



---

---

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE FÍSICA  
INTRODUÇÃO À COSMOLOGIA — 2012/2  
PROF.: MAURÍCIO O. CALVÃO  
QUARTA LISTA DE PROBLEMAS  
DATA DE ENTREGA: 18 de dezembro

---

---

PRIMEIRO PRINCÍPIO MORAL DE WHEELER: *Nunca faça um cálculo até que você saiba a resposta.* Faça uma estimativa antes de qualquer cálculo, tente um argumento físico simples (simetria! invariância! conservação!) antes de qualquer dedução; adivinhe (“chute”) a resposta para qualquer enigma (“charada”). Coragem: ninguém mais precisa saber qual é o “chute”. Portanto, faça-o rápido, por instinto. Um “chute” correto reforça este instinto. Um “chute” errado traz o refrigério da surpresa. De qualquer maneira, a vida como um perito do espaço-tempo, não importa a duração, é mais divertida! (*apud* E. F. Taylor & J. A. Wheeler, *Spacetime Physics*.)

**PROBLEMA 1** (*Fundo de neutrinos*) [ 3,0 ponto(s)]

A densidade numérica de neutrinos hoje do fundo de neutrinos primordiais é de  $n_\nu = (3/11) n_\gamma = 1,12 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$ , para cada uma das três espécies de neutrino. Quantos desses neutrinos estão no volume do seu corpo agora? Admitindo que os neutrinos são não relativísticos hoje, quanto deve valer a soma de suas massas,  $m(\nu_e) + m(\nu_\mu) + m(\nu_\tau)$ , para que tal densidade do fundo de neutrinos primordiais seja igual à densidade crítica do Universo hoje,  $\varepsilon_{\text{cr},0}$ ?

**PROBLEMA 2** (*Taxa de variação do redshift*) [ 3,0 ponto(s)]

Em um Universo chato com uma única componente, uma fonte luminosa possui desvio para o vermelho  $z$  quando observada em  $t = t_0$ . Mostre que o desvio para o vermelho observado varia a uma taxa

$$\frac{dz}{dt_0} = H_0(1+z) - H_0(1+z)^{3(1+w)/2}.$$

(Sugestão: lembre-se que  $dt/dt_0 = (1+z)^{-1}$ ). Para qual intervalo de valores de  $w$  o desvio para o vermelho decresce com o tempo? Para que valores de  $w$  o desvio para o vermelho cresce com o tempo?

**PROBLEMA 3** (*Distância própria*) [ 4,0 ponto(s)]

Em um Universo chato com  $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ , verificamos que uma dada galáxia possui desvio para o vermelho  $z = 7$ . Quanto seria a distância própria dessa galáxia hoje,  $d_p(t_0)$ , se o Universo contivesse somente radiação? E se ele contivesse somente matéria (não relativística)? Qual seria a distância própria calculada no momento em que a luz foi emitida,  $d_p(t_e)$ , para cada um dos dois casos acima?