



---

---

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE FÍSICA  
INTRODUÇÃO À COSMOLOGIA — 2012/2  
PROF.: MAURÍCIO O. CALVÃO  
SEXTA LISTA DE PROBLEMAS  
DATA DE ENTREGA: 19 de fevereiro

---

---

PRIMEIRO PRINCÍPIO MORAL DE WHEELER: *Nunca faça um cálculo até que você saiba a resposta.* Faça uma estimativa antes de qualquer cálculo, tente um argumento físico simples (simetria! invariância! conservação!) antes de qualquer dedução; adivinhe (“chute”) a resposta para qualquer enigma (“charada”). Coragem: ninguém mais precisa saber qual é o “chute”. Portanto, faça-o rápido, por instinto. Um “chute” correto reforça este instinto. Um “chute” errado traz o refrigério da surpresa. De qualquer maneira, a vida como um perito do espaço-tempo, não importa a duração, é mais divertida! (*apud* E. F. Taylor & J. A. Wheeler, *Spacetime Physics*.)

**PROBLEMA 1** (*Inversão da série para o desvio para o vermelho*) [ 2,5 ponto(s)]

Mostre que, se invertermos a série

$$z \approx H_0(t_0 - t_e) + \left(\frac{2 + q_0}{2}\right) H_0^2(t_0 - t_e)^2,$$

obtemos

$$(t_0 - t_e) \approx \frac{1}{H_0} \left[ z - \left(\frac{2 + q_0}{2}\right) z^2 \right],$$

mantendo somente os termos até a segunda ordem em  $(t_0 - t_e)$ .

**PROBLEMA 2** (*Magnitudes e distância de luminosidade*) [ 2,5 ponto(s)]

Suponha que a pata de um urso polar tenha luminosidade  $L = 10$  W. Qual é a magnitude absoluta bolométrica da pata? E qual seria a magnitude aparente bolométrica, se a pata se encontrasse a distância de luminosidade  $D_L = 0,5$  km? Se um bolômetro é capaz de detectar a pata do urso para distância de luminosidade máxima de 0,5 km, qual seria a distância de luminosidade máxima para a qual ele conseguiria detectar o Sol? Qual é a distância de luminosidade máxima para a qual ele conseguiria detectar uma supernova com luminosidade  $L = 4 \times 10^9 L_\odot$ ?

**PROBLEMA 3** (*Distância de diâmetro angular*) [ 2,5 ponto(s)]

Suponha que a pata de um urso polar tem diâmetro  $l = 0,16$  m. Qual é o tamanho angular  $\delta\theta$  com o qual veríamos a pata se ela estivesse a uma distância de diâmetro angular  $D_A = 0,5$  km? No modelo padrão, qual seria o tamanho angular mínimo da pata do urso?

**PROBLEMA 4** (*Aproximação para módulo de distância*) [ 2,5 ponto(s)]

Verifique que, para  $z \ll 1$ , o módulo de distância pode ser aproximado por

$$m - M \approx 43.17 - 5 \log_{10} \left( \frac{H_0}{70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}} \right) + 5 \log_{10} z + 1.086 (1 - q_0) z.$$