

# Medindo parâmetros cosmológicos

## Aula 2

Introdução à Cosmologia

2012/02

## Aula passada

---

Se conhecermos os valores de  $\Omega$  para cada componente, podemos obter  $a(t)$  através da equação de Friedmann, e assim estudar a evolução do Universo.

Se isso não é possível, podemos utilizar uma aproximação para  $a(t)$  em termos de  $H_0$  e  $q_0$ , válida para pequenas distâncias.

Os valores dos parâmetros  $H_0$  e  $q_0$  podem ser obtidos experimentalmente se realizarmos medidas de distância e desvio para o vermelho de vários objetos próximos no fluxo de Hubble:

$$d_p(t_0) \approx \frac{c}{H_0} z \left[ 1 - \frac{1 + q_0}{2} z \right] = \text{Ryden}$$

## Aula passada

---

Como não é possível medir  $d_p(t_o)$  diretamente, definimos a distância de diâmetro angular:

$$D_A \equiv \frac{l}{\delta\theta}$$

Para um Universo de Friedmann qualquer, encontramos a relação:

$$D_A = \frac{S_k(r)}{1+z}$$

Em particular, para um Universo de Friedmann com tri-curvatura nula ( $k=0$ ) vimos que:

$$D_A = \frac{d_p(t_0)}{1+z} = d_p(t_e)$$

$$D_A = \frac{d_p(t_0)}{1+z} = d_p(t_e)$$

Então, em um Universo de Friedmann com  $\kappa=0$ , a distância de diâmetro angular é igual à distância própria no instante em que a luz foi emitida pela fonte.

Lembrando que

$$d_p(t_0) = c \int_{t_e}^{t_0} \frac{dt}{a(t)}$$

podemos calcular o valor esperado de  $D_A$  para um determinado modelo de Universo com  $\kappa=0$  computando:

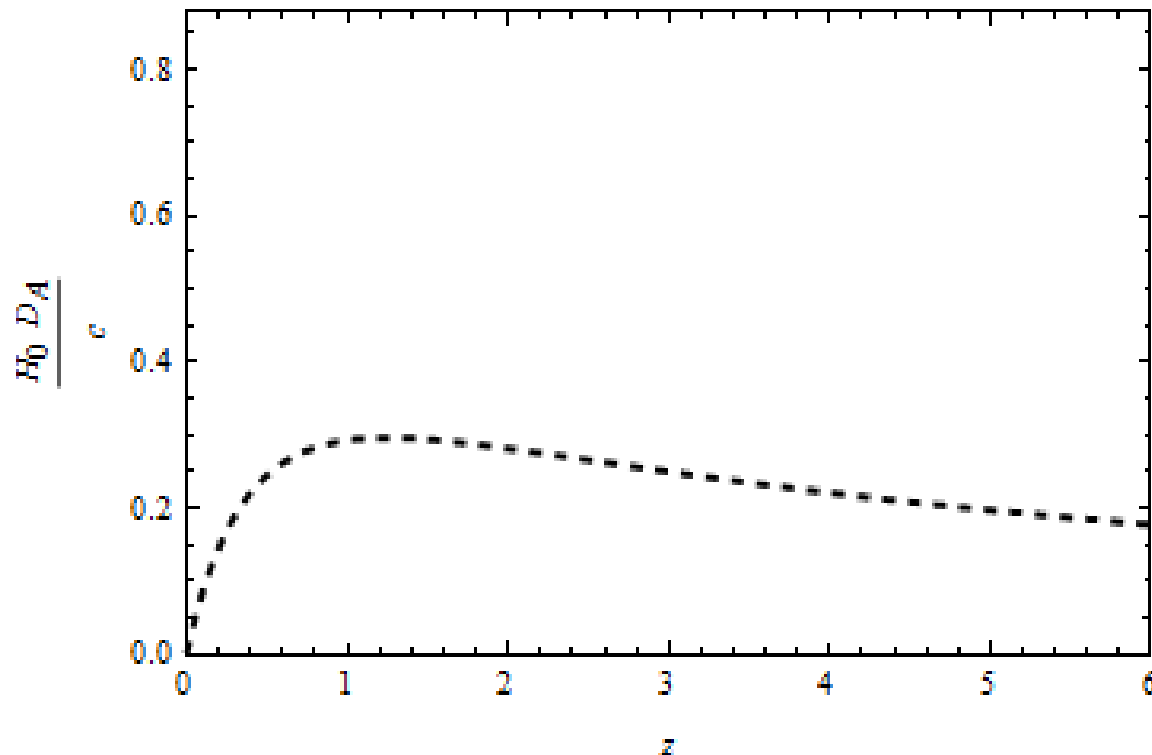
$$D_A = d_p(t_e) = \frac{1}{1+z} c \int_{t_e}^{t_0} \frac{dt}{a(t)}$$

# Exemplos para diferentes modelos de Universo com $k=0$

---

1. Universo dominado por matéria não relativística com  $\Omega_{m,0} = 1$

$$a(t) = \left( \frac{t}{t_0} \right)^{2/3} \Rightarrow D_A = \frac{1}{1+z} \frac{2c}{H_0} \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}} \right]$$

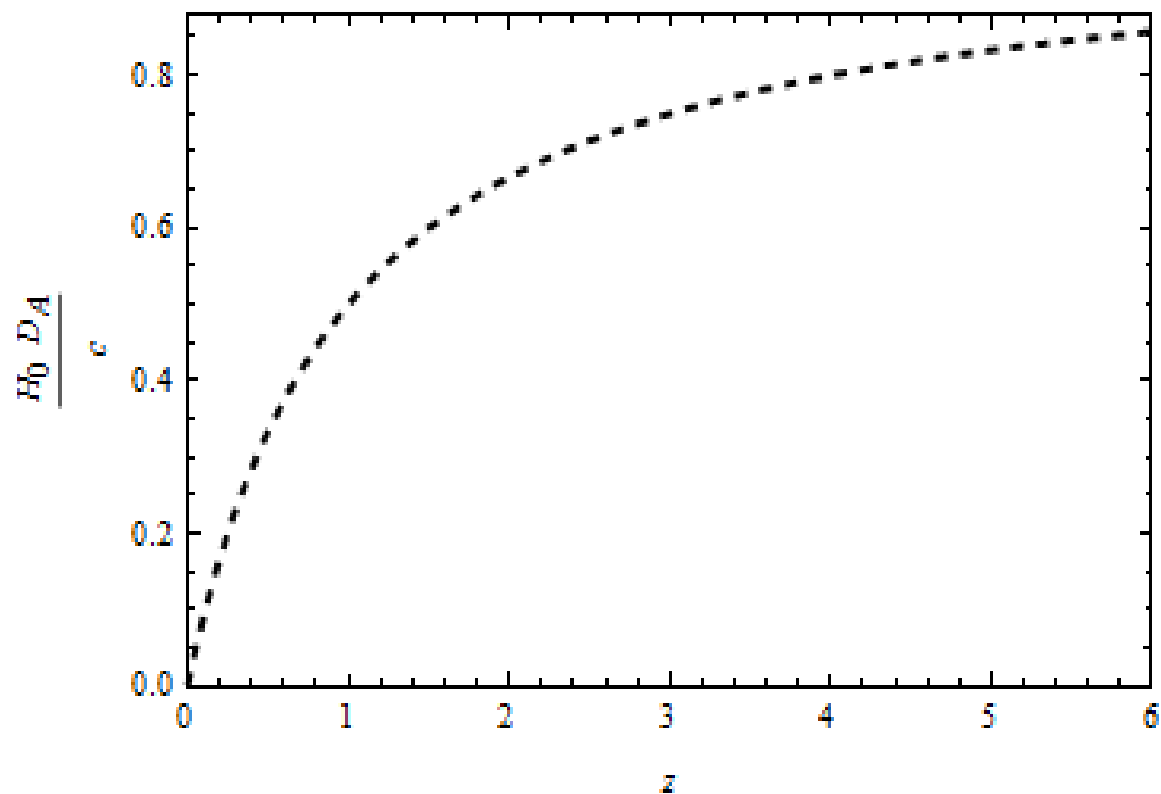


# Exemplos para diferentes modelos de Universo com $k=0$

---

2. Universo dominado por constante cosmológica com  $\Omega_{\Lambda,0} = 1$

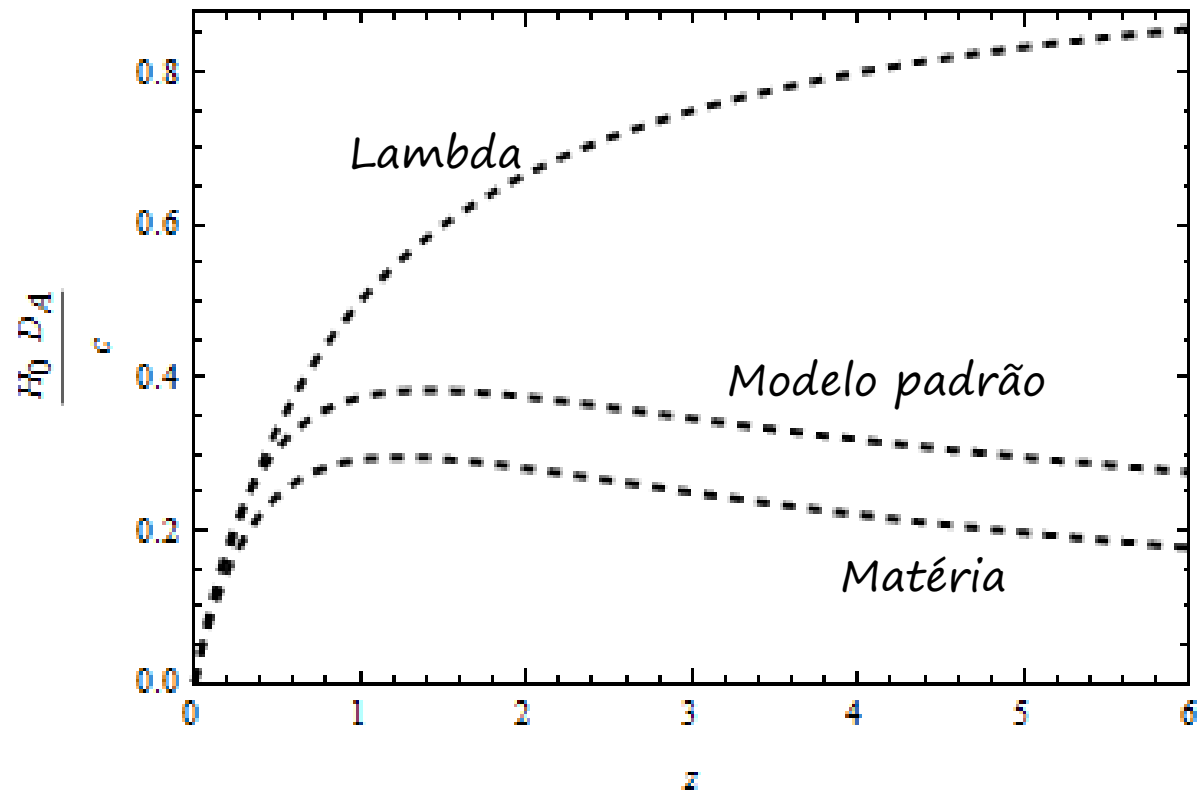
$$a(t) = e^{H_0(t-t_0)} \quad \Rightarrow \quad D_A = \frac{c}{H_0} \frac{z}{1+z}$$



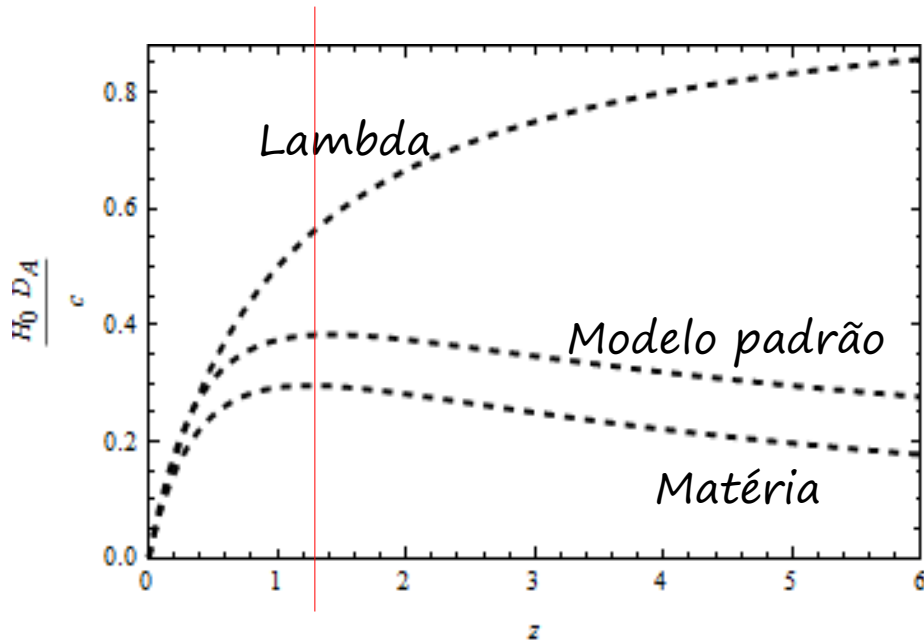
# Exemplos para diferentes modelos de Universo com $k=0$

---

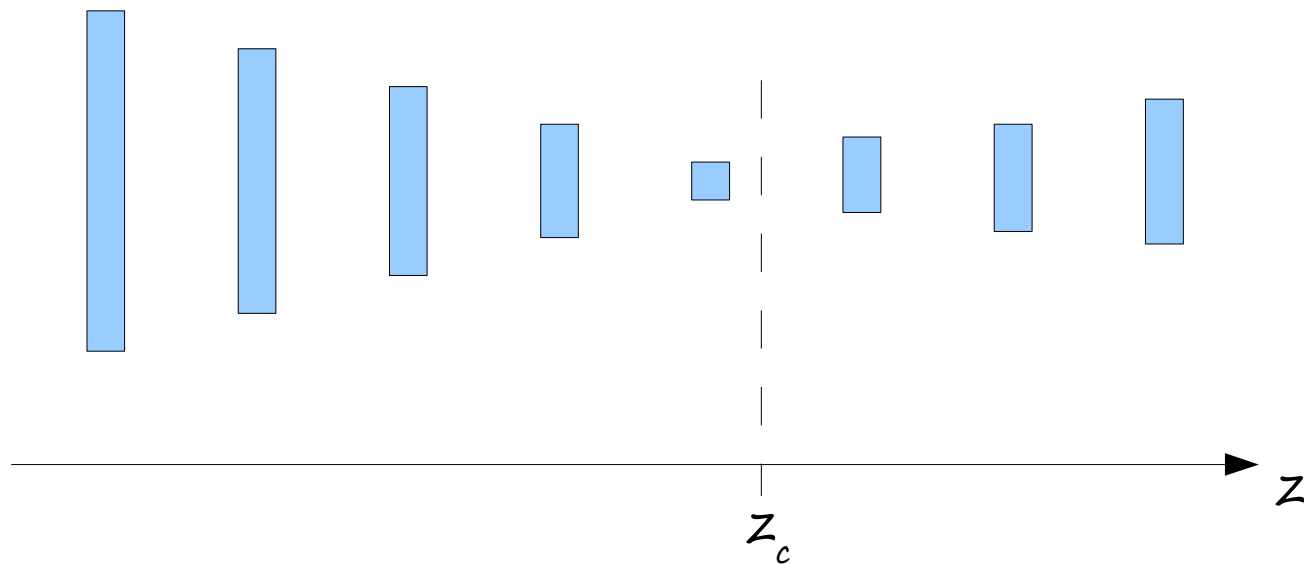
3. Todos + Modelo padrão ( $\Omega_{m,0} = 0.3$ ,  $\Omega_{\Lambda,0} = 0.7$ )



# Propriedade de $D_A$ para modelos com $k=0$ e $\Omega_{\Lambda,0} \neq 1$



É interessante notar que  $D_A$  cresce com  $z$  até um determinado valor  $z=z_c$  e depois começa a diminuir. (com exceção do dominado por  $\Lambda$ )



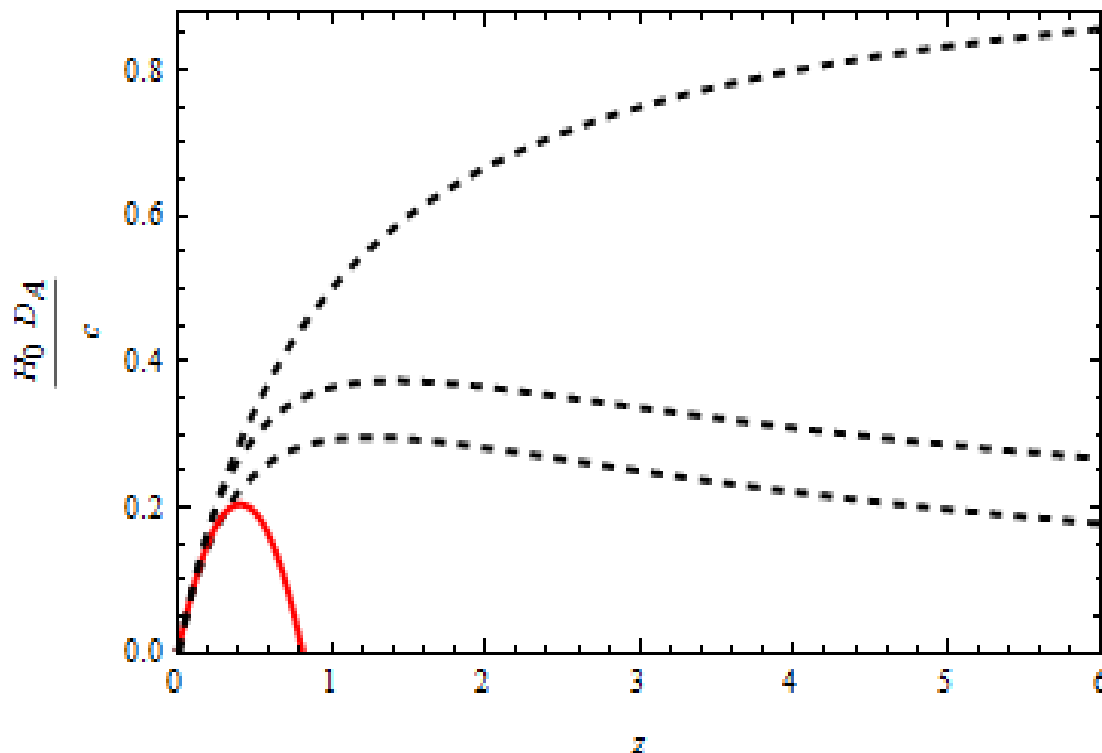
## Comparação com expansão em série

---

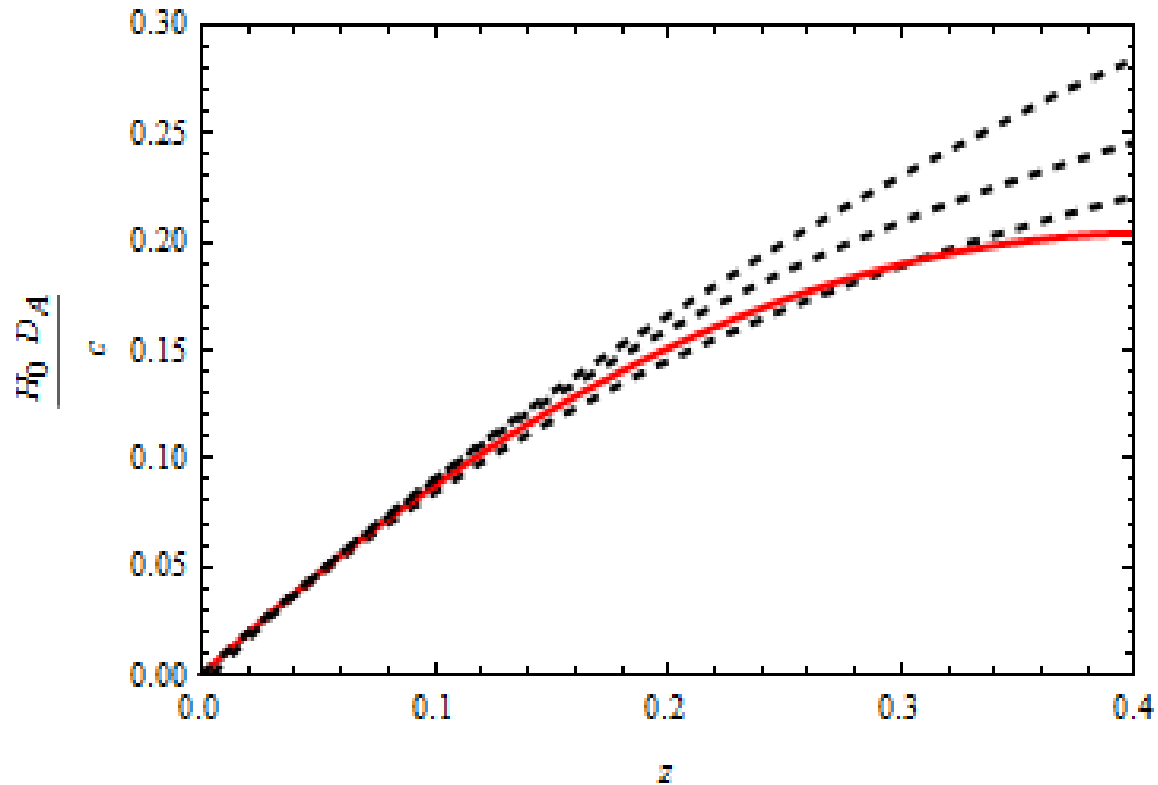
Podemos agora comparar essas curvas com aquela prevista pela expansão para  $D_A$  em termos de  $H_0$  e  $q_0$ . Para o caso  $k=0$ , já vimos que

$$D_A = \frac{cz}{H_0} \left( 1 - \frac{3 + q_0}{2} z \right)$$

= Ryden



Fazendo um zoom no gráfico anterior:



A expansão só é uma boa aproximação para  $z \ll 1$ , como esperado.

## Distância de Luminosidade – Fluxo de luz

---

Como vimos, não conhecemos atualmente muitos objetos candidatos a réguas padrão. A utilização de BAO é um fato recente.

Por isso, o conceito de distância de luminosidade  $D_L$ , é muito utilizado em cosmologia.

Já falamos de 2 dos 3 observáveis em cosmologia:

~~Diâmetro angular;~~

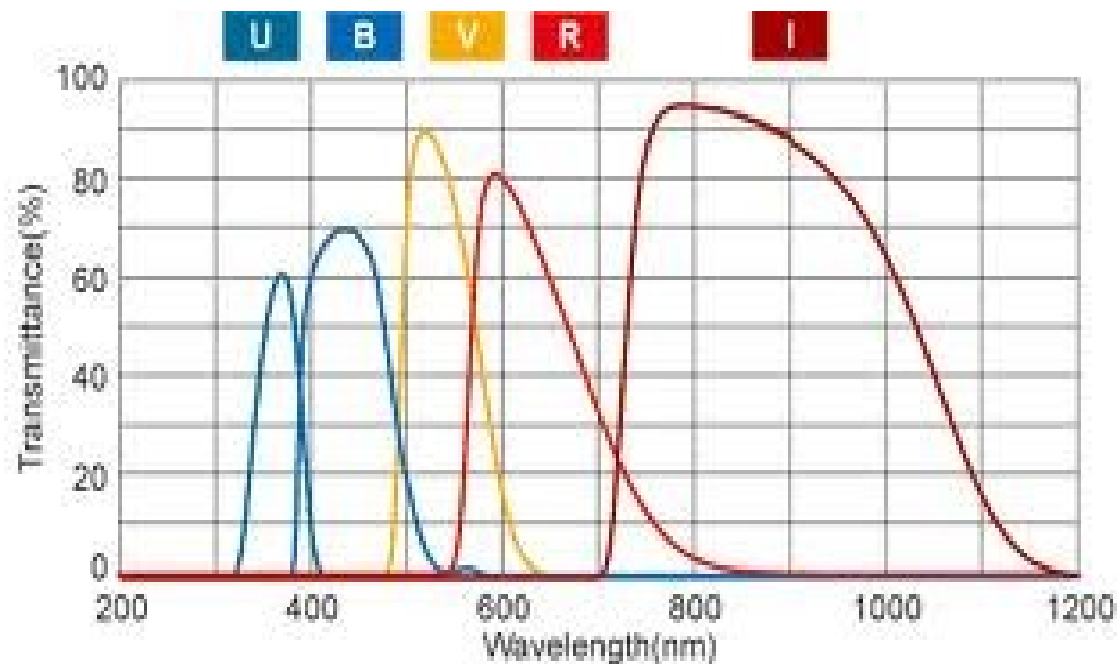
~~Desvio para o vermelho;~~

Fluxo de luz.

Quantidade de energia vinda de uma fonte que é detectada na Terra por unidade de tempo e por unidade de área.

Em teoria, podemos medir o fluxo vindo de um objeto astronômico integrado em todas as frequências (fluxo bolométrico) ou o fluxo em um determinado intervalo de frequência.

Na prática, o fluxo bolométrico é difícil de ser medido e o que se faz é utilizar filtros que “selecionam” a luz em uma determinada faixa de frequência.



## Distância de Luminosidade - Definição

---

Vela padrão: objeto com luminosidade intrínseca  $L$  conhecida.

(Luminosidade intrínseca = quantidade de energia total emitida pela fonte por unidade de tempo)

Distância de diâmetro angular:

Para uma régua padrão, conhecemos o tamanho próprio  $l$  e medimos  $\delta\theta \rightarrow$  definimos  $D_A = l/\delta\theta$ .

Analogamente, se conhecemos a luminosidade própria  $L$  e medimos o fluxo  $f$ , podemos definir a distância de luminosidade como:

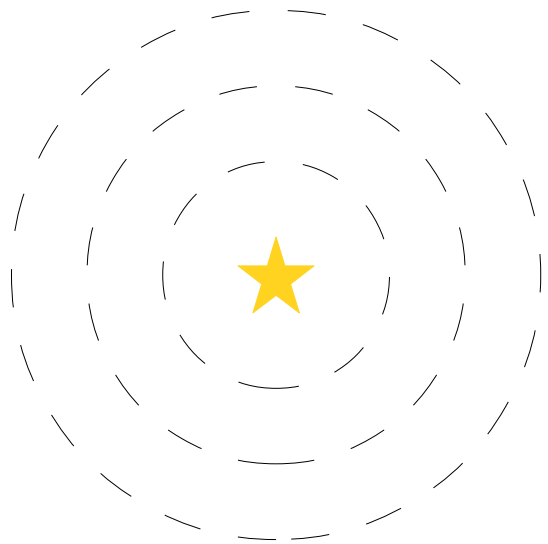
$$D_L \equiv \sqrt{\frac{L}{4\pi f}}$$

No caso de um Universo estático e euclidiano,  $D_L$  é igual à distância própria da vela padrão.

No caso geral, isso NÃO é verdade!

Universo de Friedmann geral:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a(t)^2 [dr^2 + S_\kappa(r)^2 d\Omega^2]$$



Área da esfera sobre a qual os fótons emitidos pela estrela em um mesmo momento se espalham depende da curvatura do espaço-tempo:

$$A(t_0) = 4\pi S_k(r)^2$$

(Se  $k=0 \Rightarrow A(t_0) = 4\pi r^2$ )

Além disso, se o Universo não é estático, a sua expansão causa dois efeitos distintos sobre o fluxo de fótons observado:

1. Desvio para o vermelho cosmológico:

Um fóton emitido pela fonte com comprimento de onda  $\lambda_e$ , quando o fator de escala era  $a(t_e)$ , é detectado hoje na Terra com comprimento de onda

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_e}{a(t_e)} = \lambda_e(1 + z)$$

A energia atribuída ao fóton na detecção será portanto

$$E_0 = \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{hc}{\lambda_e} \frac{1}{(1 + z)} = \frac{E_e}{1 + z}$$

## 2. Aumento do intervalo entre fótons de um mesmo feixe

Se a fonte emite um feixe de fótons tal que o intervalo de tempo entre cada um é  $\delta t_e$ , a expansão do Universo fará com que esse intervalo aumente durante a viagem dos fótons até a Terra:

$$\delta t_0 = \delta t_e(1 + z)$$

O efeito geométrico da curvatura e os dois efeitos da expansão resultam na seguinte relação entre fluxo medido e luminosidade intrínseca da fonte:

$$f = \frac{L}{4\pi S_k(r)^2(1+z)^2} \Rightarrow D_L = S_k(r)(1+z)$$

Curvatura  $\swarrow$   $\searrow$   $(1+z)$  – desvio para o vermelho cosmológico  
 $(1+z)$  – variação de  $\delta t$

Para Universo de Friedmann geral.

## Distância de Luminosidade – Tri-curvatura nula

---

Para um Universo em expansão e com  $k=0$ , temos:

$$S_k(r) = r \Rightarrow D_L = r (1 + z) = d_p(t_0)(1 + z)$$

Então, em um Universo em expansão a distância de luminosidade não é igual à distância própria.

Usando a expansão para a distância própria em termos de  $z$ ,

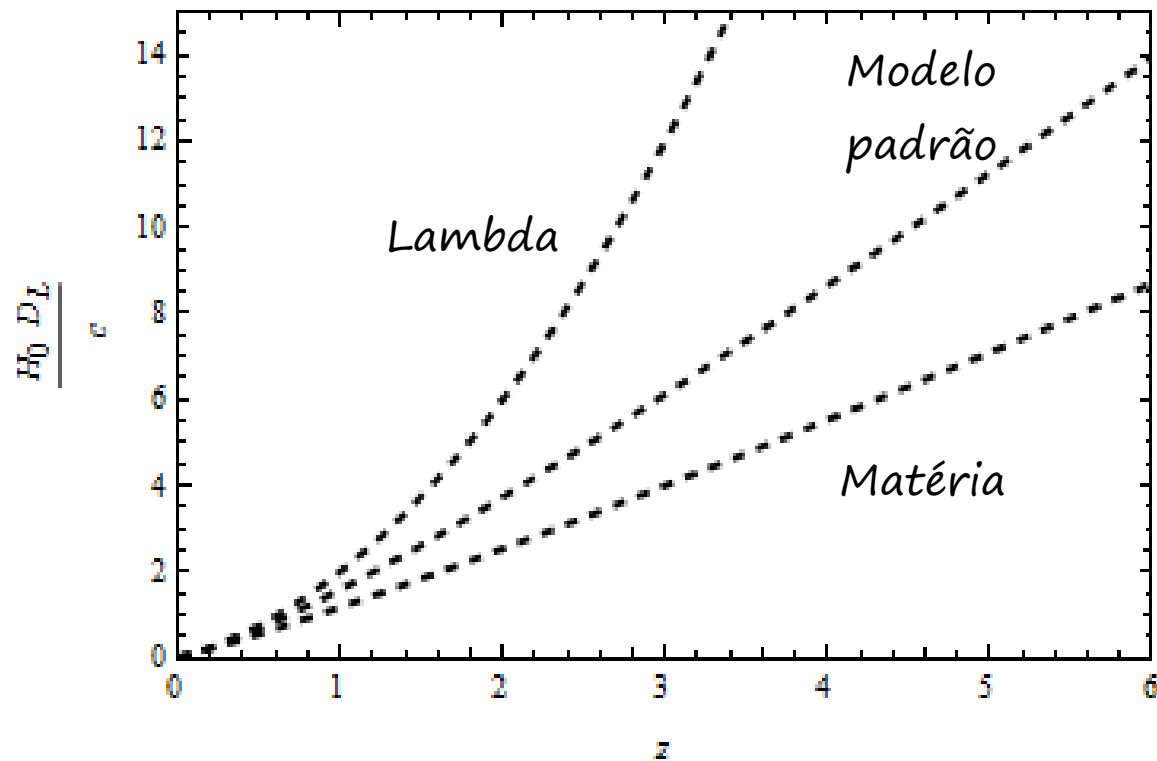
$$d_p(t_0) \approx \frac{c}{H_0} z \left[ 1 - \frac{1 + q_0}{2} z \right]$$

obtemos, nesse caso,

$$D_L \approx \frac{c}{H_0} z \left( 1 - \frac{1 + q_0}{2} z \right) (1 + z) \approx \frac{c}{H_0} z \left( 1 + \frac{1 - q_0}{2} z \right) = \text{Ryden}$$

# Exemplos para diferentes modelos de Universo com $k=0$

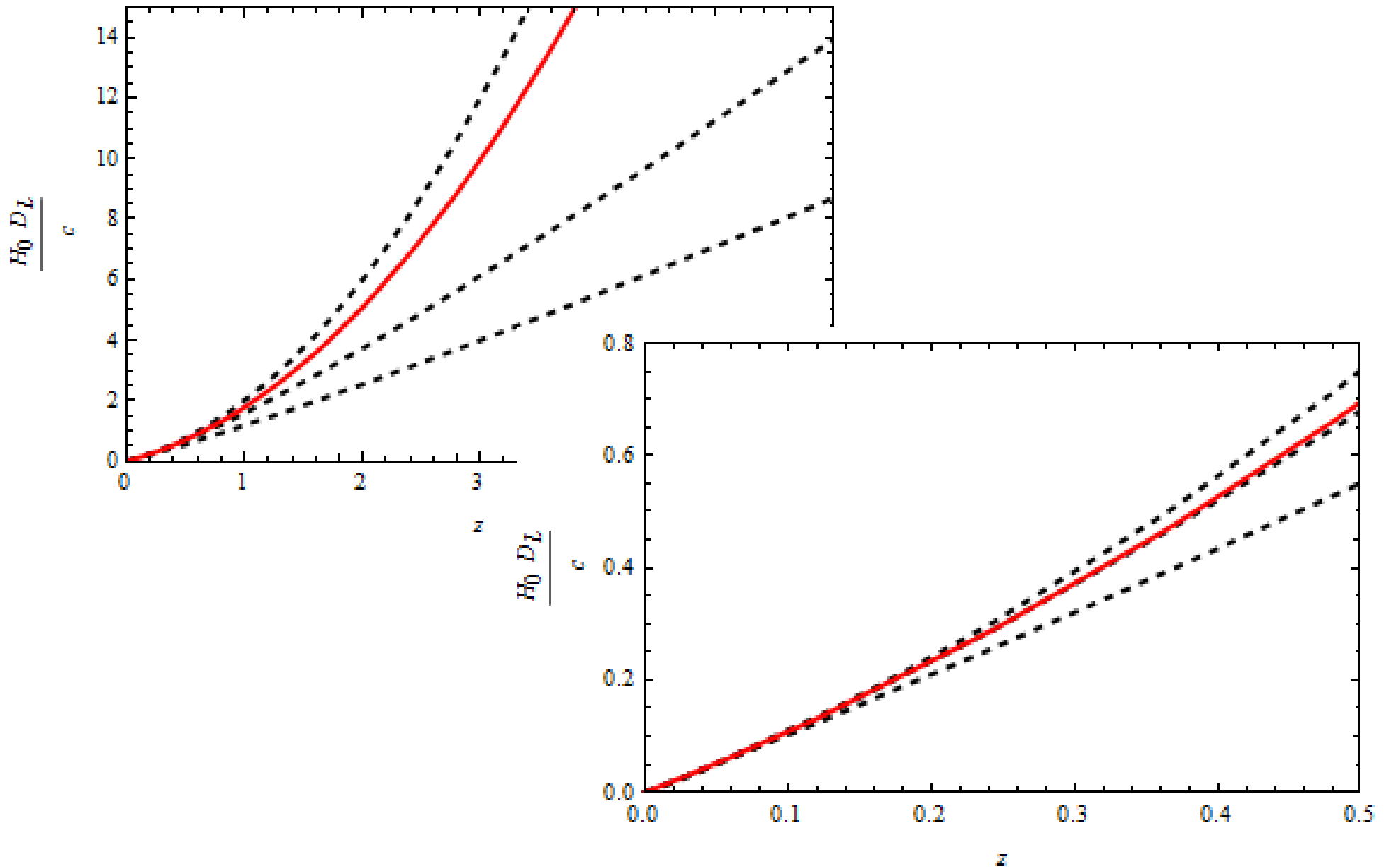
---



A distância de luminosidade cresce com  $z$  para todos os casos.

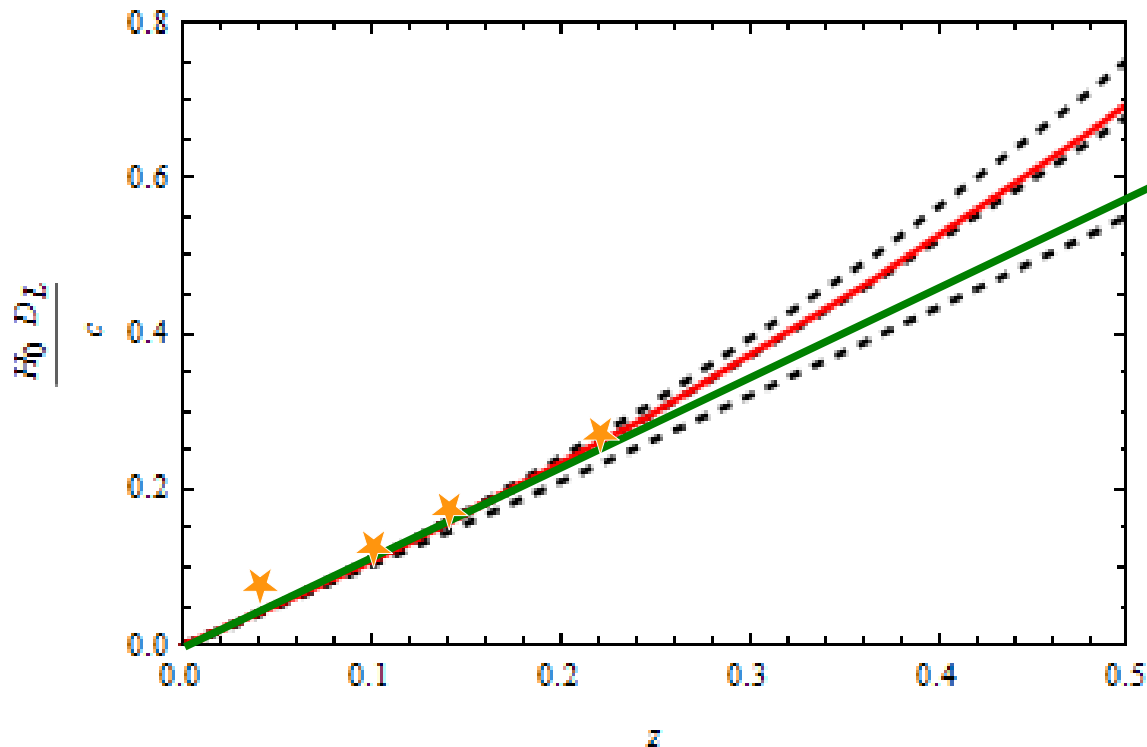
# Comparação com expansão em série

---



# Uso de velas padrão para determinar $H_0$

Método utilizado pelo próprio Hubble!



$$D_L \approx \frac{c}{H_0} z$$

Linear para  $z < 0.2$ .

Termo não linear da expansão se torna apreciável para  $z > 0.2$ .

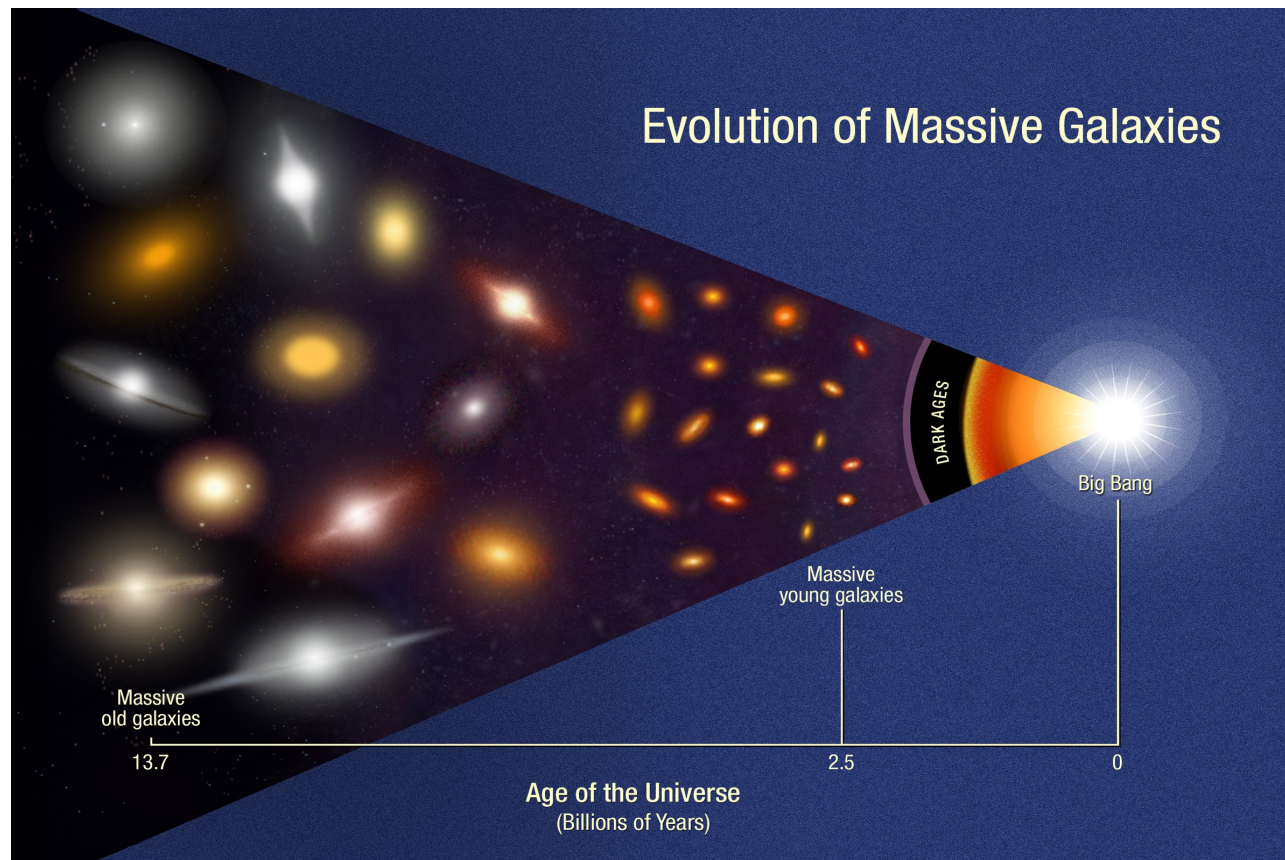
Para valores menores de  $z$ , diagrama de Hubble pode ser usado para obter o valor de  $H_0$  através de um ajuste linear.

# Como identificar uma vela padrão?

---

*Objeto de luminosidade intrínseca conhecida.*

*As próprias galáxias foram pensadas como candidatos, porém a variedade de tais objetos é muito grande e a luminosidade total de uma mesma galáxia muda com o tempo de maneira complicada.*

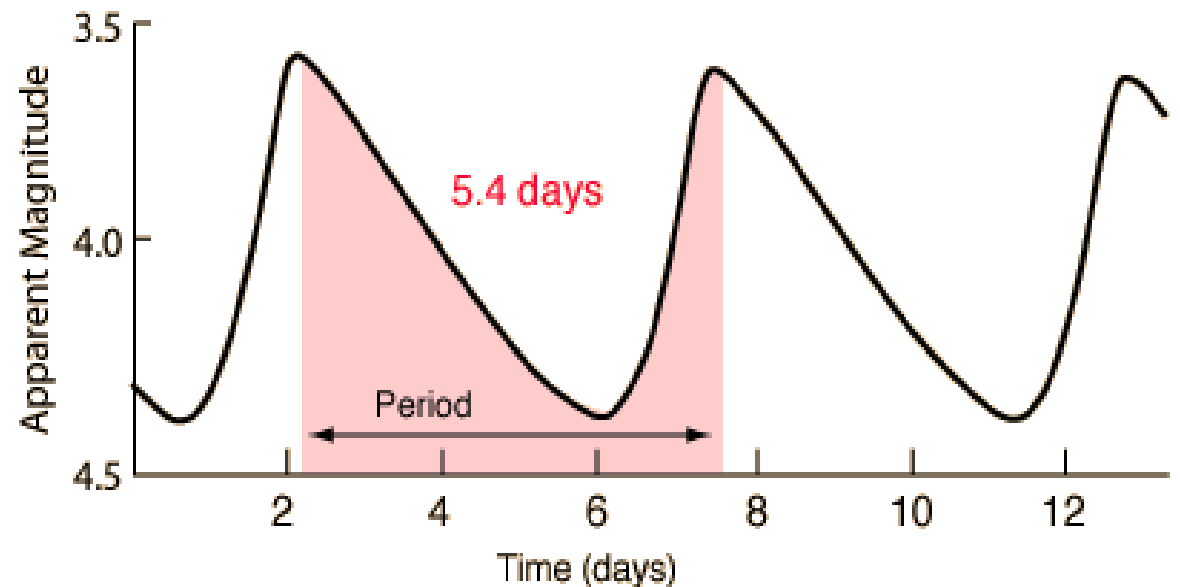


# Variáveis cefeidas

---

Estrelas supergigantes muito luminosas cuja luminosidade varia com o tempo de forma periódica.

Luminosidade intrínseca média não é igual para todas as cefeidas:  
( $400 < L < 40.000 L_{sol}$ )

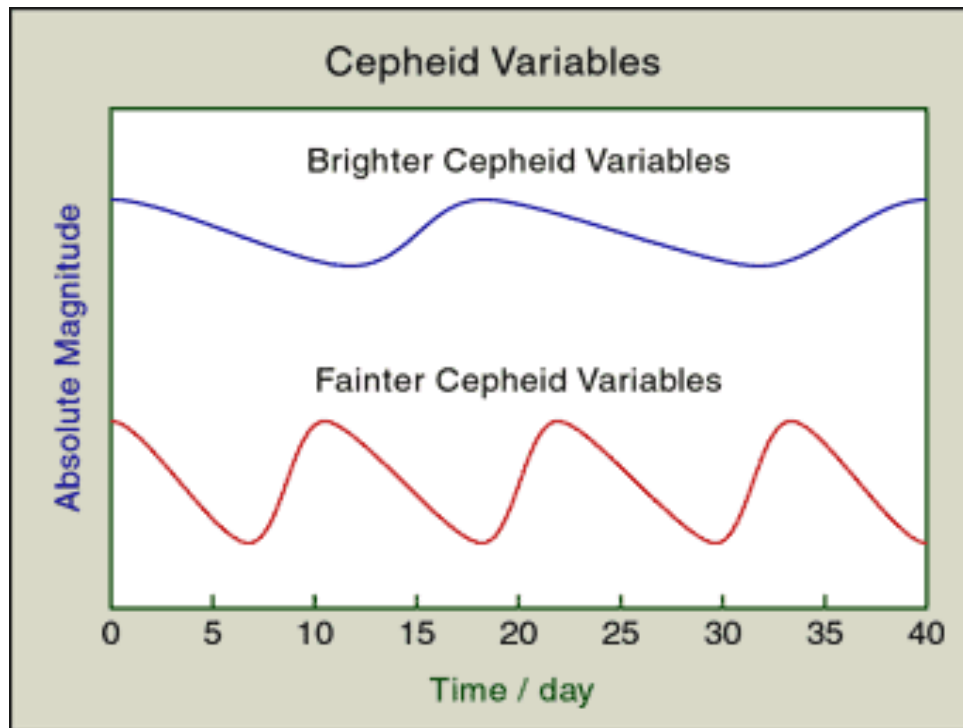


Comparando duas cefeidas de luminosidades aparentes distintas, como saber se uma é intrinsecamente mais luminosa que a outra ou se as duas tem a mesma luminosidade intrínseca mas estão a distâncias diferentes?

# Variáveis cefeidas

---

Em 1908, Henrietta Leavitt descobriu uma relação entre o período e a luminosidade de variáveis cefeidas.



Quanto maior é a luminosidade intrínseca, maior é o período de pulsação.

Variáveis cefeidas são velas padronizáveis!

# Variáveis cefeidas

---

*Henrietta Leavitt estudou variáveis cefeidas nas Nuvens de Magalhães, duas galáxias satélites da Via Láctea.*



*Variação de posição de uma Cefeida dentro das Nuvens de Magalhães é desprezível em relação à distância até a Via Láctea.*

## Variáveis cefeidas

---

Se detectamos uma cefeida na Grande Nuvem de Magalhães (LMC) e outra na galáxia de Andrômeda (M31) e verificamos que as duas tem período de 10 dias, podemos então admitir que as suas luminosidades intrínsecas são iguais.

Medimos então o fluxo médio de cada uma e obtemos por exemplo:

$$\frac{\bar{f}_{LMC}}{\bar{f}_{M31}} = 230$$

Podemos então somente concluir que

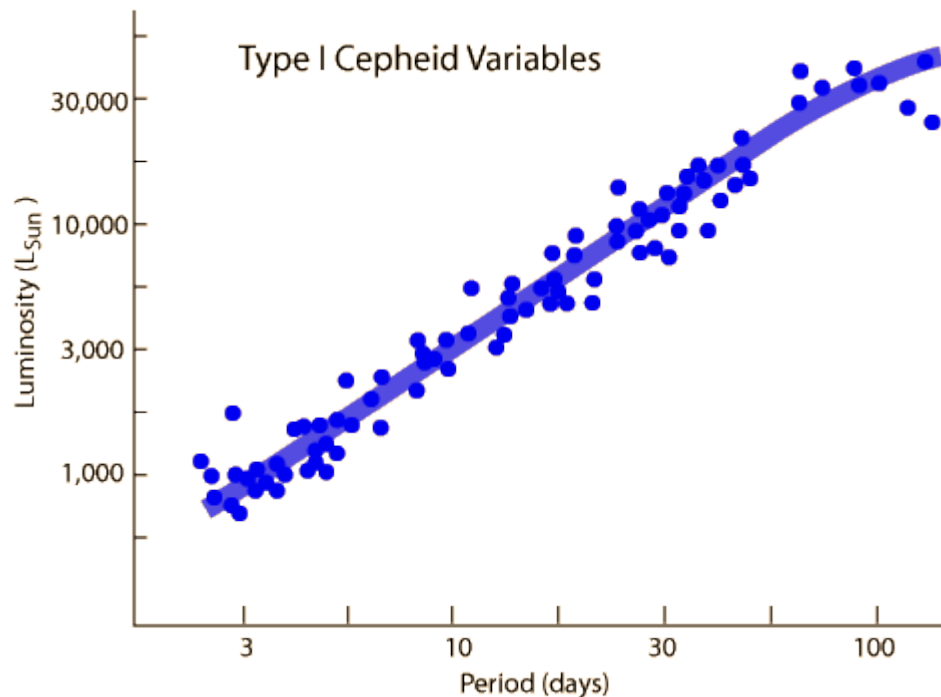
$$\frac{D_L(M31)}{D_L(LMC)} = \sqrt{\frac{\bar{f}_{LMC}}{\bar{f}_{M31}}} = 15.2$$

Para obter o valor de  $D_L$  para uma das duas galáxias, temos que conhecer a distância da outra através de outros métodos.

## Variáveis cefeidas

---

Comparando duas cefeidas de brilho aparente distintos, podemos determinar a causa dessa diferença medindo o período de pulsação de cada uma.



A luminosidade intrínseca pode ser obtida pelo gráfico ao lado.

No entanto, cefeidas não são luminosas o suficiente para serem vistas em galáxias distantes (somente até  $\sim 20$  Mpc).