



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Instituto de Física

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física

Mestrado Profissional em Ensino de Física

**A análise gráfica como instrumento
para o ensino de calorimetria no ensino médio**

(Guia de orientação para o professor)

Felipe Delesderrier da Silva
Vitorvani Soares

Material instrucional associado à dissertação de mestrado de Felipe Delesderrier da Silva, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Rio de Janeiro
Janeiro de 2020

Ficha catalográfica

S581e Silva, Felipe Delesderrier da
A análise gráfica como instrumento para o ensino de calorimetria no ensino médio (Guia de orientação para o professor)
/ Felipe Delesderrier da Silva
Vitorvani Soares. – Rio de Janeiro: UFRJ/IF, 2020.
v, 26 f. : il. ; 30 cm.
Orientador: Vitorvani Soares.
Dissertação (mestrado) – UFRJ / Instituto de Física / Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, 2020.
Referências Bibliográficas: f. 31.
1. Ensino de Física. 2. Calorimetria. 3. Termodinâmica.
I. Soares, Vitorvani. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Física, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física. III. A análise gráfica como instrumento para o ensino de calorimetria no ensino médio (Guia de orientação para o professor).

Sumário

1	Introdução	6
2	O experimento	7
2.1	Material utilizado	7
2.2	Preparação do material	7
2.3	O aquecimento da água	8
2.4	A temperatura da água e o tempo de aquecimento	9
2.4.1	Evolução da temperatura da água e um ebulidor	9
2.4.2	Evolução da temperatura da água e mais de um ebulidor	21
2.5	A taxa de aquecimento e a potência do aquecedor	22
3	Um modelo matemático do aquecimento da água	26
4	Considerações finais	30
	Referências	31

Lista de ilustrações

Figura 1	Materiais empregados no experimento	7
Figura 2	Experimento com um, dois e três ebulidores.	8
Figura 3	Temperatura T vs. o intervalo de tempo t ($m = 1,0$ kg)	10
Figura 4	Temperatura T vs. o intervalo de tempo t ($m = 2,0$ kg)	12
Figura 5	Temperatura T vs. o intervalo de tempo t ($m = 0,5$ kg)	13
Figura 6	Temperatura T vs. o intervalo de tempo t ($m = 3,0$ kg)	14
Figura 7	Temperatura T vs. o intervalo de tempo t ($m = 4,0$ kg)	15
Figura 8	Temperatura T vs. o intervalo de tempo t ($m = 1,0$ e $2,0$ kg)	16
Figura 9	Temperatura T vs. o intervalo de tempo t ($m = 1,0$; $2,0$ e $4,0$ kg)	17
Figura 10	Temperatura T vs. o intervalo de tempo t ($m = 1,0$; $2,0$; $3,0$ e $4,0$ kg)	18
Figura 11	Comportamento da taxa de aquecimento e sua incerteza	19
Figura 12	Taxa de aquecimento b vs. massa aquecida m	20
Figura 13	Produto mb vs. massa m para um ebulidor	21
Figura 14	Produto mb vs. massa m para um, dois e três ebulidores	22
Figura 15	Produto mb vs. potência P fornecida pelos ebulidores	23
Figura 16	Geometria e condições de contorno do problema	27

Lista de tabelas

Tabela 1	Temperatura vs. instantes de tempo para a massa de 1,0 kg	10
Tabela 2	Temperatura vs. instantes de tempo para a massa de 2,0 kg	12
Tabela 3	Temperatura vs. instantes de tempo para a massa de 0,5 kg	13
Tabela 4	Temperatura vs. instantes de tempo para a massa de 3,0 kg	14
Tabela 5	Temperatura vs. instantes de tempo para a massa de 4,0 kg	15
Tabela 6	Produto mb vs. massa m , para um ebulidor	20
Tabela 7	Produto mb vs. massa m , para dois e três ebulidores	22

1 Introdução

Apresentamos, neste *Guia para o Professor*, o emprego de um experimento e da sua análise gráfica como principais ferramentas pedagógicas para a introdução dos conceitos de calorimetria aos alunos do ensino médio. O objetivo principal do nosso procedimento é a construção desses conceitos físicos partindo-se da observação e da análise do comportamento do aquecimento de diferentes massas de água, aquecida por um, dois ou três ebulidores configurando diferentes potências e a obtenção, deste modo, da equação fundamental da calorimetria apresentada habitualmente nos livros didáticos. Inicialmente, realizamos a observação do fenômeno de aquecimento, seguida então da aquisição e da análise dos dados experimentais relevantes ao problema. Ao final, à partir da análise gráfica e algébrica destes resultados experimentais, construímos a equação da quantidade de calor sensível, sem a necessidade de antecipar a apresentação de modelos teóricos relativos à calorimetria.

Neste estudo, privilegiamos a abordagem experimental do aquecimento de uma dada quantidade de água, de maneira que o estudante possa desenvolver suas competências e habilidades na observação de um fenômeno, na análise dos seus resultados e na construção de uma conclusão, conforme as orientações da ciência contemporânea. Esperamos, desse modo, despertar no aluno, com o auxílio do professor, a sua percepção e a sua capacidade em desenvolver um projeto ou uma atividade científica.

Para uma apresentação e discussão detalhada deste trabalho, organizamos este *Guia para o Professor* da seguinte maneira: no Capítulo 2 apresentamos o nosso experimento; no Capítulo 3, discutimos um modelo matemático para o experimento; e, no último capítulo, apresentamos as nossas conclusões.

Este material instrucional está associado à dissertação de mestrado de Felipe Delesderrier da Silva (2020), apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

2 O experimento

O experimento proposto constitui-se de um conjunto de atividades em que o estudante do ensino médio, sob a orientação do professor, possa experimentar as etapas de um processo investigativo científico. Assim esperamos que o aluno possa observar um fenômeno físico, medir as variáveis envolvidas e através da análise dos dados obter possíveis relações entre essas medidas.

Nessa atividade aquecemos diferentes massas de água utilizando um, dois e três aquecedores, configurando valores diversos de potência, e medimos quanto tempo demorou, em cada caso, para a água atingir certa temperatura. Assim, obtemos uma lei que descreve a relação entre a quantidade de energia fornecida pelo aquecedor e a variação de temperatura da água.

2.1 Material utilizado

Os materiais empregados nas atividades estão ilustrados na Figura 1 e foram os seguintes: um recipiente com capacidade de 4,0 litros; três ebulidores de potência igual a 1000 W, cada um; um multímetro com indicação de temperatura (escala Celsius) e um termopar; um cronômetro; papel e caneta para anotações; isopor e estilete para construir o isolamento térmico e um medidor de volume.



Figura 1. – Materiais empregados nas atividades: panela de metal; placas de isopor; cortador de isopor; três ebulidores; termômetro digital; e lápis e papel.

2.2 Preparação do material

Como o experimento tem por objetivo investigar a relação entre a energia fornecida pelo aquecedor e a variação de temperatura da água, é plausível tentar mitigar as perdas

de calor para o meio ambiente. Assim, foi construído um isolamento térmico através da utilização de placas de isopor ao redor do recipiente como mostrado na Figura 2.

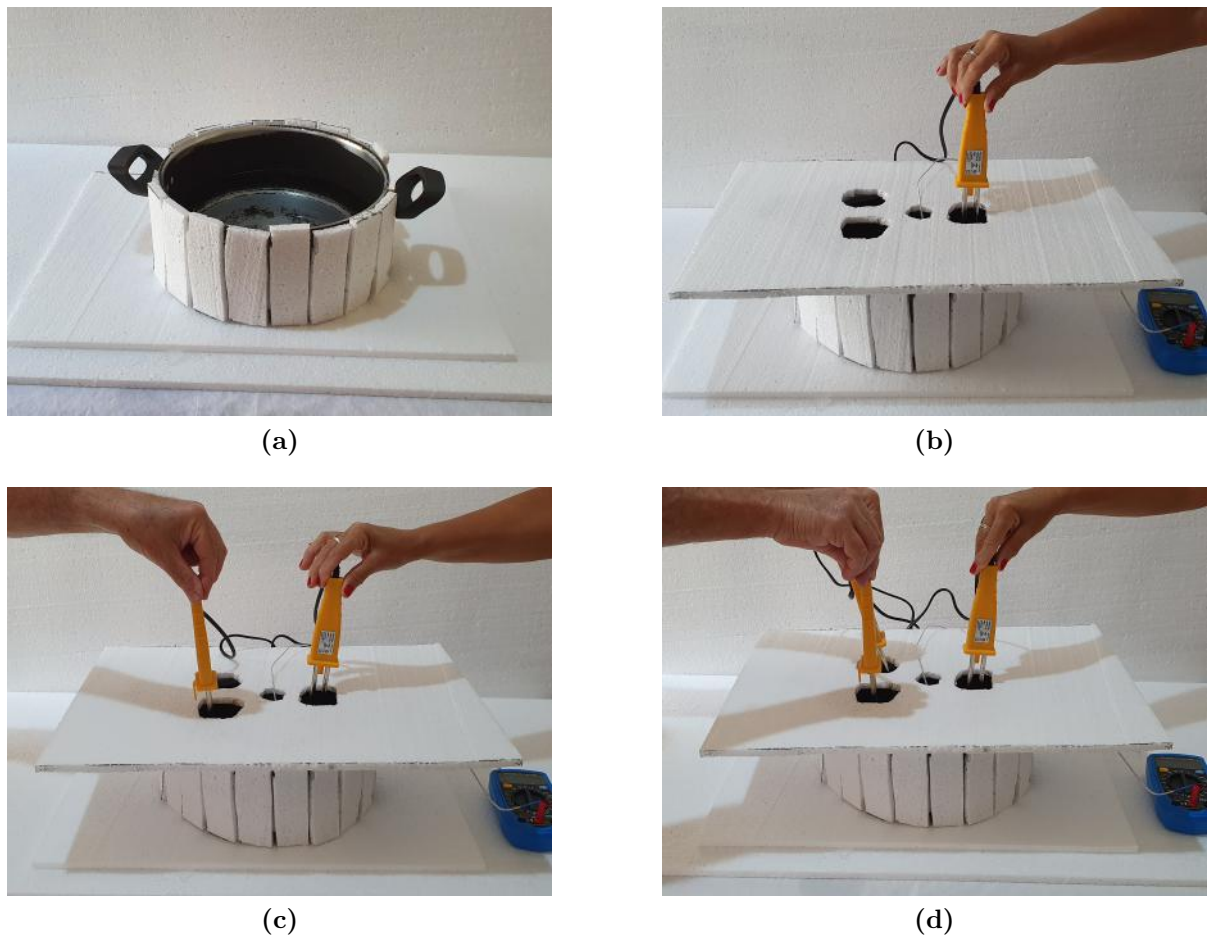


Figura 2. – (a) Panela de metal recoberta por placas de isopor. (b) Experimento com um ebulidor. (c) Experimento com dois ebulidores. (d) Experimento com três ebulidores.

Os quatro furos presentes na placa superior do isopor foram feitos para a inserção dos ebulidores, nas três aberturas externas, e do termômetro no furo central. A localização do termômetro é um fator sensível e importante visto que não há garantia de uniformidade da temperatura por todo o corpo d'água.

Assim, o local que o sensor térmico será colocado deve ser tal que, não fique muito perto dos ebulidores marcando temperaturas extremamente altas, nem muito longe marcando temperaturas abaixo da média global do líquido. Idealmente, o termômetro deve estar posicionado de forma que consiga medir uma temperatura referente à média dos gradientes de temperatura presentes na água.

2.3 O aquecimento da água

Uma vez montado todo o aparato experimental, nosso objetivo com a realização dessa atividade é estabelecer a relação algébrica mais simples possível entre as variáveis envol-

vidas no problema. Assim, para analisarmos os dados obtidos de temperatura em função do tempo de aquecimento montamos tabelas e, posteriormente, gráficos.

Sugerimos que antes de realizar a primeira bateria de dados o professor discuta com os alunos como irão fazer as medidas, como irão anotá-las e quem será incumbido de cada tarefa. Essa discussão é fundamental para que os alunos tomem consciência da importância da organização ao se realizar um experimento. Pretendemos assim desenvolver habilidades como a organização para realizar tarefas, colaboração em trabalhos coletivos e a importância de ser responsável por determinada atividade.

É indicado que a primeira medição seja feita pelo professor em colaboração com os alunos, assim o professor pode orientá-los em pequenos detalhes que, eventualmente, acarretariam em dúvidas. A ideia é evitar erros sistemáticos na realização de medidas causados pela falta de experiência dos alunos. Esses erros podem frustrar o estudante no início do experimento causando desânimo e bloqueio para continuar investigando.

2.4 A temperatura da água e o tempo de aquecimento

É importante mencionar que as medidas feitas nessa fase podem ser tomadas de diversas formas. Sendo assim, os alunos podem e devem ser encorajados a realizá-las da forma que lhes convir, desde que se organizem para tal desde o princípio. Com isso, queremos dizer que o tempo pode ser marcado em relação a variações fixas de temperatura a partir de um valor inicial ou a temperatura pode ser medida em intervalos fixos de tempo ou, ainda, os estudantes podem aferir a temperatura em intervalos de tempo aleatórios. Cada forma de se realizar a tomada de dados pode ter seus pontos positivos e negativos do ponto de vista organizacional e isso deve ser discutido de acordo com os objetivos do experimento.

2.4.1 Evolução da temperatura da água e um ebulidor

O primeiro grupo de dados é obtido a partir do arranjo experimental apresentado na Figura 2b. Realizamos medidas da temperatura de 1,0 litro de água referentes a diversos tempos de aquecimento. A massa de água envolvida pode ser facilmente obtida devido a densidade da água ser 1,0 kg/litro. Os dados obtidos foram listados na Tabela 1 e posteriormente utilizados para construirmos um gráfico de temperatura T vs. tempo de aquecimento t .

Um passo importante da atividade é a construção dos gráficos. Neste experimento, esse processo é essencial do ponto de vista didático e deve ser explorado em todas as suas sutilezas. A escolha das escalas, a marcação de pontos e a determinação da curva mais simples para os pontos obtidos não devem ser tratados como processos triviais. Assim, se trabalhadas de forma apropriada, essas habilidades podem representar uma grande e valiosa ferramenta para o saber científico do aluno.

O primeiro gráfico pode ser construído pelo professor, em colaboração com os alunos no quadro, mas é fundamental que os estudantes tenham a tarefa de construir os gráficos posteriores. Alguns programas de computador podem ser utilizados para a montagem dos gráficos. Porém, é sugerido que ao menos os primeiros gráficos sejam feitos a mão, pelos alunos, no papel milimetrado. A Tabela 1 apresenta a temperatura T vs. instantes de tempo t de aquecimento para a massa de 1000 g e um ebulidor.

Tabela 1. – Temperatura T vs. instantes de tempo t de aquecimento para a massa de 1000 g e um ebulidor.

temperatura $T(^{\circ}\text{C})$	instantes de tempo $t(\text{min})$
22,0(1)	0,00(1)
32,0(1)	0,77(1)
42,0(1)	1,63(1)
52,0(1)	2,45(1)
62,0(1)	3,30(1)
72,0(1)	4,05(1)
82,0(1)	4,81(1)
92,0(1)	5,63(1)

Os dados da Tabela 1 podem ser bem observados no gráfico representado na Figura 3.

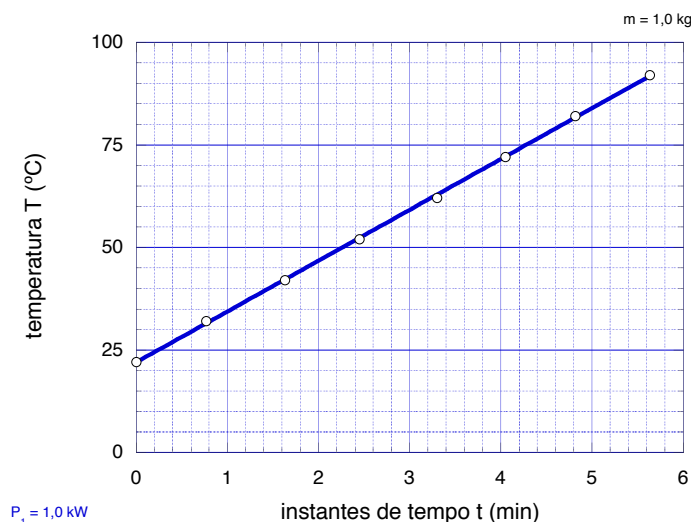


Figura 3. – Gráfico da temperatura T no interior do recipiente vs. o intervalo de tempo transcorrido t para a massa igual a 1000 g. Observe o comportamento praticamente linear da temperatura.

Após a construção do gráfico da curva de aquecimento de 1,0 litro de água com um ebulidor é possível perceber que a curva mais simples que se ajusta aos pontos obtidos é a reta; ou seja, durante o aquecimento de certa massa de água com potência constante existe uma relação de linearidade entre os valores da temperatura e do tempo de aquecimento.

Observando o gráfico decorrente do experimento, poderíamos nos questionar quais seriam os efeitos da mudança de alguns parâmetros do nosso experimento como, por exemplo, a quantidade de água e a potência. Será que a alteração na massa de água mudaria o formato da curva? Caso continue sendo uma relação linear, haverá alguma mudança na reta obtida? O professor pode questionar os alunos sobre como eles fariam para investigar, por exemplo, o efeito da mudança da massa em tal experiência.

Ouvindo as sugestões fornecidas pelos estudantes e argumentando de forma apropriada o professor pode, em conjunto com seus alunos, sugerir que o experimento seja feito novamente alterando apenas a grandeza que pretendem analisar. Como o objetivo inicial é investigar as consequências da mudança da massa, a turma pode ser dividida em grupos e cada grupo ficaria responsável pela medida dos dados e a construção do gráfico de aquecimento de certa massa de água.

O professor pode sugerir que os valores de massa sejam múltiplos simples do valor inicialmente utilizado. O objetivo aqui é que, caso existam relações de proporcionalidade entre as grandezas, elas possam transparecer facilmente, pelo menos em primeira análise, ao se comparar os dados. Assim os valores de massa utilizados foram de 500 g (metade do valor inicial), 2000 g (o dobro do valor inicial), 3000 g (triplo do valor inicial) e 4000 g (quadruplo do valor inicial).

Nessa etapa, cada grupo realiza sua medida, organiza os dados obtidos em uma tabela e constrói o gráfico da curva de aquecimento relativo à determinada massa. Os alunos devem ser os agentes principais nesse momento, sendo incentivados a enfrentar as possíveis adversidades e dúvidas que surgirem, bem como buscar soluções para elas, adotando assim uma postura ativa no processo de aprendizagem.

É importante mencionar que isso não significa dizer que o professor passa a ter um papel secundário, na realidade ele continua a ter um papel crucial no processo de ensino-aprendizagem. Dessa maneira o educador só deixa de ser o ponto central durante esse momento, o que por si só já é uma grande mudança e possível ganho se comparado à aula expositiva tradicional pois incentiva a autonomia do aluno.

O educador se coloca na posição de professor mediador que tem como principal objetivo contribuir para o desenvolvimento do senso-crítico, incentivar a participação e possibilitar seu aluno atuar como protagonista na sala de aula e, futuramente, na sociedade.

Essa etapa demandará uma quantidade significativa de tempo mas é muito importante para desenvolver algumas das habilidades que desejamos trabalhar. Ao terminá-la, a turma teria um total de cinco grupos de dados, cinco tabelas e cinco gráficos de aquecimento. Com todos esses elementos em mãos o professor pode retornar aos questionamentos realizados inicialmente: Será que a alteração na massa de água mudaria o formato da curva? Caso continue sendo uma relação linear, haverá alguma mudança na reta obtida?

Para responder estas questões, produzimos a Tabela 2, a Tabela 3, a Tabela 4 e a Tabela 5 e seus respectivos gráficos, representados na Figura 4, na Figura 5, na Figura 6

e na Figura 7. Estes resultados, em conjunto com as interpretações obtidas a partir da Tabela 1 e da Figura 3, nos servem de auxílio para esta tarefa.

Os dados da Tabela 2 podem ser bem observados no gráfico representado na Figura 4.

Tabela 2. – Temperatura T vs. instantes de tempo t de aquecimento para a massa de 2000 g e um ebulidor.

temperatura $T(^{\circ}\text{C})$	instantes de tempo $t(\text{min})$
22,0(1)	0,00(1)
32,0(1)	2,25(1)
42,0(1)	3,90(1)
52,0(1)	5,60(1)
62,0(1)	6,70(1)
72,0(1)	8,50(1)
82,0(1)	10,11(1)
92,0(1)	12,03(1)

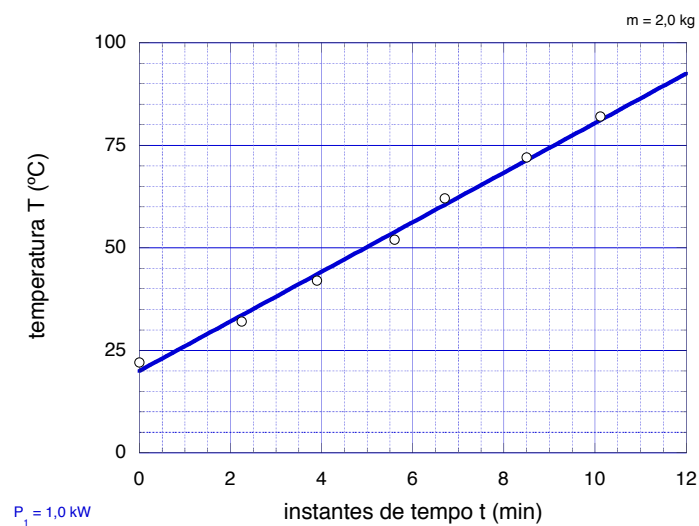


Figura 4. – Gráfico da temperatura T no interior do recipiente vs. o intervalo de tempo transcorrido t para a massa igual a 2000 g. Observe o comportamento praticamente linear da temperatura.

Os dados da Tabela 3 podem ser bem observados no gráfico representado na Figura 5.

Tabela 3. – Temperatura T vs. instantes de tempo t de aquecimento para a massa de 500 g e um ebulidor.

temperatura $T(^{\circ}\text{C})$	instantes de tempo $t(\text{min})$
22,0(1)	0,00(1)
32,0(1)	1,00(1)
42,0(1)	1,41(1)
52,0(1)	1,84(1)
62,0(1)	1,92(1)
72,0(1)	2,20(1)
82,0(1)	2,56(1)
92,0(1)	3,17(1)

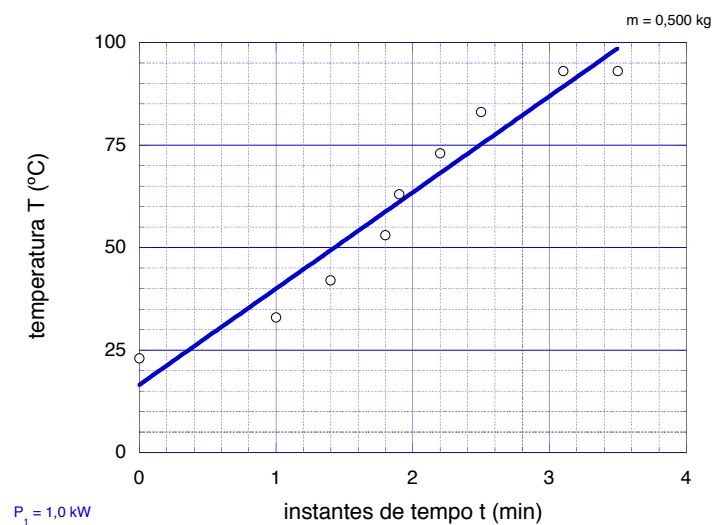


Figura 5. – Gráfico da temperatura T no interior do recipiente vs. o intervalo de tempo transcorrido t para a massa igual a 500 g. Observe o comportamento praticamente linear da temperatura.

Os dados da Tabela 4 podem ser bem observados no gráfico representado na Figura 6.

Tabela 4. – Temperatura T vs. instantes de tempo t de aquecimento para a massa de 3000 g e um ebulidor.

temperatura $T(^{\circ}\text{C})$	instantes de tempo $t(\text{min})$
22,0(1)	0,00(1)
32,0(1)	2,63(1)
42,0(1)	5,17(1)
52,0(1)	8,03(1)
62,0(1)	10,85(1)
72,0(1)	13,32(1)
82,0(1)	16,05(1)
92,0(1)	17,30(1)

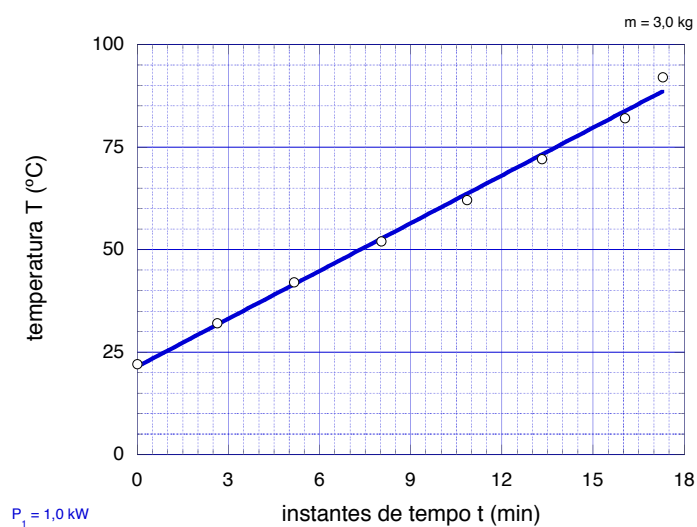


Figura 6. – Gráfico da temperatura T no interior do recipiente vs. o intervalo de tempo transcorrido t para a massa igual a 3000 g. Observe o comportamento praticamente linear da temperatura.

Os dados da Tabela 5 podem ser bem observados no gráfico representado na Figura 7.

Tabela 5. – Temperatura T vs. instantes de tempo t de aquecimento para a massa de 4000 g e um ebulidor.

temperatura $T(^{\circ}\text{C})$	instantes de tempo $t(\text{min})$
22,0(1)	0,00(1)
32,0(1)	3,56(1)
42,0(1)	7,82(1)
52,0(1)	10,75(1)
62,0(1)	13,52(1)
72,0(1)	16,20(1)
82,0(1)	18,67(1)
92,0(1)	23,30(1)

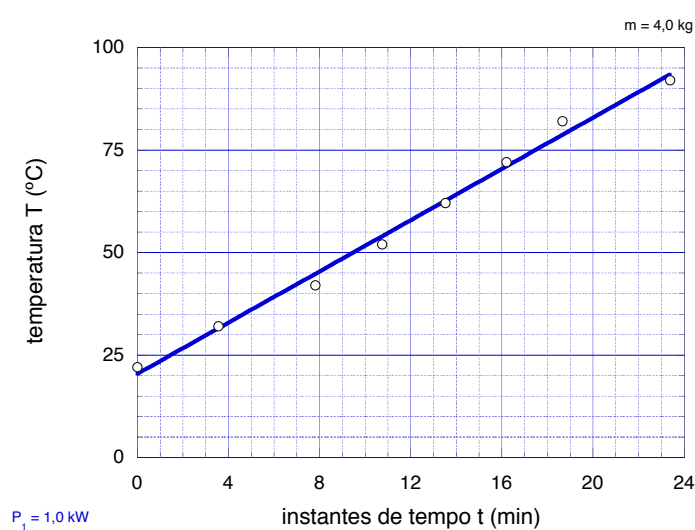


Figura 7. – Gráfico da temperatura T no interior do recipiente vs. o intervalo de tempo transcorrido t para a massa igual a 4000 g. Observe o comportamento praticamente linear da temperatura.

Para responder as perguntas formuladas, analisamos os gráficos montados pelos alunos e percebemos que com os pontos marcados, as curvas referentes à 2000 g, 3000 g e 4000 g são bem descritas por uma reta. No entanto, a tendência retilínea não parece descrever o aquecimento da massa de 500 g. Essa diferença no formato do gráfico do aquecimento da massa de 500 g pode ser utilizada pelo professor para discutir o fato de que modelos científicos apresentam certo domínio de validade e, portanto, não são universais como muitas vezes os livros fazem transparecer.

Como pretendemos obter uma lei que descreva o aquecimento de certa massa de água e, nesse caso, a curva de 500 g parece destoar das outras iremos guardar os dados dessa curva para um estudo posterior e continuaremos nossa análise apenas com os gráficos que apresentam uma relação linear. Assim, o próximo desafio proposto aos alunos seria de como podemos comparar as retas obtidas. Esperamos, com isso, que eles percebam que essa comparação seria feita de forma mais eficiente se as curvas estivessem reunidas em apenas um gráfico com apenas uma escala.

A próxima etapa seria propor a turma o desafio de juntar todas as curvas obtidas em apenas um gráfico, atentando para a escolha da melhor escala de forma que as curvas fiquem bem distribuídas no gráfico final.

Nessa parte da atividade, é importante que o professor interfira na organização, sugerindo a inclusão de uma curva por vez no gráfico que irá agrupar todas as curvas. Assim, por exemplo, os dados do aquecimento de 1,0 litro de água seriam marcados e a reta traçada. Posteriormente, o mesmo seria feito para os valores referentes a massa de 2000 g e as curvas obtidas seriam comparadas.

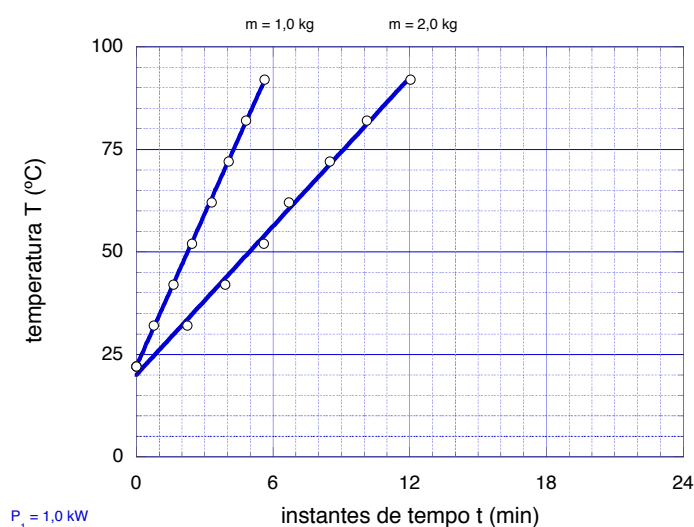


Figura 8. – Gráfico da temperatura T no interior do recipiente vs. intervalo de tempo transcorrido t para as massas de 1000 g e 2000 g. Observe a diferença entre as inclinações das retas.

Analisando as duas curvas podemos responder alguns questionamentos feitos anteriormente. A mudança na massa de água não altera o formato da curva, ou seja, ainda existe uma relação linear entre a temperatura e o intervalo de aquecimento. No entanto, comparando a reta obtida para 1,0 litro e a segunda, para 2,0 litros, podemos perceber que existe uma diferença quanto à inclinação.

Comparando, de forma semi-quantitativa, podemos perceber que o tempo de aquecimento dobra ao dobrarmos a massa, para a mesma variação de temperatura. Em outras palavras, ao dobrar a massa a taxa de variação da temperatura cai pela metade. Mas será que essa relação será mantida? Caso essa relação se mantenha, ao triplicarmos a massa, a taxa de variação deveria cair para um terço do valor inicial; ao dividirmos a massa pela metade, a taxa de variação deveria dobrar; bem como, ao quadruplicarmos a massa, o tempo de aquecimento deveria ser quadruplicado, enquanto a taxa de variação da temperatura cairia para um quarto do valor inicial. Para testarmos essa hipótese, as curvas para 4,0 litros e 3,0 litros foram incluídas, uma de cada vez, no gráfico que agrupará todas as curvas de aquecimento.

O professor pode questionar os alunos onde eles esperam que as curvas de 3,0 litros e 4,0 litros se encaixariam no gráfico da Figura 8 e, posteriormente a discussão das previsões, mostrar o gráfico da Figura 9, sem indicar qual a massa da curva adicionada.

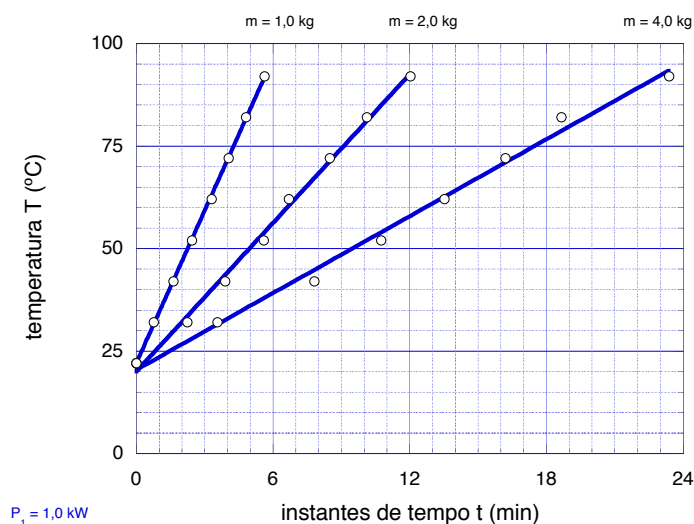


Figura 9. – Gráfico da temperatura T no interior do recipiente vs. intervalo de tempo transcorrido t para as massas de 1000 g, 2000 g e 4000 g. Observe a diferença entre as inclinações das retas.

É fundamental que o professor deixe claro que existe um padrão, e que este pode ser utilizado para prever a “posição” de outras curvas no gráfico. Algum tempo depois, caso nenhum estudante se manifeste, o professor poderia questionar a turma se a curva adicionada no gráfico da Figura 9 é referente ao aquecimento de 4,0 litros ou de 3,0 litros

de água e o por que?

Depois de chegar a uma resposta consensual o professor pode, mais uma vez questionar a turma onde eles esperam que a curva referente ao aquecimento de 3,0 litros estará no gráfico. Por fim, o gráfico da Figura 10, que agrupa as quatro curvas de aquecimento, será mostrado revelando a resposta.

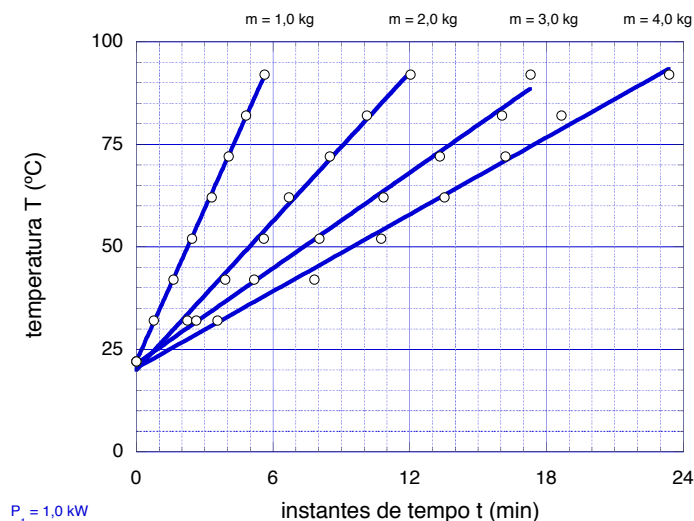


Figura 10. – Gráfico da temperatura T no interior do recipiente vs. intervalo de tempo transcorrido t para as massas de 1000 g, 2000 g, 3000 g e 4000 g. Observe a diferença entre as inclinações das retas.

Mas será que além de comparar as retas de forma visual e semi-quantitativa poderíamos de fato medir quanto mais ou quanto menos essas curvas ficam inclinadas?

Para isso devemos lembrar que retas são descritas pela função afim, cujo formato é descrito pela expressão

$$y = bx + a \quad (2.1)$$

e que a inclinação de uma reta qualquer é representada pelo seu coeficiente angular b , e este pode ser calculado através da razão entre a variação da grandeza presente na ordenada pela variação da grandeza presente abscissa.

Assim, de acordo com a equação (2.1) e com os dados obtidos na melhor reta do gráfico temperatura vs. tempo de aquecimento, é possível calcular algebricamente o coeficiente angular de cada reta, com as incertezas das grandezas envolvidas no gráfico, o que nos remete a equação

$$b_{min}^{max} = \frac{\Delta T \pm \delta T}{\Delta t \mp \delta t}. \quad (2.2)$$

A partir dessa equação, calculamos os valores mínimo e máximo do coeficiente angular e, fazendo a média aritmética, obteríamos o valor procurado que representa a inclinação da reta.

No entanto, podemos empregar um outro método, análogo ao descrito anteriormente, para calcular a inclinação da reta e que acreditamos ser mais ilustrativo ao utilizar o gráfico. Nesse outro método, traçamos duas retas auxiliares que representam a menor inclinação possível da curva (b_{\min}) e a maior inclinação possível da curva (b_{\max}), considerando as incertezas relativas, como representado na Figura 11, referente ao aquecimento de 1000g com um ebulidor.

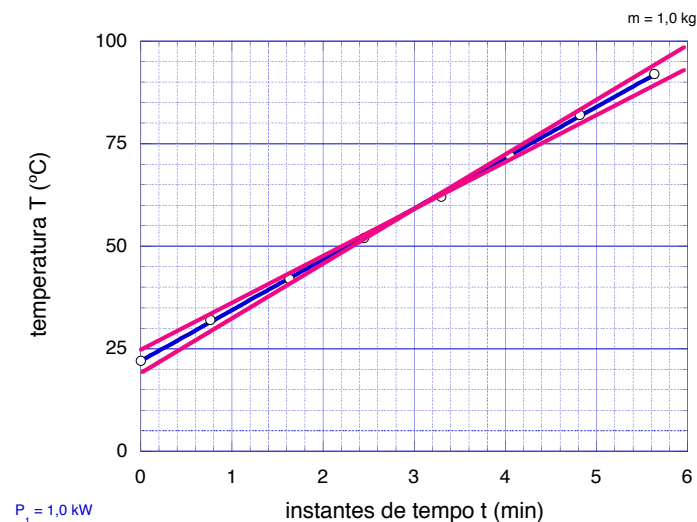


Figura 11. – Gráfico da temperatura T no interior do recipiente vs. intervalo de tempo transcorrido t para a massa de 1000 g. Observe as retas auxiliares que representam as inclinações mínima e máxima, de acordo com as incertezas das medidas.

Utilizando os valores relativos às retas auxiliares, obtidos no gráfico da Figura 11, encontramos para b_{\min} e b_{\max} os seguintes resultados:

$$b_{\min} = \frac{93 - 25}{6,0 - 0} = 11,3 \text{ } ^\circ\text{C min}^{-1} \quad (2.3)$$

$$b_{\max} = \frac{98 - 19}{6,0 - 0} = 13,2 \text{ } ^\circ\text{C min}^{-1} \quad (2.4)$$

Considerando a média aritmética entre esses dois valores, temos

$$b = 12,2(1) \text{ } ^\circ\text{C min}^{-1} \quad (2.5)$$

É importante notar que o coeficiente angular b e, conseqüentemente, a inclinação da reta nesse gráfico, representam a razão entre a variação da temperatura pela variação do tempo de aquecimento, ou seja, a taxa de variação da temperatura durante o aquecimento da água. Assim, ao calcularmos o coeficiente b podemos comparar, quantitativamente, os efeitos da mudança da massa na taxa de variação da temperatura.

Repetimos o procedimento com intuito de comparar os valores dos coeficientes angulares, e verificar a hipótese de que a taxa de variação da temperatura cai pela metade ao

dobrarmos a massa aquecida, cai para um terço do valor ao triplicarmos a massa aquecida bem como decresce para um quarto do valor inicial ao quadruplicarmos a massa.

Assim continuamos investigando, calculando o coeficiente angular das retas referentes à 2,0 litros de água ou 2000 g, 3,0 litros de água ou 3000 g e 4,0 litros de água ou 4000 g. Os resultados obtidos estão indicados na Tabela 6.

Tabela 6. – Produto do coeficiente angular b das retas de aquecimento pela massa m (mb) vs. massa m de água, para um ebulidor.

massa m (kg)	coeficiente b ($^{\circ}\text{C min}^{-1}$)	produto mb (kg $^{\circ}\text{C min}^{-1}$)
1,000(1)	12,4(1)	12,4(1)
2,000(1)	6,0(1)	12,0(1)
3,000(1)	3,9(1)	11,7(1)
4,000(1)	3,5(1)	13,9(1)

De fato, com os resultados apresentados na Tabela 6, nossa hipótese de que ao quadruplicarmos a massa a taxa de variação da temperatura cairia para um quarto do valor original foi confirmada. Também ocorreu a queda para um terço do valor inicial da taxa de variação da temperatura, quando a massa foi triplicada, e uma redução para metade do valor inicial da taxa de variação, ao reduzirmos a massa pela metade.

Para melhor analisarmos a relação entre o coeficiente angular b e a massa m , decidimos montar o gráfico do coeficiente angular b vs. a massa m de água aquecida, indicado na Figura 12.

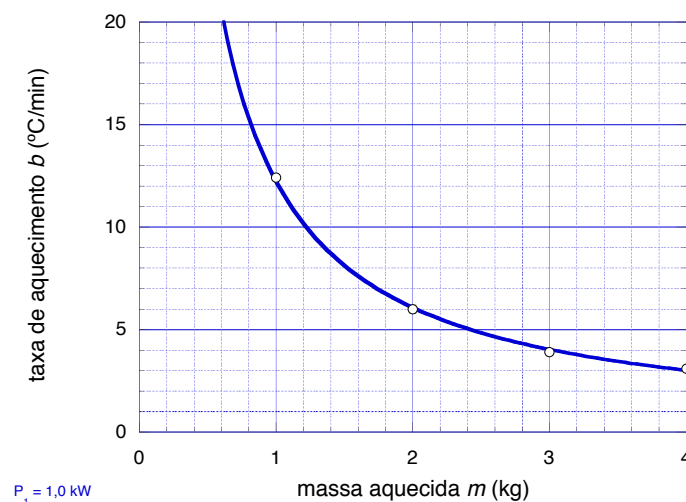


Figura 12. – Gráfico da taxa de aquecimento b vs. massa aquecida m . Observamos que ao aumentar a massa a ser aquecida a taxa de aquecimento diminui.

Percebe-se, da Figura 12, que o coeficiente decai com o aumento da massa. Esse decaimento sugere uma relação inversamente proporcional entre a taxa de variação da temperatura e massa de água aquecida. Para podermos afirmar que essa relação é de fato inversamente proporcional foi feito o teste do produto.

Duas grandezas são inversamente proporcionais se o produto entre elas for uma constante. Assim, ao montar um gráfico do produto bm vs. m , espera-se que seja obtida uma reta de inclinação nula. Caso isso seja verdade, podemos afirmar que a taxa de variação da temperatura e a massa aquecida são grandezas inversamente proporcionais no experimento apresentado. O resultado obtido está na representado na Figura 13.

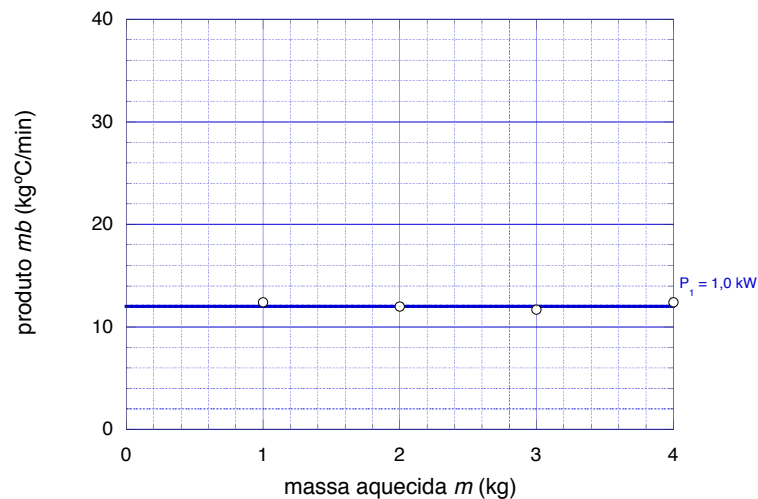


Figura 13. – Gráfico do produto mb vs. massa aquecida m para um ebulidor. Observamos que o produto mb não varia com o aumento ou a diminuição da massa.

O gráfico da Figura 13 confirma a hipótese de que o coeficiente angular da reta de aquecimento, ou seja, a taxa de variação da temperatura e a massa são grandezas inversamente proporcionais. Conseguimos, então, encontrar a relação entre um dos parâmetros do experimento, a massa, e um dado obtido no experimento, a taxa de variação da temperatura. Podemos, no entanto, investigar o efeito da mudança de outros parâmetros do experimento, como por exemplo, a potência fornecida.

Para isso, repetiremos todo o procedimento já realizado, inicialmente com dois ebulidores e, posteriormente, com três ebulidores. Com isso, podemos investigar quais efeitos a mudança da potência irá causar na curva de aquecimento.

2.4.2 Evolução da temperatura da água e mais de um ebulidor

Repetimos todo o procedimento e percebemos que, mais uma vez, o produto mb é constante também para as curvas de aquecimento com dois ebulidores e três ebulidores,

como pode ser notado na Tabela 7.

Tabela 7. – Produto do coeficiente angular b das retas de aquecimento pela massa m (mb) vs. massa m de água, para dois e três ebulidores.

massa m (kg)	dois ebulidores		três ebulidores	
	$b(^{\circ}\text{C min}^{-1})$	$mb(\text{g }^{\circ}\text{C min}^{-1})$	$b(^{\circ}\text{C min}^{-1})$	$mb(\text{g }^{\circ}\text{C min}^{-1})$
1,000(1)	24,0(1)	24,0(2)	39,5(1)	39,5(4)
2,000(1)	12,5(1)	25,1(2)	19,1(1)	38,2(4)
3,000(1)	8,2(1)	24,7(2)	12,8(1)	38,3(4)
4,000(1)	6,3(1)	25,2(2)	9,1(1)	36,2(4)

Ao compararmos, no entanto, o valor do produto mb para um, dois e três ebulidores, na Figura 14, podemos perceber um aumento no valor do produto mb proporcional ao número de ebulidores.

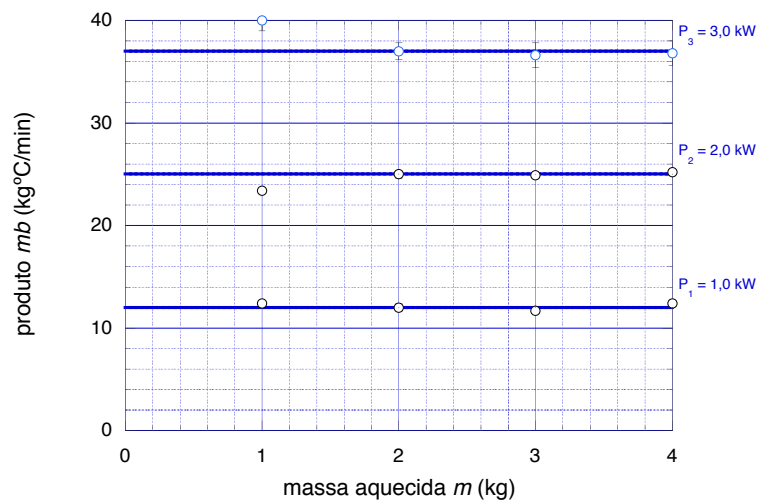


Figura 14. – Gráfico do produto mb vs. massa aquecida m para um, dois e três ebulidores. Observamos que o produto mb praticamente não varia com o aumento ou a diminuição da massa.

2.5 A taxa de aquecimento e a potência do aquecedor

Com intuito de investigar a relação entre o produto mb , doravante designado Φ , e a potência P de cada ebulidor, construímos o gráfico relacionando esses dois parâmetros. O resultado está indicado na Figura 15.

O gráfico da Figura 15 é uma reta crescente. Logo, como previamente discutido, o seu coeficiente angular representa a razão da variação da grandeza presente no eixo das

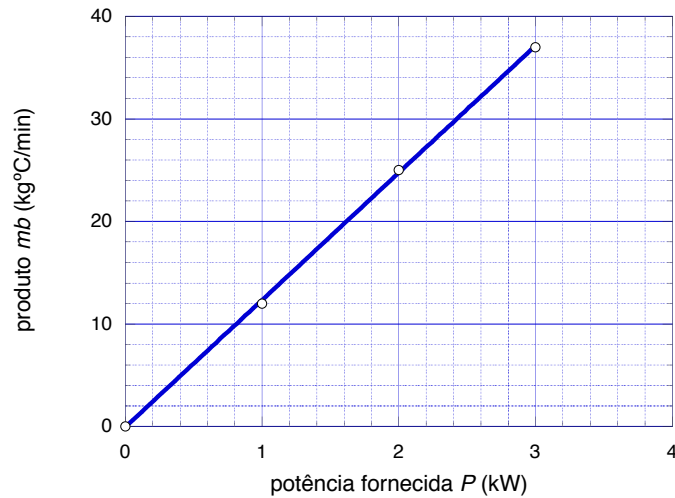


Figura 15. – Gráfico do produto mb vs. potência P fornecida pelos ebulidores.

ordenadas pela variação da grandeza presente no eixo das abscissas. Designando por α o coeficiente angular da reta desse gráfico, temos que

$$\alpha = \frac{\Delta\Phi}{\Delta P}. \quad (2.6)$$

Assim, podemos calcular o valor de α :

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{40 - 0}{3,2 - 0} = 12,5 \text{ kg } ^\circ\text{C min}^{-1} \text{ kW}^{-1} \\ &= 0,208 \text{ g } ^\circ\text{C J}^{-1}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Mas será que o coeficiente angular α possui algum significado físico? Caso sim, como podemos interpretá-lo?

Para interpretar o possível significado físico desse coeficiente angular, devemos nos lembrar de que α pode ser calculado a partir da relação (2.7). Além de saber que a diferença $\Delta\Phi = \Phi - \Phi_0$ e $\Delta P = P - P_0$, assim temos que

$$\alpha = \frac{\Phi - \Phi_0}{P - P_0}, \quad (2.8)$$

onde P é a potência do total de aquecedores. Observando o mesmo gráfico, temos que $P_0 = 0$ e, conseqüentemente, $\Phi_0 = 0$. Assim, das definições anteriores, podemos igualar

$$\alpha P = m \frac{\Delta T}{\Delta t}. \quad (2.9)$$

Já que ambos os termos da igualdade correspondem a Φ , podemos multiplicá-los por $\Delta T/\alpha$, obtendo

$$P\Delta t = \frac{m}{\alpha} \Delta T. \quad (2.10)$$

Analisando o termo do lado esquerdo percebemos que ele corresponde à energia ΔE cedida pelo aquecedor ao sistema que, no nosso caso, é representado pela água. Assim, podemos escrever a relação

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{m} \frac{\Delta E}{\Delta T}, \quad (2.11)$$

onde o termo do lado direito é a razão da energia cedida ao sistema pelo produto entre a massa do sistema e a variação de temperatura do sistema. O lado esquerdo de (2.11) corresponde ao inverso do coeficiente angular que estamos tentando interpretar.

Avaliando o balanço energético do sistema e considerando que, em um pequeno intervalo de tempo Δt , a água troque energia apenas com o aquecedor e com o ambiente, podemos escrever a seguinte relação

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} + \frac{\Delta U}{\Delta t} + \frac{\Delta E_a}{\Delta t} = 0, \quad (2.12)$$

onde $\Delta E = P\Delta t$ corresponde à energia fornecida pelo aquecedor de potência P , ΔU é a energia interna do sistema e ΔE_a é a energia trocada entre o ambiente e a água. Se considerarmos que a energia trocada entre a água e o ambiente é desprezível, ou seja $\Delta E_a = 0$, podemos afirmar que a energia recebida pela água, ΔU , foi fornecida pela variação da energia do ebulidor durante o seu tempo de funcionamento. Podemos escrever então que

$$\Delta U = -\Delta E = P\Delta t \quad (2.13)$$

indicando que a energia cedida pelo aquecedor à água é utilizada para variar a sua energia interna.

Lembramos que, da Primeira Lei da Termodinâmica, uma variação da energia interna de um sistema é igual ao calor Q recebido pelo sistema menos o trabalho W realizado por ele,

$$\Delta U = Q - W. \quad (2.14)$$

Observamos também que, no experimento trabalhado, o sistema é representado pela água e ela, na sua forma líquida, é incompressível ($\Delta V \approx 0$). Por este motivo, podemos considerar que o trabalho realizado por ela é zero: $W = P\Delta V \approx 0$. Desse modo, a energia recebida pela água se manifesta essencialmente na forma de calor:

$$\Delta U = Q. \quad (2.15)$$

Comparando (2.15) com (2.13), podemos perceber que, para nosso experimento, o calor recebido pela água tem sua origem na potencia total emitida pelo aquecedor:

$$Q = -\Delta E = P\Delta t. \quad (2.16)$$

Podemos ainda definir o parâmetro calor específico c_x de uma substância como

$$c_x = \frac{1}{m} \left(\frac{\delta Q}{\delta T} \right)_x, \quad (2.17)$$

tal que seu significado corresponde à quantidade de calor δQ necessária para variar $1,0\text{ }^\circ\text{C}$ a temperatura de uma unidade de massa da substância, durante um processo x . Assim, se admitirmos que a nossa água aquecida recebeu calor durante um processo isovolumétrico, podemos reescrever (2.11) na forma

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{m} \left(\frac{Q}{\Delta T} \right)_V. \quad (2.18)$$

Por fim, comparamos (2.18) e (2.17) e concluímos que $1/\alpha$ corresponde a c_V . Portanto, a quantidade de calor Q necessária para variar de ΔT a temperatura da massa m da substância considerada, em um processo isovolumétrico, corresponde a

$$Q = mc_V \Delta T. \quad (2.19)$$

É interessante comparar o valor encontrado para o calor específico no nosso experimento, $1/\alpha$, com o valor tabelado. No experimento realizado temos

$$c_{\text{água}} = \frac{1}{\alpha} = 4,76(1) \text{ J g}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}. \quad (2.20)$$

Da experiência, para a água temos que o calor específico à volume constante é praticamente igual ao calor específico à pressão constante: $4,184(1) \text{ J g}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. O nosso resultado apresenta uma discrepância de 14%.

3 Um modelo matemático do aquecimento da água

Na ciência é comum diferentes grupos de cientistas utilizarem abordagens distintas para tentar solucionar o mesmo tipo de problema e/ou descrever determinado fenômeno. Essas formas de encarar certo objeto de estudo não são, necessariamente, excludentes entre si, logo caso suas premissas e procedimentos sejam corretos e coerentes espera-se que obtenham soluções/descrições equivalentes. Essa equivalência entre as diferentes abordagens pode ser de grande valia para a melhor compreensão do que está sendo estudado.

Na Física temos como exemplo os ramos da Física teórica e da Física experimental que buscam descrever os mesmos fenômenos mas por caminhos diferentes. Não é raro que os resultados obtidos por físicos teóricos discordem dos resultados obtidos por um físico experimental e vice-versa, o que não é algo necessariamente negativo. Essa discordância pode sugerir um erro ou a necessidade de melhora no modelo criado pelo teórico bem como sua faixa de validade. Para o físico teórico essa discordância pode indicar erros experimentais e/ou a exigência de melhora no experimento e sua precisão.

Por outro lado quando ambos os ramos concordam, ou seja, chegam a resultados análogos por caminhos distintos, temos um grande indicativo que o modelo obtido por ambos descreve bem o fenômeno estudado. Com essa ideia em mente tentamos criar um modelo que consiga descrever o experimento realizado e com ele obter uma lei que relacione a energia doada pelos ebulidores e a variação de temperatura da água.

O modelo que descrevemos a seguir é discutido, por exemplo, no livro de Ozisik (1985). Consideramos o líquido em um volume cilíndrico de espessura $L = R_b - R_a$, inicialmente a uma temperatura uniforme igual a T_0 . Para instantes de tempo $t > 0$, calor é fornecido para o líquido em uma das suas superfícies limite a uma taxa constante q W/m² e, ao mesmo tempo, calor é dissipado por convecção, através da outra superfície, para o meio ambiente a uma temperatura uniforme T_∞ , com um coeficiente de transferência de calor h . A Figura 16 apresenta a geometria e as condições de contorno do problema.

As superfícies de contato tem área $A_a = 2\pi R_a z_0$ and $A_b = \pi(R_b^2 - R_a^2)$, respectivamente. A aplicação da equação do balanço de energia, para este caso particular, corresponde a

$$\rho c_p \pi (R_b^2 - R_a^2) z_0 \frac{\Delta T}{\Delta t} = A_a q - A_b h (T - T_\infty) \quad (3.1)$$

ou

$$\rho c_p R_b \left(1 - \frac{R_a^2}{R_b^2}\right) \frac{\Delta T}{\Delta t} = 2 \frac{R_a}{R_b} q - h \frac{R_b}{z_0} \left(1 - \frac{R_a^2}{R_b^2}\right) (T - T_\infty), \quad (3.2)$$

para $t > 0$, com a condição inicial $T(0) = T_0$. Definindo a variável

$$\theta = T - T_\infty, \quad (3.3)$$

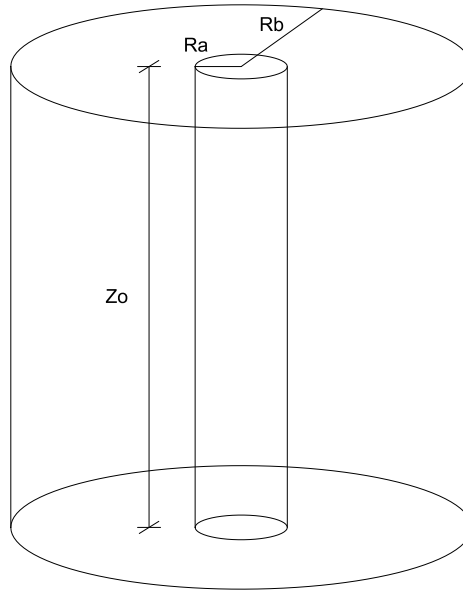


Figura 16. – Representação geométrica da panela com a água e o aquecedor.

e os parâmetros

$$s = \frac{h}{\rho c_p z_0} \quad e \quad B = \frac{q}{\rho c_p R_b} \left(\frac{2R_a/R_b}{1 - R_a^2/R_b^2} \right), \quad (3.4)$$

a equação (3.2) se reduz a

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} + s\theta = B, \quad (3.5)$$

com a condição inicial $\theta(0) = T_0 - T_\infty = \theta_0$. Vamos considerar que o líquido está inicialmente a mesma temperatura do ar e, assim, $\theta_0 = 0$. Mudando uma vez mais de variável, definimos $\varphi = \theta - B/s$ e a equação (3.5) se reduz a

$$\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} + s\varphi = 0. \quad (3.6)$$

com a condição

$$\varphi_0 = -\frac{B}{s}. \quad (3.7)$$

Podemos procurar a solução de (3.6) dividindo o intervalo de tempo t em N partes tais que $\Delta t = t/N = \tau$. Desse modo, podemos reescrever (3.6) na forma

$$\frac{\varphi_{n+1} - \varphi_n}{\tau} = -\frac{s}{2}(\varphi_{n+1} + \varphi_n), \quad (3.8)$$

onde $n = 0, 1, 2, 3, \dots, (N-1)$. Solucionando (3.8) para $n = 0$ obtemos

$$\varphi_1 = \varphi_0 \frac{1 - s\tau/2}{1 + s\tau/2}. \quad (3.9)$$

Solucionando (3.8) para $n = 1$, e usando (3.9), obtemos

$$\begin{aligned}\varphi_2 &= \varphi_1 \frac{1 - s\tau/2}{1 + s\tau/2} \\ &= \varphi_0 \left(\frac{1 - s\tau/2}{1 + s\tau/2} \right)^2\end{aligned}\quad (3.10)$$

Solucionando (3.8) para $n = 2$, e usando (3.10), obtemos

$$\begin{aligned}\varphi_3 &= \varphi_2 \frac{1 - s\tau/2}{1 + s\tau/2} \\ &= \varphi_0 \left(\frac{1 - s\tau/2}{1 + s\tau/2} \right)^3\end{aligned}\quad (3.11)$$

Solucionando (3.8) para $n = N - 1$, concluímos que

$$\begin{aligned}\varphi_N &= \varphi_{N-1} \frac{1 - s\tau/2}{1 + s\tau/2} \\ &= \varphi_0 \left(\frac{1 - s\tau/2}{1 + s\tau/2} \right)^N\end{aligned}\quad (3.12)$$

Observamos que se o número de partes N é muito elevado, o valor de τ é pequeno e podemos escrever que

$$\frac{\varphi_N}{\varphi_0} = \left(\frac{1}{1 + s\tau/2} \right)^{2N} \quad (3.13)$$

ou, ainda, que

$$\begin{aligned}\left(\frac{\varphi_N}{\varphi_0} \right)^{1/st} &= \left(\frac{1}{1 + st/2N} \right)^{2N/st} \\ &= \frac{1}{(1 + 1/y)^y}\end{aligned}\quad (3.14)$$

onde $y = 2N/st$. No limite em que N vai para infinito, $y \rightarrow \infty$, e a expressão do lado direito de (3.14) corresponde a

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{y} \right)^y = e, \quad (3.15)$$

o número de Napier (MAOR, 2009). Seu valor corresponde a $e = 2,7182\dots$. Desse modo, a solução de (3.6) é da forma

$$\varphi = \varphi_0 e^{-st} \quad (3.16)$$

ou, substituindo (3.7) em (3.16), e este resultado em (3.3), obtemos

$$\theta = \frac{B}{s} (1 - e^{-st}). \quad (3.17)$$

Portanto, a evolução da temperatura T do líquido é descrita pela função

$$T = T_0 + \frac{B}{s} (1 - e^{-st}) \quad (3.18)$$

ou

$$T = T_0 + T_F (1 - e^{-st}), \quad (3.19)$$

onde

$$\begin{aligned} T_F &= \frac{B}{s} \\ &= \frac{q z_0}{h R_b} \left(\frac{2R_a/R_b}{1 - R_a^2/R_b^2} \right). \end{aligned} \quad (3.20)$$

Para $s \ll 1$ temos

$$e^{-st} \approx 1 - st \quad (3.21)$$

e, nesse caso,

$$T \approx T_0 + sT_F t \quad (3.22)$$

ou

$$\begin{aligned} T &\approx T_0 + Bt \\ &\approx T_0 + \frac{q}{\rho c_p R_b} \left(\frac{2R_a/R_b}{1 - R_a^2/R_b^2} \right) t \end{aligned} \quad (3.23)$$

e a temperatura do líquido varia linearmente com a tempo. Observe que a massa M do líquido corresponde a

$$\begin{aligned} M &= \rho\pi (R_b^2 - R_a^2) z_0 \\ &= \rho\pi R_b^2 (1 - R_a^2/R_b^2) z_0 \end{aligned} \quad (3.24)$$

e a potência fornecida pelo aquecedor é

$$P = q (2\pi R_a z_0). \quad (3.25)$$

Desse modo, temos que

$$T \approx T_0 + \frac{P}{Mc_p} t. \quad (3.26)$$

Comparando (3.26) com (3.23) obtemos

$$B = \frac{P}{Mc_p}. \quad (3.27)$$

Portanto, quando $s \ll 1$ ($h \ll \rho c_p z_0$), a taxa da variação da temperatura do líquido aumenta linearmente com o aumento da potência P do aquecedor e é inversamente proporcional a massa M do líquido aquecido.

4 Considerações finais

Apresentamos nesse *Guia* uma proposta de atividade didática utilizando o experimento e sua análise como principais ferramentas pedagógicas para estudo da calorimetria. Essa sequência de ensino visa aumentar o engajamento do aluno através de uma atividade investigativa na qual o estudante deve, a partir da observação de um experimento, medir as grandezas relevantes e buscar por relações algébricas entre elas com auxílio de construções gráficas.

Com a sequência apresentada queremos oferecer ao aluno uma oportunidade para aprender a trabalhar com esta ou outras situações semelhantes do seu dia a dia que possam exigir dele soluções ou elaboração de estratégias com seus devidos planos de ação. Assim, procuramos preparar o estudante a aprender como se portar diante de um novo problema. A partir desta prática, esperamos também que eles adquiram habilidades e competências para agir de forma objetiva na busca de uma solução para um desafio original dentro ou fora do contexto escolar.

Em primeira análise o objetivo desse trabalho é propor uma alternativa a aula expositiva tradicional de calorimetria e que alie experimentação à teoria. Vemos, no entanto, que a utilização de ferramentas gráficas e algébricas é, por si só, de extrema importância para a formação do aluno. Assim, pretendemos aliar o aprendizado de novas habilidades e competências, que são essenciais para a vida do aluno, com o conteúdo a ser estudado.

Além disso, descrevemos o fenômeno através de um modelo matemático que utiliza o resultado encontrado no experimento o que nos possibilitou reobter algumas relações entre as grandezas trabalhadas. Essa prática de comparar descrições diferentes, mas análogas para o mesmo fenômeno é bastante comum no meio científico e, caso haja coerência entre as abordagens nos resultados obtidos, temos uma forte sugestão que o objeto de estudo está sendo bem descrito.

Propomos uma sequência para solucionar os problemas encontrados por professores ao ensinarem conceitos de Física Térmica como calor e calor específico. Acreditamos então que estamos colaborando para melhorar o ensino ao oferecer uma alternativa a aula tradicional.

Apesar dessa atividade não ter sido de fato aplicada em sala, acreditamos que devido a sua consonância com os documentos balizadores da educação brasileira como os DCNs e PCNs, que incentivam o ensino focado em desenvolver habilidades e competências, a utilização desse material será de grande valia para o enriquecimento do aprendizado do aluno.

Referências

MAOR, E. *"e": The story of a number*. Princeton: Princeton University Press, 2009.

OZISIK, M. N. *Heat transfer: a basic approach*. New York: McGraw-Hill, 1985.

SILVA, F. D. da. *A análise gráfica como instrumento para o ensino de calorimetria no ensino médio*. Tese (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, janeiro 2020.