



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE FÍSICA
INTRODUÇÃO À COSMOLOGIA — 2012/2
PROF.: MAURÍCIO O. CALVÃO
SEGUNDA LISTA DE PROBLEMAS
DATA DE ENTREGA: 15 de novembro

PRIMEIRO PRINCÍPIO MORAL DE WHEELER: *Nunca faça um cálculo até que você saiba a resposta.* Faça uma estimativa antes de qualquer cálculo, tente um argumento físico simples (simetria! invariância! conservação!) antes de qualquer dedução; adivinhe (“chute”) a resposta para qualquer enigma (“charada”). Coragem: ninguém mais precisa saber qual é o “chute”. Portanto, faça-o rápido, por instinto. Um “chute” correto reforça este instinto. Um “chute” errado traz o refrigério da surpresa. De qualquer maneira, a vida como um perito do espaço-tempo, não importa a duração, é mais divertida! (*apud* E. F. Taylor & J. A. Wheeler, *Spacetime Physics*.)

PROBLEMA 1 (*Tamanho angular em uma superfície esférica*) [2,5 ponto(s)]

Suponha que você é um ser bi-dimensional, vivendo na superfície de uma esfera, com raio R . Um objeto de largura $ds \ll R$ está em uma distância r de você (lembre-se: todas as distâncias são medidas sobre a superfície da esfera). Que tamanho (largura) angular $d\alpha$ você medirá para o objeto? Explique o comportamento de $d\alpha$ conforme $r \rightarrow \pi R$.

PROBLEMA 2 (*Círculos em uma superfície esférica*) [2,5 ponto(s)]

Suponha que você ainda é um ser bi-dimensional, vivendo na mesma superfície de uma esfera, com raio R . Mostre que, se você desenhar um círculo de raio r , a circunferência do círculo será

$$C = 2\pi R \sin(r/R).$$

Idealize a Terra como uma esfera perfeita de raio $R = 6371$ km. Se você pudesse medir distâncias com um erro de ± 1 m, de que tamanho você teria que desenhar um círculo na superfície da Terra para se convencer de que a Terra é esférica e não chata (plana)?

PROBLEMA 3 (*Triângulos equiláteros em superfícies de curvatura constante*) [2,5 ponto(s)]

Considere um triângulo equilátero, com lados de comprimento L , desenhados em uma superfície bi-dimensional de curvatura constante. Você pode desenhar um tal triângulo com área A arbitrariamente grande em uma superfície de curvatura positiva e raio de curvatura R dado? Caso não possa, qual é o maior valor possível para A ? Você pode desenhar um tal triângulo com área A arbitrariamente grande em uma superfície com curvatura constante nula? Caso não possa, qual é o maior valor possível para A ? Você pode desenhar um tal triângulo com área A

arbitrariamente grande em uma superfície com curvatura constante negativa? Caso não possa, qual é o maior valor possível para A ?

PROBLEMA 4 (*Balão inflável*) [2,5 ponto(s)]

Considere um balão esférico bi-dimensional, de raio não estacionário $R(t) = a(t)R_0$, imerso no espaço tri-dimensional euclidiano usual. Considere duas pintas em tal balão, separadas por um ângulo θ .

(a) Encontre a distância $r(t)$, medida ao longo da superfície do balão, entre tais pintas e, derivando tal expressão, encontre uma relação entre a velocidade relativa entre as pintas, em um dado instante t e a distância r entre elas, no mesmo instante. Mostre que, mesmo que o balão infle com uma “velocidade” $\dot{a}(t)R_0$ menor que c , a velocidade relativa entre as pintas pode, para um ângulo adequado, resultar ser maior que c .

(b) Repita o item precedente, usando, agora, como “distância” $s(t)$, aquela dada pelo comprimento da corda que une as duas pintas.