de corrente $\vec{\boldsymbol{J}}_{\text{ext}} = -J_{\text{ext}}\,\hat{\boldsymbol{z}}$ ($J_{\text{ext}} =$ const > 0).
(a) Qual é a (intensidade de) corrente elétrica no fio interno? [0,4 ponto]
(b) Qual é a (intensidade de) corrente elétrica na casca externa? [0,4 ponto]
(c) Determine o campo magnético em cada uma das quatro regiões típicas em que o cabo "divide" o espaço. [1,8 ponto]



2.

[2,6 pontos] Um bastão retilíneo, de comprimento a, massa m e resistência R, desliza, sem atrito, sobre um fio (rígido) condutor ideal (sem resistência), em forma de U. O sistema todo está completamente imerso em uma região de campo magnético constante (estacionário e uniforme), perpendicular ao plano que contém o sistema.
Inicialmente, uma força externa é aplicada e o bastão move-se com uma velocidade constante $\vec{\boldsymbol{v}}_0$ para a direita. A partir do instante $t = 0$, essa força externa deixa de agir e o bastão passa a mover-se apenas sob a ação da força magnética, com uma velocidade $\vec{\boldsymbol{v}}(t)$. Despreze a capacitância e a auto-indutância do sistema, assim como a corrente de deslocamento.
(a) Qual é o módulo da força eletromotriz induzida no circuito (fio + bastão)? [0,8 ponto]
(b) Qual é o módulo da (intensidade de) corrente elétrica que passa pelo bastão e o seu sentido? [0,6 ponto]
(c) Qual é a força magnética (vetorial) sobre o bastão? [0,6 ponto]
(d) Qual é a velocidade (vetorial) do bastão como função explícita do tempo, para $t > 0$? [0,6 ponto]



Gabarito para Versão $\boxed{\text{A}}$

Seção 1. Múltipla escolha (8×0,6 = 4,8 pontos)

1. (b)
2. (c)
3. (f)
4. (g)
5. (e)
6. (a)
7. (a)
8. (d)

Seção 2. Questões discursivas (2×2,6 = 5,2 pontos)

1. **Resolução:**

(a) A corrente elétrica pode ser calculada como o fluxo do vetor densidade de corrente eétrica, uma vez que

$$I_{\text{int}} = \int_{\mathcal{S}_{\text{fio}}} \vec{\boldsymbol{J}}_{\text{int}} \cdot d\boldsymbol{A},$$

onde $\mathcal{S}_{\text{fio}}$ é a superfície da seção reta do fio. Como a densidade de corrente é uniforme, a intensidade de corrente interna será simplesmente

$$\boxed{I_{\text{int}} = J_{\text{int}}\, \pi R^2 \,.}$$

■

(b) Novamente, a corrente elétrica pode ser calculada como o fluxo do vetor densidade de corrente eétrica, uma vez que

$$I_{\text{ext}} = \int_{\mathcal{S}_{\text{casca}}} \vec{\boldsymbol{J}}_{\text{ext}} \cdot d\vec{\boldsymbol{A}},$$

onde $\mathcal{S}_{\text{casca}}$ é a superfície da seção reta da casca. Como a densidade de carga é uniforme, a intensidade de corrente interna será simplesmente

$$\boxed{I_{\text{int}} = J_{\text{int}}\, \pi (b^2 - a^2) \,.}$$

■

(c) Devido à simetria cilíndrica da distribuição de correntes, podemos usar a lei de Ampère para calcular o campo magnético.

Para tanto, precisamos desenvolver, separadamente, os seus dois membros. Comecemos com a circulação.

Como o fio e a casca são muito longos, o campo magnético só poderá ter dependência radial

$$\vec{\boldsymbol{B}} = B_\varphi(s)\hat{\boldsymbol{\varphi}},$$

Como curva amperiana, $\mathcal{C}$, escolhemos, então, o lugar geométrico dos pontos equidistantes à distribuição de correntes, ou seja, um círculo de raio s e vetor deslocamento dado por $d\vec{\boldsymbol{\ell}} = s d\varphi \hat{\boldsymbol{\varphi}}$.

Com essas escolhas, a circulação do campo magnético vai ser dada por

$$\Gamma^{\mathcal{C}}_{\vec{\boldsymbol{B}}} = \oint_{\mathcal{C}} \vec{\boldsymbol{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = B_\varphi(s) 2\pi s$$

Continuemos, agora, com a corrente encerrada, que terá uma expressão diferente para cada uma das quatro regiões.

- região 1: $s < R$
  Neste caso, $I = J_{\text{int}} \pi s^2$, de modo que
  $$B_\varphi(s) 2\pi s = \mu_0 J_{\text{int}} \pi s^2,$$
  o que nos leva ao resultado
  $$\boxed{\vec{\boldsymbol{B}}_1 = \frac{1}{2}\mu_0 J_{\text{int}} s\, \hat{\boldsymbol{\varphi}} \,.}$$

- região 2: $R < r < a$
  Neste caso, $I = J_{\text{int}} \pi R^2$, de modo que
  $$B_\varphi(s) 2\pi s = \mu_0 J_{\text{int}} \pi R^2,$$
  o que nos leva ao resultado
  $$\boxed{\vec{\boldsymbol{B}}_2 = \frac{1}{2}\mu_0 J_{\text{int}} \frac{R^2}{s}\, \hat{\boldsymbol{\varphi}} \,.}$$

- região 3: $a < r < b$
  Neste caso, $I = J_{\text{int}} \pi R^2 - J_{\text{ext}} \pi (s^2 - a^2)$, de modo que
  $$B_\varphi(s) 2\pi s = \mu_0 \left[J_{\text{int}} \pi R^2 - J_{\text{ext}} \pi (s^2 - a^2) \right],$$
  o que nos leva ao resultado
  $$\boxed{\vec{\boldsymbol{B}}_3 = \frac{1}{2}\mu_0 \left[\frac{J_{\text{int}} R^2 + J_{\text{ext}} a^2}{s} - J_{\text{ext}} s \right] \hat{\boldsymbol{\varphi}} \,.}$$

- região 4: $b < r$
  Neste caso, $I = J_{\text{int}} \pi R^2 - J_{\text{ext}} \pi (b^2 - a^2)$, de modo que
  $$B_\varphi(s) 2\pi s = \mu_0 \left[J_{\text{int}} \pi R^2 - J_{\text{ext}} \pi (b^2 - a^2) \right] ,$$
  o que nos leva ao resultado
  $$\boxed{\vec{\boldsymbol{B}}_4 = \frac{1}{2}\mu_0 \frac{\left[J_{\text{int}} R^2 - J_{\text{ext}} (b^2 - a^2) \right]}{s}\, \hat{\boldsymbol{\varphi}} \,.}$$

■

2. **Resolução:**

(a) Temos que $\vec{\boldsymbol{v}(t)} = v_x \hat{\boldsymbol{x}}$ e $\vec{\boldsymbol{B}} = -B\hat{\boldsymbol{z}}$. Colocando a origem do eixo $\mathcal{X}$ no lado vertical fixo do trilho, temos que $\Phi_B = Bax$ e, pela lei de Faraday,

$$\boxed{\mathcal{E}_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi_{\vec{\boldsymbol{B}}}}{dt} = -Bav_x}$$

■

(b) Como $I = |\mathcal{E}|/R$, temos

$$\boxed{I = Bav_x/R \,.}$$

Pela lei de Faraday (Lenz), o sentido da corrente induzida deve ser ***anti-horário***.

■

(c) A força será

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{F}} = -IaB\hat{\boldsymbol{x}}}$$

■

(d) Pela segunda lei de Newton,

$$ma_x = m\frac{dv_x}{dt} = -IaB = -\frac{B^2a^2v_x}{R}\,,$$

de onde temos

$$\frac{dv_x}{v_x} = -\frac{B^2a^2}{RM}dt\,,$$

cuja solução é

$$\boxed{v_x(t) = v_0e^{-t/\tau}\,,}$$

onde

$$\tau := \frac{RM}{B^2a^2}\,.$$

■

Universidade Federal do Rio de Janeiro – Instituto de Física
Física III – 2013/1 – Segunda Prova: 01/06/2013
Versão: $\boxed{\text{B}}$

Formulário

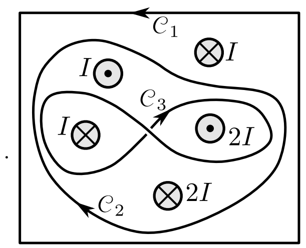
$$I = \int_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{J}}\cdot d\vec{\boldsymbol{A}}\,, \qquad \vec{\boldsymbol{J}} = nq\vec{\boldsymbol{v}}\,, \qquad \vec{\boldsymbol{J}} = \sigma\vec{\boldsymbol{E}}\,, \qquad V = RI\,,$$

$$\vec{\boldsymbol{F}}_{\rm m} = q\vec{\boldsymbol{v}}\times\vec{\boldsymbol{B}}\,, \qquad d\vec{\boldsymbol{F}}_{\rm m} = Id\vec{\boldsymbol{\ell}}\times\vec{\boldsymbol{B}}\,, \qquad \oint_{\mathcal{S}}\vec{\boldsymbol{B}}\cdot d\vec{\boldsymbol{A}} = 0\,, \qquad d\vec{\boldsymbol{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{\boldsymbol{\ell}}\times\hat{\boldsymbol{r}}}{r^2}\,,$$

$$\oint_{\mathcal{C}}\vec{\boldsymbol{B}}\cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = \mu_0I_{\rm enc} + \mu_0\epsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt}\,, \qquad \mathcal{E}_{\rm ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt}\,, \qquad \Phi_B[1] = LI_1 + MI_2\,, \qquad u_B = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}\,.$$

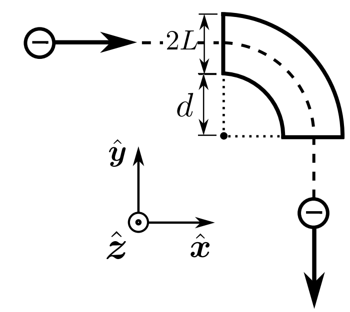
Seção 1. Múltipla escolha (8×0,6 = 4,8 pontos)

1. Determine a circulação $\Gamma_{\vec{\boldsymbol{B}}}[\mathcal{C}_i] := \oint_{\mathcal{C}_i}\vec{\boldsymbol{B}}\cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ $(i = 1, 2, 3)$ para as três curvas fechadas orientadas, respectivamente.



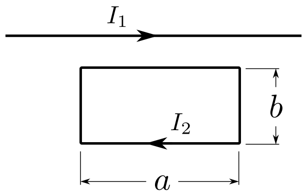
(a) $-\mu_0I, 0, 3\mu_0I$.
(b) $\mu_0I, 0, -\mu_0I$.
(c) $\mu_0I, 6\mu_0I, -\mu_0I$.
(d) $\mu_0I, -6\mu_0I, -\mu_0I$.
(e) $-\mu_0I, 0, -3\mu_0I$.
(f) $\mu_0I, 0, 3\mu_0I$.
(g) $0, 0, 0$, pois todas são perpendiculares.

2. Um acelerador de partículas é projetado para desviar um elétron, de massa M e carga $-e$, que incide horizontalmente, com velocidade inicial $\vec{\boldsymbol{v}}_i = v_0\hat{\boldsymbol{x}}$, para uma velocidade final $\vec{\boldsymbol{v}}_f = -v_0\hat{\boldsymbol{y}}$. Assinale o campo magnético constante que permite que isso aconteça.



(a) $\dfrac{Mv_0}{e(d+L)}\,\hat{\boldsymbol{z}}$.
(b) $-\dfrac{Mv_0}{ed}\,\hat{\boldsymbol{y}}$.
(c) $\dfrac{Mv_0}{ed}\,\hat{\boldsymbol{y}}$.
(d) $-\dfrac{Mv_0}{eL}\,\hat{\boldsymbol{z}}$.
(e) $\dfrac{Mv_0}{eL}\,\hat{\boldsymbol{z}}$.
(f) $-\dfrac{Mv_0}{e(d+L)}\,\hat{\boldsymbol{y}}$.
(g) $-\dfrac{Mv_0}{e(d+L)}\,\hat{\boldsymbol{z}}$.
(h) $\dfrac{Mv_0}{e(d+L)}\,\hat{\boldsymbol{y}}$.

3. Considere uma espira retangular de lados a e b ($a > b$) e um fio retilíneo infinito, coplanar. Sabendo-se que o fio retilíneo é paralelo aos lados longos da espira e que o fio e a espira portam, respectivamente, correntes I_1 para a direita e I_2 no sentido horário, assinale a única opção **incorreta**.



(a) A soma das forças nos lados curtos da espira é nula.

(b) A força em cada um dos lados curtos da espira é nula.

(c) A soma das forças nos lados longos da espira é não nula.

(d) As forças sobre os lados longos da espira estão na mesma direção.

(e) A força total sobre a espira é perpendicular ao fio retilíneo.

4. Uma corrente estacionária, de intensidade I, flui ao longo de um segmento retilíneo que se divide, igualmente, em quatro meridianos de uma esfera de raio a, perpendiculares (dois a dois) entre si, e reencontrando-se num outro segmento retilíneo. Qual é o módulo do campo magnético no centro $\mathscr{P}$ da esfera?

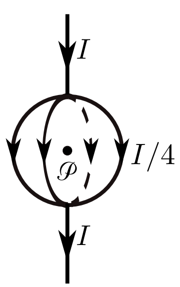
(a) $\dfrac{\mu_0 i}{a}$.

(b) $\dfrac{\mu_0 i}{2a}$.

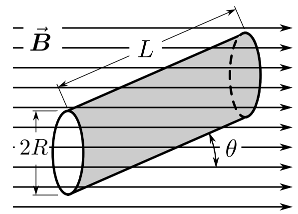
(c) 0.

(d) $\dfrac{\mu_0 i}{4a}$.

(e) $\dfrac{3\mu_0 i}{2a}$.



5. Em uma certa região, temos um campo magnético $\vec{\boldsymbol{B}}$ uniforme. Qual é o módulo do seu fluxo através da superfície sombreada, constituída pela superfície lateral de um cilindro circular inclinado e uma de suas bases, perpendicular ao campo?



(a) $B\pi R^2$.

(b) $B(2\pi RL\cos\theta + \pi R^2)$.

(c) $B(2\pi RL\,\mathrm{sen}\,\theta + \pi R^2)$.

(d) 0.

(e) $\pi R^2 \vec{\boldsymbol{B}}$.

6. Uma corrente estacionária percorre o circuito condutor abaixo. Qual é o módulo do campo magnético no ponto $\mathscr{P}$?

(a) $\dfrac{17\mu_0 I\theta}{24\pi a}$.

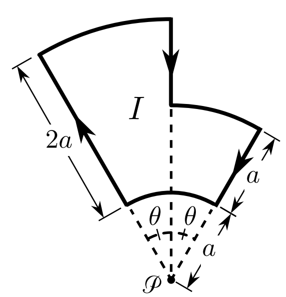
(b) 0.

(c) $\dfrac{7\mu_0 I}{12a}$.

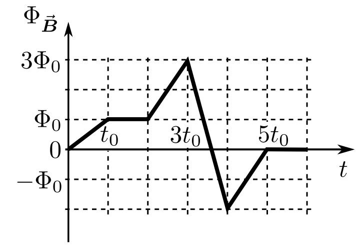
(d) $\dfrac{17\mu_0 I}{12a}$.

(e) $\dfrac{\mu_0 I\theta}{12\pi a}$.

(f) $\dfrac{7\mu_0 I\theta}{24\pi a}$.



7. Considere o seguinte gráfico mostrando o fluxo do campo magnético através de um espira isolante em repouso, como função do tempo. Assinale a opção que melhor representa a força eletromotriz ao longo da espira, como função do tempo, nos 6 intervalos de tempo típicos do gráfico, respectivamente.



(a) $-\Phi_0/t_0, 0, -2\Phi_0/t_0, 5\Phi_0/t_0, -2\Phi_0/t_0, 0$.

(b) $\Phi_0/t_0, 0, 2\Phi_0/t_0, -5\Phi_0/t_0, 2\Phi_0/t_0, 0$.

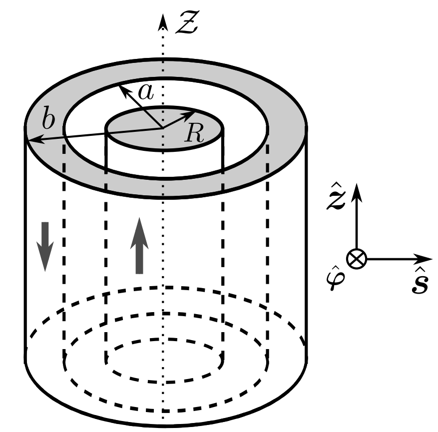
(c) A fem é sempre zero, pois a espira é isolante.

(d) $-\Phi_0/2, -\Phi_0, -2\Phi_0, -\Phi_0/2, \Phi_0, 0$.

(e) $\Phi_0/2, \Phi_0, -2\Phi_0, \Phi_0/2, -\Phi_0, 0$.

Seção 2. Questões discursivas (2×2,6 = 5,2 pontos)

1. [2,6 pontos] Um cabo coaxial é composto por um fio sólido, cilíndrico, circular, de raio R, e uma casca espessa, cilíndrica, também circular, coaxial, de raios a e b, tais que $R < a < b$. Ambos os cilindros são muito longos. Através do fio interno, passa uma corrente elétrica, estacionária, cuja densidade de corrente é $\vec{\boldsymbol{J}}_{\rm int} = J_{\rm int}\,\hat{\boldsymbol{z}}$ ($J_{\rm int} = $ const > 0), enquanto que, através da casca externa, passa uma corrente elétrica, também estacionária, com densidade de corrente $\vec{\boldsymbol{J}}_{\rm ext} = -J_{\rm ext}\,\hat{\boldsymbol{z}}$ ($J_{\rm ext} = $ const > 0).
(a) Qual é a (intensidade de) corrente elétrica no fio interno? [0,4 ponto]
(b) Qual é a (intensidade de) corrente elétrica na casca externa? [0,4 ponto]
(c) Determine o campo magnético em cada uma das quatro regiões típicas em que o cabo "divide" o espaço. [1,8 ponto]



2.

8. Considere um fio retilíneo neutro e infinito e uma partícula (pontual) carregada em repouso, a uma certa distância do fio. Em um determinado instante t_0, surge, no fio, uma corrente não estacionária $I(t)$. Se o fio é o único agente interagindo com a partícula, o que acontece com esta depois do instante t_0?

(a) Ela deve permanecer em repouso, pois forças magnéticas não realizam trabalho.

(b) Ela pode sair do repouso, devido à ação de forças magnéticas.

(c) Ela deve permanecer em repouso, devido à simetria do problema.

(d) Ela pode sair do repouso, devido à ação de forças elétricas.

(e) Ela deve permanecer em repouso, pois o fio é neutro.

[2,6 pontos] Um bastão retilíneo, de comprimento a, massa m e resistência R, desliza, sem atrito, sobre um fio (rígido) condutor ideal (sem resistência), em forma de U. O sistema todo está completamente imerso em uma região de campo magnético constante (estacionário e uniforme), perpendicular ao plano que contém o sistema.

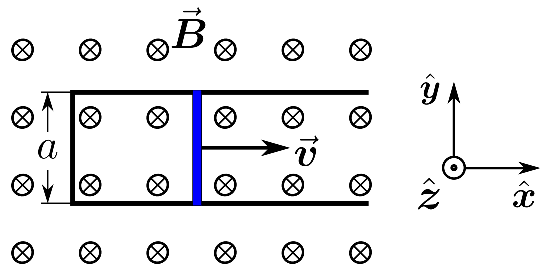
Inicialmente, uma força externa é aplicada e o bastão move-se com uma velocidade constante $\vec{\boldsymbol{v}}_0$ para a direita. A partir do instante $t = 0$, essa força externa deixa de agir e o bastão passa a mover-se apenas sob a ação da força magnética, com uma velocidade $\vec{\boldsymbol{v}}(t)$. Despreze a capacitância e a auto-indutância do sistema, assim como a corrente de deslocamento.

(a) Qual é o módulo da força eletromotriz induzida no circuito (fio + bastão)? [0,8 ponto]

(b) Qual é o módulo da (intensidade de) corrente elétrica que passa pelo bastão e o seu sentido? [0,6 ponto]

(c) Qual é a força magnética (vetorial) sobre o bastão? [0,6 ponto]

(d) Qual é a velocidade (vetorial) do bastão como função explícita do tempo, para $t > 0$? [0,6 ponto]



Gabarito para Versão $\boxed{\text{B}}$

Seção 1. Múltipla escolha (8×0,6 = 4,8 pontos)

1. (e)
2. (g)
3. (b)
4. (c)
5. (a)
6. (f)
7. (a)
8. (d)

Seção 2. Questões discursivas (2×2,6 = 5,2 pontos)

1. **Resolução:**

(a) A corrente elétrica pode ser calculada como o fluxo do vetor densidade de corrente eétrica, uma vez que

$$I_{\text{int}} = \int_{\mathcal{S}_{\text{fio}}} \vec{\boldsymbol{J}}_{\text{int}} \cdot d\boldsymbol{A},$$

onde $\mathcal{S}_{\text{fio}}$ é a superfície da seção reta do fio. Como a densidade de corrente é uniforme, a intensidade de corrente interna será simplesmente

$$\boxed{I_{\text{int}} = J_{\text{int}}\,\pi R^2\,.}$$

■

(b) Novamente, a corrente elétrica pode ser calculada como o fluxo do vetor densidade de corrente eétrica, uma vez que

$$I_{\text{ext}} = \int_{\mathcal{S}_{\text{casca}}} \vec{\boldsymbol{J}}_{\text{ext}} \cdot d\vec{\boldsymbol{A}},$$

onde $\mathcal{S}_{\text{casca}}$ é a superfície da seção reta da casca. Como a densidade de carga é uniforme, a intensidade de corrente interna será simplesmente

$$\boxed{I_{\text{int}} = J_{\text{int}}\,\pi(b^2 - a^2)\,.}$$

■

(c) Devido à simetria cilíndrica da distribuição de correntes, podemos usar a lei de Ampère para calcular o campo magnético.

Para tanto, precisamos desenvolver, separadamente, os seus dois membros. Comecemos com a circulação.

Como o fio e a casca são muito longos, o campo magnético só poderá ter dependência radial

$$\vec{\boldsymbol{B}} = B_\varphi(s)\hat{\boldsymbol{\varphi}},$$

Como curva amperiana, $\mathcal{C}$, escolhemos, então, o lugar geométrico dos pontos equidistantes à distribuição de correntes, ou seja, um círculo de raio s e vetor deslocamento dado por $d\vec{\boldsymbol{\ell}} = s\,d\varphi\,\hat{\boldsymbol{\varphi}}$.

Com essas escolhas, a circulação do campo magnético vai ser dada por

$$\Gamma^{\mathcal{C}}_{\vec{\boldsymbol{B}}} = \oint_{\mathcal{C}} \vec{\boldsymbol{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = B_\varphi(s)2\pi s$$

Continuemos, agora, com a corrente encerrada, que terá uma expressão diferente para cada uma das quatro regiões.

- <u>região 1: $s < R$</u>
  Neste caso, $I = J_{\rm int}\pi s^2$, de modo que
  $$B_\varphi(s)2\pi s = \mu_0 J_{\rm int}\pi s^2,$$
  o que nos leva ao resultado
  $$\boxed{\vec{\boldsymbol{B}}_1 = \frac{1}{2}\mu_0 J_{\rm int} s\,\hat{\boldsymbol{\varphi}}\,.}$$
- <u>região 2: $R < r < a$</u>
  Neste caso, $I = J_{\rm int}\pi R^2$, de modo que
  $$B_\varphi(s)2\pi s = \mu_0 J_{\rm int}\pi R^2,$$
  o que nos leva ao resultado
  $$\boxed{\vec{\boldsymbol{B}}_2 = \frac{1}{2}\mu_0 J_{\rm int}\frac{R^2}{s}\,\hat{\boldsymbol{\varphi}}\,.}$$
- <u>região 3: $a < r < b$</u>
  Neste caso, $I = J_{\rm int}\pi R^2 - J_{\rm ext}\pi(s^2 - a^2)$, de modo que
  $$B_\varphi(s)2\pi s = \mu_0\left[J_{\rm int}\pi R^2 - J_{\rm ext}\pi(s^2 - a^2)\right],$$
  o que nos leva ao resultado
  $$\boxed{\vec{\boldsymbol{B}}_3 = \frac{1}{2}\mu_0\left[\frac{J_{\rm int}R^2 + J_{\rm ext}a^2}{s} - J_{\rm ext}s\right]\hat{\boldsymbol{\varphi}}\,.}$$
- <u>região 4: $b < r$</u>
  Neste caso, $I = J_{\rm int}\pi R^2 - J_{\rm ext}\pi(b^2 - a^2)$, de modo que
  $$B_\varphi(s)2\pi s = \mu_0\left[J_{\rm int}\pi R^2 - J_{\rm ext}\pi(b^2 - a^2)\right],$$
  o que nos leva ao resultado
  $$\boxed{\vec{\boldsymbol{B}}_4 = \frac{1}{2}\mu_0\frac{\left[J_{\rm int}R^2 - J_{\rm ext}(b^2 - a^2)\right]}{s}\,\hat{\boldsymbol{\varphi}}\,.}$$

■

2. **Resolução:**

(a) Temos que $\vec{\boldsymbol{v}(t)} = v_x\hat{\boldsymbol{x}}$ e $\vec{\boldsymbol{B}} = -B\hat{\boldsymbol{z}}$. Colocando a origem do eixo $\mathcal{X}$ no lado vertical fixo do trilho, temos que $\Phi_B = Bax$ e, pela lei de Faraday,
$$\boxed{\mathcal{E}_{\rm ind} = -\frac{d\Phi_{\vec{\boldsymbol{B}}}}{dt} = -Bav_x}$$

■

(b) Como $I = |\mathcal{E}|/R$, temos
$$\boxed{I = Bav_x/R\,.}$$

Pela lei de Faraday (Lenz), o sentido da corrente induzida deve ser ***anti-horário***.

■

(c) A força será
$$\boxed{\vec{\boldsymbol{F}} = -IaB\hat{\boldsymbol{x}}}$$

■

(d) Pela segunda lei de Newton,
$$ma_x = m\frac{dv_x}{dt} = -IaB = -\frac{B^2a^2v_x}{R}\,,$$
de onde temos
$$\frac{dv_x}{v_x} = -\frac{B^2a^2}{RM}dt\,,$$
cuja solução é
$$\boxed{v_x(t) = v_0e^{-t/\tau}\,,}$$
onde
$$\tau := \frac{RM}{B^2a^2}\,.$$

■

Universidade Federal do Rio de Janeiro – Instituto de Física
Física III – 2013/1 – Segunda Prova: 01/06/2013
Versão: $\boxed{\mathsf{C}}$

Formulário

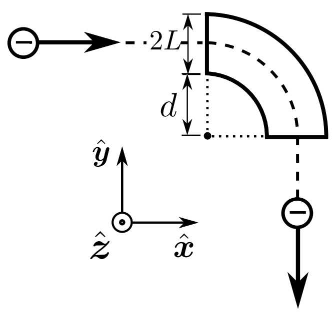
$$I = \int_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{J}}\cdot d\vec{\boldsymbol{A}}\,, \qquad \vec{\boldsymbol{J}} = nq\vec{\boldsymbol{v}}\,, \qquad \vec{\boldsymbol{J}} = \sigma\vec{\boldsymbol{E}}\,, \qquad V = RI\,,$$

$$\vec{\boldsymbol{F}}_{\rm m} = q\vec{\boldsymbol{v}}\times\vec{\boldsymbol{B}}\,, \qquad d\vec{\boldsymbol{F}}_{\rm m} = Id\vec{\boldsymbol{\ell}}\times\vec{\boldsymbol{B}}\,, \qquad \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{B}}\cdot d\vec{\boldsymbol{A}} = 0\,, \qquad d\vec{\boldsymbol{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{\boldsymbol{\ell}}\times\hat{\boldsymbol{r}}}{r^2}\,,$$

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{\boldsymbol{B}}\cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = \mu_0 I_{\rm enc} + \mu_0\epsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt}\,, \qquad \mathcal{E}_{\rm ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt}\,, \qquad \Phi_B[1] = LI_1 + MI_2\,, \qquad u_B = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}\,.$$

Seção 1. Múltipla escolha (8×0,6 = 4,8 pontos)

1. Um acelerador de partículas é projetado para desviar um elétron, de massa M e carga $-e$, que incide horizontalmente, com velocidade inicial $\vec{\boldsymbol{v}}_i = v_0\hat{\boldsymbol{x}}$, para uma velocidade final $\vec{\boldsymbol{v}}_f = -v_0\hat{\boldsymbol{y}}$. Assinale o campo magnético constante que permite que isso aconteça.



(a) $\dfrac{Mv_0}{e(d+L)}\,\hat{\boldsymbol{z}}\,.$

(b) $-\dfrac{Mv_0}{ed}\,\hat{\boldsymbol{y}}\,.$

(c) $\dfrac{Mv_0}{ed}\,\hat{\boldsymbol{y}}\,.$

(d) $-\dfrac{Mv_0}{eL}\,\hat{\boldsymbol{z}}\,.$

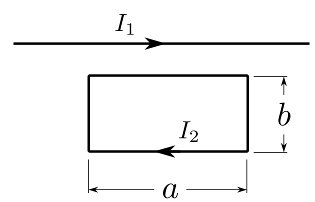
(e) $\dfrac{Mv_0}{eL}\,\hat{\boldsymbol{z}}\,.$

(f) $-\dfrac{Mv_0}{e(d+L)}\,\hat{\boldsymbol{y}}\,.$

(g) $-\dfrac{Mv_0}{e(d+L)}\,\hat{\boldsymbol{z}}\,.$

(h) $\dfrac{Mv_0}{e(d+L)}\,\hat{\boldsymbol{y}}\,.$

2. Considere uma espira retangular de lados a e b ($a > b$) e um fio retilíneo infinito, coplanar. Sabendo-se que o fio retilíneo é paralelo aos lados longos da espira e que o fio e a espira portam, respectivamente, correntes I_1 para a direita e I_2 no sentido horário, assinale a única opção **incorreta**.



(a) A soma das forças nos lados curtos da espira é nula.

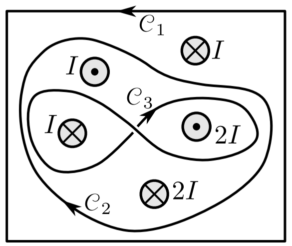
(b) A força em cada um dos lados curtos da espira é nula.

(c) A soma das forças nos lados longos da espira é não nula.

(d) As forças sobre os lados longos da espira estão na mesma direção.

(e) A força total sobre a espira é perpendicular ao fio retilíneo.

3. Determine a circulação $\Gamma_{\vec{\boldsymbol{B}}}[\mathcal{C}_i] := \oint_{\mathcal{C}_i} \vec{\boldsymbol{B}}\cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ $(i = 1, 2, 3)$ para as três curvas fechadas orientadas, respectivamente.



(a) $-\mu_0 I, 0, 3\mu_0 I\,.$

(b) $\mu_0 I, 0, -\mu_0 I\,.$

(c) $\mu_0 I, 6\mu_0 I, -\mu_0 I\,.$

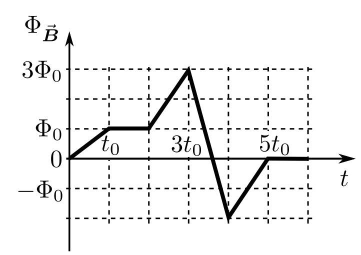
(d) $\mu_0 I, -6\mu_0 I, -\mu_0 I\,.$

(e) $-\mu_0 I, 0, -3\mu_0 I\,.$

(f) $\mu_0 I, 0, 3\mu_0 I\,.$

(g) $0, 0, 0$, pois todas são perpendiculares.

4. Considere o seguinte gráfico mostrando o fluxo do campo magnético através de um espira isolante em repouso, como função do tempo. Assinale a opção que melhor representa a força eletromotriz ao longo da espira, como função do tempo, nos 6 intervalos de tempo típicos do gráfico, respectivamente.



(a) $-\Phi_0/t_0, 0, -2\Phi_0/t_0, 5\Phi_0/t_0, -2\Phi_0/t_0, 0\,.$

(b) $\Phi_0/t_0, 0, 2\Phi_0/t_0, -5\Phi_0/t_0, 2\Phi_0/t_0, 0\,.$

(c) A fem é sempre zero, pois a espira é isolante.

(d) $-\Phi_0/2, -\Phi_0, -2\Phi_0, -\Phi_0/2, \Phi_0, 0\,.$

(e) $\Phi_0/2, \Phi_0, -2\Phi_0, \Phi_0/2, -\Phi_0, 0\,.$

5. Considere um fio retilíneo neutro e infinito e uma partícula (pontual) carregada em repouso, a uma certa distância do fio. Em um determinado instante t_0, surge, no fio, uma corrente não estacionária $I(t)$. Se o fio é o único agente interagindo com a partícula, o que acontece com esta depois do instante t_0?

(a) Ela deve permanecer em repouso, pois forças magnéticas não realizam trabalho.

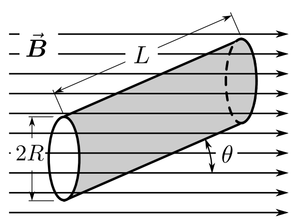
(b) Ela pode sair do repouso, devido à ação de forças magnéticas.

(c) Ela deve permanecer em repouso, devido à simetria do problema.

(d) Ela pode sair do repouso, devido à ação de forças elétricas.

(e) Ela deve permanecer em repouso, pois o fio é neutro.

6. Em uma certa região, temos um campo magnético $\vec{\boldsymbol{B}}$ uniforme. Qual é o módulo do seu fluxo através da superfície sombreada, constituída pela superfície lateral de um cilindro circular inclinado e uma de suas bases, perpendicular ao campo?



(a) $B\pi R^2$.

(b) $B(2\pi RL\cos\theta + \pi R^2)$.

(c) $B(2\pi RL\,\mathrm{sen}\,\theta + \pi R^2)$.

(d) 0.

(e) $\pi R^2\vec{\boldsymbol{B}}$.

7. Uma corrente estacionária percorre o circuito condutor abaixo. Qual é o módulo do campo magnético no ponto $\mathscr{P}$?

   (a) $\dfrac{17\mu_0 I\theta}{24\pi a}$.

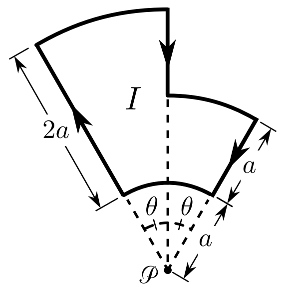
   (b) 0.

   (c) $\dfrac{7\mu_0 I}{12a}$.

   (d) $\dfrac{17\mu_0 I}{12a}$.

   (e) $\dfrac{\mu_0 I\theta}{12\pi a}$.

   (f) $\dfrac{7\mu_0 I\theta}{24\pi a}$.



8. Uma corrente estacionária, de intensidade I, flui ao longo de um segmento retilíneo que se divide, igualmente, em quatro meridianos de uma esfera de raio a, perpendiculares (dois a dois) entre si, e reencontrando-se num outro segmento retilíneo. Qual é o módulo do campo magnético no centro $\mathscr{P}$ da esfera?

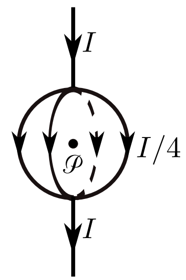
   (a) $\dfrac{\mu_0 i}{a}$.

   (b) $\dfrac{\mu_0 i}{2a}$.

   (c) 0.

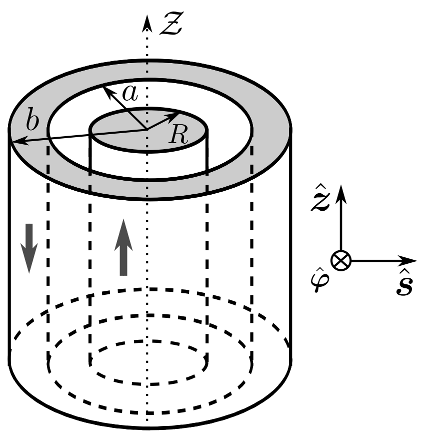
   (d) $\dfrac{\mu_0 i}{4a}$.

   (e) $\dfrac{3\mu_0 i}{2a}$.



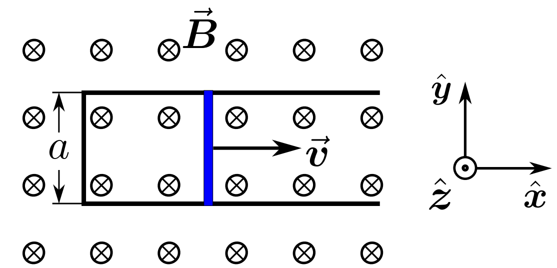
Seção 2. Questões discursivas (2×2,6 = 5,2 pontos)

1. [2,6 pontos] Um cabo coaxial é composto por um fio sólido, cilíndrico, circular, de raio R, e uma casca espessa, cilíndrica, também circular, coaxial, de raios a e b, tais que $R < a < b$. Ambos os cilindros são muito longos. Através do fio interno, passa uma corrente elétrica, estacionária, cuja densidade de corrente é $\vec{J}_{\text{int}} = J_{\text{int}}\,\hat{z}$ ($J_{\text{int}} =$ const > 0), enquanto que, através da casca externa, passa uma corrente elétrica, também estacionária, com densidade de corrente $\vec{J}_{\text{ext}} = -J_{\text{ext}}\,\hat{z}$ ($J_{\text{ext}} =$ const > 0).
   (a) Qual é a (intensidade de) corrente elétrica no fio interno? [0,4 ponto]
   (b) Qual é a (intensidade de) corrente elétrica na casca externa? [0,4 ponto]
   (c) Determine o campo magnético em cada uma das quatro regiões típicas em que o cabo "divide" o espaço. [1,8 ponto]



2.

[2,6 pontos] Um bastão retilíneo, de comprimento a, massa m e resistência R, desliza, sem atrito, sobre um fio (rígido) condutor ideal (sem resistência), em forma de U. O sistema todo está completamente imerso em uma região de campo magnético constante (estacionário e uniforme), perpendicular ao plano que contém o sistema.
Inicialmente, uma força externa é aplicada e o bastão move-se com uma velocidade constante $\vec{v}_0$ para a direita. A partir do instante $t = 0$, essa força externa deixa de agir e o bastão passa a mover-se apenas sob a ação da força magnética, com uma velocidade $\vec{v}(t)$. Despreze a capacitância e a auto-indutância do sistema, assim como a corrente de deslocamento.
(a) Qual é o módulo da força eletromotriz induzida no circuito (fio + bastão)? [0,8 ponto]
(b) Qual é o módulo da (intensidade de) corrente elétrica que passa pelo bastão e o seu sentido? [0,6 ponto]
(c) Qual é a força magnética (vetorial) sobre o bastão? [0,6 ponto]
(d) Qual é a velocidade (vetorial) do bastão como função explícita do tempo, para $t > 0$? [0,6 ponto]



Gabarito para Versão $\boxed{\text{C}}$

Seção 1. Múltipla escolha (8×0,6 = 4,8 pontos)

1. (g)
2. (b)
3. (e)
4. (a)
5. (d)
6. (a)
7. (f)
8. (c)

Seção 2. Questões discursivas (2×2,6 = 5,2 pontos)

1. **Resolução:**

(a) A corrente elétrica pode ser calculada como o fluxo do vetor densidade de corrente eétrica, uma vez que

$$I_{\text{int}} = \int_{\mathcal{S}_{\text{fio}}} \vec{\boldsymbol{J}}_{\text{int}} \cdot d\boldsymbol{A},$$

onde $\mathcal{S}_{\text{fio}}$ é a superfície da seção reta do fio. Como a densidade de corrente é uniforme, a intensidade de corrente interna será simplesmente

$$\boxed{I_{\text{int}} = J_{\text{int}}\,\pi R^2 .}$$

■

(b) Novamente, a corrente elétrica pode ser calculada como o fluxo do vetor densidade de corrente eétrica, uma vez que

$$I_{\text{ext}} = \int_{\mathcal{S}_{\text{casca}}} \vec{\boldsymbol{J}}_{\text{ext}} \cdot d\vec{\boldsymbol{A}},$$

onde $\mathcal{S}_{\text{casca}}$ é a superfície da seção reta da casca. Como a densidade de carga é uniforme, a intensidade de corrente interna será simplesmente

$$\boxed{I_{\text{int}} = J_{\text{int}}\,\pi (b^2 - a^2) .}$$

■

(c) Devido à simetria cilíndrica da distribuição de correntes, podemos usar a lei de Ampère para calcular o campo magnético.

Para tanto, precisamos desenvolver, separadamente, os seus dois membros. Comecemos com a circulação.

Como o fio e a casca são muito longos, o campo magnético só poderá ter dependência radial

$$\vec{\boldsymbol{B}} = B_\varphi(s)\hat{\boldsymbol{\varphi}},$$

Como curva amperiana, $\mathcal{C}$, escolhemos, então, o lugar geométrico dos pontos equidistantes à distribuição de correntes, ou seja, um círculo de raio s e vetor deslocamento dado por $d\vec{\boldsymbol{\ell}} = s d\varphi \hat{\boldsymbol{\varphi}}$.

Com essas escolhas, a circulação do campo magnético vai ser dada por

$$\Gamma^{\mathcal{C}}_{\vec{\boldsymbol{B}}} = \oint_{\mathcal{C}} \vec{\boldsymbol{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = B_\varphi(s) 2\pi s$$

Continuemos, agora, com a corrente encerrada, que terá uma expressão diferente para cada uma das quatro regiões.

- <u>região 1: $s < R$</u>
  Neste caso, $I = J_{\text{int}}\pi s^2$, de modo que
  $$B_\varphi(s) 2\pi s = \mu_0 J_{\text{int}} \pi s^2,$$
  o que nos leva ao resultado
  $$\boxed{\vec{\boldsymbol{B}}_1 = \frac{1}{2}\mu_0 J_{\text{int}} s\,\hat{\boldsymbol{\varphi}} .}$$

- <u>região 2: $R < r < a$</u>
  Neste caso, $I = J_{\text{int}}\pi R^2$, de modo que
  $$B_\varphi(s) 2\pi s = \mu_0 J_{\text{int}} \pi R^2,$$
  o que nos leva ao resultado
  $$\boxed{\vec{\boldsymbol{B}}_2 = \frac{1}{2}\mu_0 J_{\text{int}} \frac{R^2}{s}\,\hat{\boldsymbol{\varphi}} .}$$

- <u>região 3: $a < r < b$</u>
  Neste caso, $I = J_{\text{int}}\pi R^2 - J_{\text{ext}}\pi(s^2 - a^2)$, de modo que
  $$B_\varphi(s) 2\pi s = \mu_0 \left[J_{\text{int}}\pi R^2 - J_{\text{ext}}\pi(s^2 - a^2)\right],$$
  o que nos leva ao resultado
  $$\boxed{\vec{\boldsymbol{B}}_3 = \frac{1}{2}\mu_0 \left[\frac{J_{\text{int}} R^2 + J_{\text{ext}} a^2}{s} - J_{\text{ext}} s\right]\hat{\boldsymbol{\varphi}} .}$$

- <u>região 4: $b < r$</u>
  Neste caso, $I = J_{\text{int}}\pi R^2 - J_{\text{ext}}\pi(b^2 - a^2)$, de modo que
  $$B_\varphi(s) 2\pi s = \mu_0 \left[J_{\text{int}}\pi R^2 - J_{\text{ext}}\pi(b^2 - a^2)\right] ,$$
  o que nos leva ao resultado
  $$\boxed{\vec{\boldsymbol{B}}_4 = \frac{1}{2}\mu_0 \frac{\left[J_{\text{int}} R^2 - J_{\text{ext}}(b^2 - a^2)\right]}{s}\,\hat{\boldsymbol{\varphi}} .}$$

■

2. **Resolução:**

(a) Temos que $\vec{\boldsymbol{v}(t)} = v_x\hat{\boldsymbol{x}}$ e $\vec{\boldsymbol{B}} = -B\hat{\boldsymbol{z}}$. Colocando a origem do eixo $\mathcal{X}$ no lado vertical fixo do trilho, temos que $\Phi_B = Bax$ e, pela lei de Faraday,

$$\boxed{\mathcal{E}_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi_{\vec{\boldsymbol{B}}}}{dt} = -Bav_x}$$

■

(b) Como $I = |\mathcal{E}|/R$, temos

$$\boxed{I = Bav_x/R .}$$

Pela lei de Faraday (Lenz), o sentido da corrente induzida deve ser ***anti-horário***.

■

(c) A força será

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{F}} = -IaB\hat{\boldsymbol{x}}}$$

■

(d) Pela segunda lei de Newton,

$$ma_x = m\frac{dv_x}{dt} = -IaB = -\frac{B^2a^2v_x}{R}\,,$$

de onde temos

$$\frac{dv_x}{v_x} = -\frac{B^2a^2}{RM}dt\,,$$

cuja solução é

$$\boxed{v_x(t) = v_0e^{-t/\tau}\,,}$$

onde

$$\tau := \frac{RM}{B^2a^2}\,.$$

■

Universidade Federal do Rio de Janeiro – Instituto de Física
Física III – 2013/1 – Segunda Prova: 01/06/2013
Versão: D

Formulário

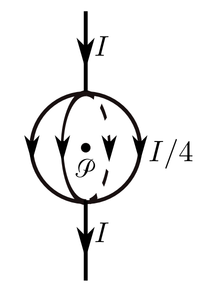
$$I = \int_S \vec{J}\cdot d\vec{A}\,, \qquad \vec{J} = nq\vec{v}\,, \qquad \vec{J} = \sigma\vec{E}\,, \qquad V = RI\,,$$

$$\vec{F}_m = q\vec{v}\times\vec{B}\,, \qquad d\vec{F}_m = Id\vec{\ell}\times\vec{B}\,, \qquad \oint_S \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0\,, \qquad d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{\ell}\times\hat{r}}{r^2}\,,$$

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{enc} + \mu_0\epsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt}\,, \qquad \mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt}\,, \qquad \Phi_B[1] = LI_1 + MI_2\,, \qquad u_B = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}\,.$$

Seção 1. Múltipla escolha (8×0,6 = 4,8 pontos)

1. Uma corrente estacionária, de intensidade I, flui ao longo de um segmento retilíneo que se divide, igualmente, em quatro meridianos de uma esfera de raio a, perpendiculares (dois a dois) entre si, e reencontrando-se num outro segmento retilíneo. Qual é o módulo do campo magnético no centro $\mathcal{P}$ da esfera?



(a) $\dfrac{\mu_0 i}{a}$.

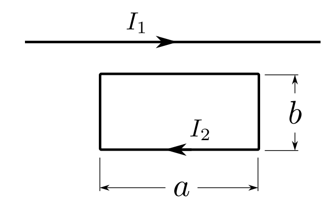
(b) $\dfrac{\mu_0 i}{2a}$.

(c) 0.

(d) $\dfrac{\mu_0 i}{4a}$.

(e) $\dfrac{3\mu_0 i}{2a}$.

2. Considere uma espira retangular de lados a e b ($a > b$) e um fio retilíneo infinito, coplanar. Sabendo-se que o fio retilíneo é paralelo aos lados longos da espira e que o fio e a espira portam, respectivamente, correntes I_1 para a direita e I_2 no sentido horário, assinale a única opção **incorreta**.



(a) A soma das forças nos lados curtos da espira é nula.

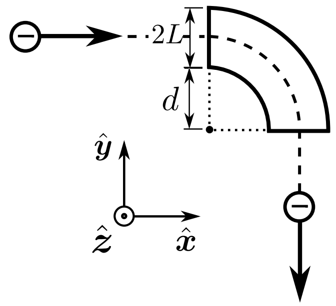
(b) A força em cada um dos lados curtos da espira é nula.

(c) A soma das forças nos lados longos da espira é não nula.

(d) As forças sobre os lados longos da espira estão na mesma direção.

(e) A força total sobre a espira é perpendicular ao fio retilíneo.

3. Um acelerador de partículas é projetado para desviar um elétron, de massa M e carga $-e$, que incide horizontalmente, com velocidade inicial $\vec{\boldsymbol{v}}_i = v_0\hat{\boldsymbol{x}}$, para uma velocidade final $\vec{\boldsymbol{v}}_f = -v_0\hat{\boldsymbol{y}}$. Assinale o campo magnético constante que permite que isso aconteça.



(a) $\dfrac{Mv_0}{e(d+L)}\,\hat{\boldsymbol{z}}$.

(b) $-\dfrac{Mv_0}{ed}\,\hat{\boldsymbol{y}}$.

(c) $\dfrac{Mv_0}{ed}\,\hat{\boldsymbol{y}}$.

(d) $-\dfrac{Mv_0}{eL}\,\hat{\boldsymbol{z}}$.

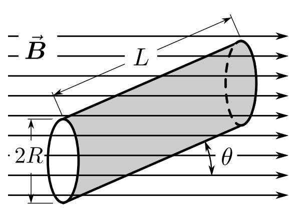
(e) $\dfrac{Mv_0}{eL}\,\hat{\boldsymbol{z}}$.

(f) $-\dfrac{Mv_0}{e(d+L)}\,\hat{\boldsymbol{y}}$.

(g) $-\dfrac{Mv_0}{e(d+L)}\,\hat{\boldsymbol{z}}$.

(h) $\dfrac{Mv_0}{e(d+L)}\,\hat{\boldsymbol{y}}$.

4. Em uma certa região, temos um campo magnético $\vec{\boldsymbol{B}}$ uniforme. Qual é o módulo do seu fluxo através da superfície sombreada, constituída pela superfície lateral de um cilindro circular inclinado e uma de suas bases, perpendicular ao campo?



(a) $B\pi R^2$.

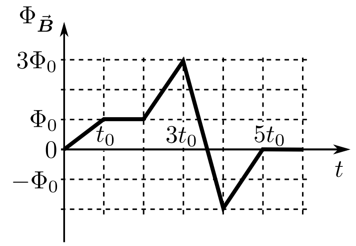
(b) $B(2\pi RL\cos\theta + \pi R^2)$.

(c) $B(2\pi RL \operatorname{sen}\theta + \pi R^2)$.

(d) 0.

(e) $\pi R^2 \vec{\boldsymbol{B}}$.

5. Considere o seguinte gráfico mostrando o fluxo do campo magnético através de um espira isolante em repouso, como função do tempo. Assinale a opção que melhor representa a força eletromotriz ao longo da espira, como função do tempo, nos 6 intervalos de tempo típicos do gráfico, respectivamente.



(a) $-\Phi_0/t_0, 0, -2\Phi_0/t_0, 5\Phi_0/t_0, -2\Phi_0/t_0, 0$.

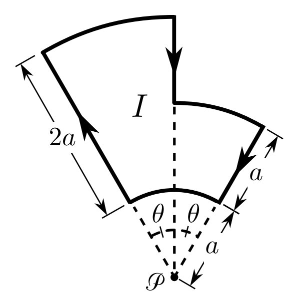
(b) $\Phi_0/t_0, 0, 2\Phi_0/t_0, -5\Phi_0/t_0, 2\Phi_0/t_0, 0$.

(c) A fem é sempre zero, pois a espira é isolante.

(d) $-\Phi_0/2, -\Phi_0, -2\Phi_0, -\Phi_0/2, \Phi_0, 0$.

(e) $\Phi_0/2, \Phi_0, -2\Phi_0, \Phi_0/2, -\Phi_0, 0$.

6. Uma corrente estacionária percorre o circuito condutor abaixo. Qual é o módulo do campo magnético no ponto $\mathscr{P}$?



(a) $\dfrac{17\mu_0 I\theta}{24\pi a}$.

(b) 0.

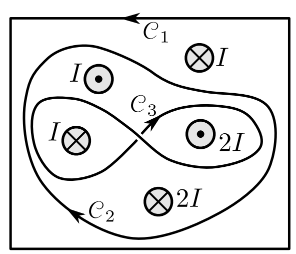
(c) $\dfrac{7\mu_0 I}{12a}$.

(d) $\dfrac{17\mu_0 I}{12a}$.

(e) $\dfrac{\mu_0 I\theta}{12\pi a}$.

(f) $\dfrac{7\mu_0 I\theta}{24\pi a}$.

7. Determine a circulação $\Gamma_{\vec{\boldsymbol{B}}}[\mathscr{C}_i] := \oint_{\mathscr{C}_i} \vec{\boldsymbol{B}}\cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ $(i = 1, 2, 3)$ para as três curvas fechadas orientadas, respectivamente.



(a) $-\mu_0 I, 0, 3\mu_0 I$.

(b) $\mu_0 I, 0, -\mu_0 I$.

(c) $\mu_0 I, 6\mu_0 I, -\mu_0 I$.

(d) $\mu_0 I, -6\mu_0 I, -\mu_0 I$.

(e) $-\mu_0 I, 0, -3\mu_0 I$.

(f) $\mu_0 I, 0, 3\mu_0 I$.

(g) 0, 0, 0, pois todas são perpendiculares.

8. Considere um fio retilíneo neutro e infinito e uma partícula (pontual) carregada em repouso, a uma certa distância do fio. Em um determinado instante t_0, surge, no fio, uma corrente não estacionária $I(t)$. Se o fio é o único agente interagindo com a partícula, o que acontece com esta depois do instante t_0?

(a) Ela deve permanecer em repouso, pois forças magnéticas não realizam trabalho.

(b) Ela pode sair do repouso, devido à ação de forças magnéticas.

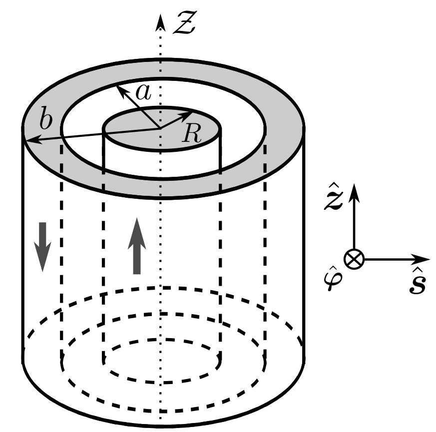
(c) Ela deve permanecer em repouso, devido à simetria do problema.

(d) Ela pode sair do repouso, devido à ação de forças elétricas.

(e) Ela deve permanecer em repouso, pois o fio é neutro.

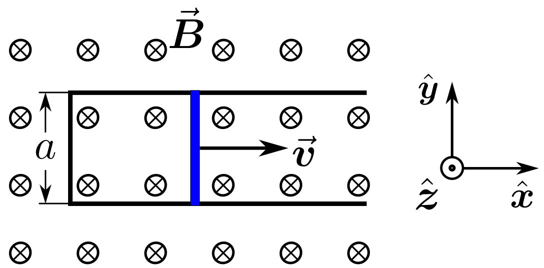
Seção 2. Questões discursivas (2×2,6 = 5,2 pontos)

1. [2,6 pontos] Um cabo coaxial é composto por um fio sólido, cilíndrico, circular, de raio R, e uma casca espessa, cilíndrica, também circular, coaxial, de raios a e b, tais que $R < a < b$. Ambos os cilindros são muito longos. Através do fio interno, passa uma corrente elétrica, estacionária, cuja densidade de corrente é $\vec{\boldsymbol{J}}_{\text{int}} = J_{\text{int}}\,\hat{\boldsymbol{z}}$ ($J_{\text{int}} =$ const > 0), enquanto que, através da casca externa, passa uma corrente elétrica, também estacionária, com densidade de corrente $\vec{\boldsymbol{J}}_{\text{ext}} = -J_{\text{ext}}\,\hat{\boldsymbol{z}}$ ($J_{\text{ext}} =$ const > 0).
(a) Qual é a (intensidade de) corrente elétrica no fio interno? [0,4 ponto]
(b) Qual é a (intensidade de) corrente elétrica na casca externa? [0,4 ponto]
(c) Determine o campo magnético em cada uma das quatro regiões típicas em que o cabo "divide" o espaço. [1,8 ponto]



2.

[2,6 pontos] Um bastão retilíneo, de comprimento a, massa m e resistência R, desliza, sem atrito, sobre um fio (rígido) condutor ideal (sem resistência), em forma de U. O sistema todo está completamente imerso em uma região de campo magnético constante (estacionário e uniforme), perpendicular ao plano que contém o sistema.
Inicialmente, uma força externa é aplicada e o bastão move-se com uma velocidade constante $\vec{\boldsymbol{v}}_0$ para a direita. A partir do instante $t = 0$, essa força externa deixa de agir e o bastão passa a mover-se apenas sob a ação da força magnética, com uma velocidade $\vec{\boldsymbol{v}}(t)$. Despreze a capacitância e a auto-indutância do sistema, assim como a corrente de deslocamento.
(a) Qual é o módulo da força eletromotriz induzida no circuito (fio + bastão)? [0,8 ponto]
(b) Qual é o módulo da (intensidade de) corrente elétrica que passa pelo bastão e o seu sentido? [0,6 ponto]
(c) Qual é a força magnética (vetorial) sobre o bastão? [0,6 ponto]
(d) Qual é a velocidade (vetorial) do bastão como função explícita do tempo, para $t > 0$? [0,6 ponto]



Gabarito para Versão D

Seção 1. Múltipla escolha (8×0,6 = 4,8 pontos)

1. (c)
2. (b)
3. (g)
4. (a)
5. (a)
6. (f)
7. (e)
8. (d)

Seção 2. Questões discursivas (2×2,6 = 5,2 pontos)

1. **Resolução:**

(a) A corrente elétrica pode ser calculada como o fluxo do vetor densidade de corrente eétrica, uma vez que

$$I_{\rm int} = \int_{\mathcal{S}_{\rm fio}} \vec{\boldsymbol{J}}_{\rm int} \cdot d\boldsymbol{A},$$

onde $\mathcal{S}_{\rm fio}$ é a superfície da seção reta do fio. Como a densidade de corrente é uniforme, a intensidade de corrente interna será simplesmente

$$\boxed{I_{\rm int} = J_{\rm int}\, \pi R^2\,.}$$

■

(b) Novamente, a corrente elétrica pode ser calculada como o fluxo do vetor densidade de corrente eétrica, uma vez que

$$I_{\rm ext} = \int_{\mathcal{S}_{\rm casca}} \vec{\boldsymbol{J}}_{\rm ext} \cdot d\vec{\boldsymbol{A}},$$

onde $\mathcal{S}_{\rm casca}$ é a superfície da seção reta da casca. Como a densidade de carga é uniforme, a intensidade de corrente interna será simplesmente

$$\boxed{I_{\rm int} = J_{\rm int}\, \pi (b^2 - a^2)\,.}$$

■

(c) Devido à simetria cilíndrica da distribuição de correntes, podemos usar a lei de Ampère para calcular o campo magnético.

Para tanto, precisamos desenvolver, separadamente, os seus dois membros. Comecemos com a circulação.

Como o fio e a casca são muito longos, o campo magnético só poderá ter dependência radial

$$\vec{\boldsymbol{B}} = B_\varphi(s)\hat{\boldsymbol{\varphi}},$$

Como curva amperiana, $\mathcal{C}$, escolhemos, então, o lugar geométrico dos pontos equidistantes à distribuição de correntes, ou seja, um círculo de raio s e vetor deslocamento dado por $d\vec{\boldsymbol{\ell}} = s d\varphi \hat{\boldsymbol{\varphi}}$.

Com essas escolhas, a circulação do campo magnético vai ser dada por

$$\Gamma^{\mathcal{C}}_{\vec{\boldsymbol{B}}} = \oint_{\mathcal{C}} \vec{\boldsymbol{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = B_\varphi(s) 2\pi s$$

Continuemos, agora, com a corrente encerrada, que terá uma expressão diferente para cada uma das quatro regiões.

- <u>região 1: $s < R$</u>
  Neste caso, $I = J_{\text{int}}\pi s^2$, de modo que
  $$B_\varphi(s) 2\pi s = \mu_0 J_{\text{int}} \pi s^2,$$
  o que nos leva ao resultado
  $$\boxed{\vec{\boldsymbol{B}}_1 = \frac{1}{2}\mu_0 J_{\text{int}} s\, \hat{\boldsymbol{\varphi}}\,.}$$
- <u>região 2: $R < r < a$</u>
  Neste caso, $I = J_{\text{int}}\pi R^2$, de modo que
  $$B_\varphi(s) 2\pi s = \mu_0 J_{\text{int}} \pi R^2,$$
  o que nos leva ao resultado
  $$\boxed{\vec{\boldsymbol{B}}_2 = \frac{1}{2}\mu_0 J_{\text{int}} \frac{R^2}{s}\, \hat{\boldsymbol{\varphi}}\,.}$$
- <u>região 3: $a < r < b$</u>
  Neste caso, $I = J_{\text{int}}\pi R^2 - J_{\text{ext}}\pi(s^2 - a^2)$, de modo que
  $$B_\varphi(s) 2\pi s = \mu_0 \left[J_{\text{int}}\pi R^2 - J_{\text{ext}}\pi(s^2 - a^2)\right],$$
  o que nos leva ao resultado
  $$\boxed{\vec{\boldsymbol{B}}_3 = \frac{1}{2}\mu_0 \left[\frac{J_{\text{int}} R^2 + J_{\text{ext}} a^2}{s} - J_{\text{ext}} s\right] \hat{\boldsymbol{\varphi}}\,.}$$
- <u>região 4: $b < r$</u>
  Neste caso, $I = J_{\text{int}}\pi R^2 - J_{\text{ext}}\pi(b^2 - a^2)$, de modo que
  $$B_\varphi(s) 2\pi s = \mu_0 \left[J_{\text{int}}\pi R^2 - J_{\text{ext}}\pi(b^2 - a^2)\right]\,,$$
  o que nos leva ao resultado
  $$\boxed{\vec{\boldsymbol{B}}_4 = \frac{1}{2}\mu_0 \frac{\left[J_{\text{int}} R^2 - J_{\text{ext}}(b^2 - a^2)\right]}{s}\, \hat{\boldsymbol{\varphi}}\,.}$$

■

2. **Resolução:**

(a) Temos que $\vec{\boldsymbol{v}(t)} = v_x \hat{\boldsymbol{x}}$ e $\vec{\boldsymbol{B}} = -B\hat{\boldsymbol{z}}$. Colocando a origem do eixo $\mathcal{X}$ no lado vertical fixo do trilho, temos que $\Phi_B = Bax$ e, pela lei de Faraday,
$$\boxed{\mathcal{E}_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi_{\vec{\boldsymbol{B}}}}{dt} = -Bav_x}$$

■

(b) Como $I = |\mathcal{E}|/R$, temos
$$\boxed{I = Bav_x/R\,.}$$

Pela lei de Faraday (Lenz), o sentido da corrente induzida deve ser ***anti-horário***.

■

(c) A força será
$$\boxed{\vec{\boldsymbol{F}} = -IaB\hat{\boldsymbol{x}}}$$

■

(d) Pela segunda lei de Newton,
$$ma_x = m\frac{dv_x}{dt} = -IaB = -\frac{B^2a^2v_x}{R}\,,$$
de onde temos
$$\frac{dv_x}{v_x} = -\frac{B^2a^2}{RM}dt\,,$$
cuja solução é
$$\boxed{v_x(t) = v_0 e^{-t/\tau}\,,}$$
onde
$$\tau := \frac{RM}{B^2a^2}\,.$$

■