Instituto de Física - UFRJ
Métodos Matemáticos - MPEF
Professor Antônio Carlos F. dos Santos (toni@if.ufrj.br)

Bibliografia:
Livro texto:
E. Butkov, Física Matemática, LTC (1988), caps. 2,4, 7,10,11
Bibliografia adicional:
M. Boas, Mathematical Methods in the Physical Sciences, second edition, John Wiley & Sons

Programa:
Número e funções complexas, espaços vetoriais e bases, operadores lineares, Matrizes, Produto interno, Autovetores e autovalores, diagonização, séries e transformada de Fourier.

Avaliação:

2 provas (Pi, i= 1,2) + listas em sala de aula (L_i), onde L_i é a média entre as 75% maiores notas daquele período correspondente, uma prova de segunda chamada (S) e um exame final (E). A cada prova será atribuída uma nota (N_i, i=1,2) onde $N_i = 0{,}7*P_i + 0{,}3*L_i$

Cálculo da Média (M) e grau final (G)

<u>Presente às provas parciais:</u>

$M = (N_1 + N_2)/2$
Se M < 3,0, então reprovado com grau igual à M (G=M)
Se M > ou igual a 7,0, então aprovado com grau igual à M (G=M)
Se 7,0 > M > ou igual a 3,0, então G = (M + E)/2 ;

<u>Ausente em uma das provas</u>

Fará o exame final obrigatóriamente. M será calculado como anteriormente, com E substituindo a nota da prova não realizada.
Se M < 3,0, então reprovado com grau igual à M (G=M)
Se M > ou igual a 7,0, então aprovado com grau igual à M (G=M)
Se 7,0 > M > ou igual a 3,0, então realizará a segunda chamada e G = (M + S)/2 ;

Conceitos: A$\rightarrow$ M $\geq$ 9,0; B$\rightarrow$ 9,0 >M $\geq$ 7,0; C$\rightarrow$ 7,0 > M $\geq$ 6,0; D$\rightarrow$ M < 6,0

Dicas para um bom aproveitamento desta disciplina:

Assiduidade, pontualidade e disciplina para trabalhar nos exercícios propostos!

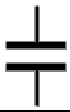
Avaliação de aprendizagem - Aula 1 – Números complexos

Nome:____

“ No aprendizado das ciências, exemplos são mais úteis do que preceitos.” Isaac Newton

1- Em eletrônica, no caso de circuitos puramente resistivos, a corrente e a tensão estão em fase e estão relacionados por V =RI, dizemos então, que a impedancia é dada por $Z_R = R\angle 0^o$. Em circuitos puramente capacitivos, temos Q=CV, ou ainda I =C(dV/dt), ou seja, a corrente está adiantada de 90^o em relação à tensão. A reatância capacitiva é dada por $X_c = (\omega C)^{-1}$ e a lei de ohm dá $I = (V\angle 0^o)/(Xc\angle -90^o)=(V/X_c)\angle +90^o$. Então $Z_c = X_c\angle -90^o$. Em circuitos puramente indutivos, temos V=L(di/dt), ou seja, a a corrente está atrasada 90^o em relaçao à tensão. A lei de Ohm fica: $I = (V\angle 0^0)/(X_L\angle 90^o)$. Onde $X_L = \omega L$. Então, $Z_L = X_L\angle +90^o$. As propiedades de circuitos CA são as mesmas que os de circuitos CC, ou seja, impedancias em série se somam e em paralelo se somam as admitancias $Y = Z^{-1}$.

a) Expresse as impedancias dos componentes abaixo na forma polar $Z\angle\theta$ e retangular Z = x +iy

	I) R = 6,8 Ω
	II) L=2H, ω = 377 rad/s
	III) C=10 μF, ω=377rad/s

b) Determine a corrente i nos elementos abaixo usando a algebra dos números complexos e represente i e V na forma de fasores no plano complexo (diagrama de Argand)

I) R = 3Ω, V =21sen(ωt+10^o)

II) X_L = 7Ω, V=49sen(ωt+70^o)

III) X_c = 100Ω, V=25sen(ωt-20^o)

c) Calcule a impedancia total do circuitos abaixo. Expresse a respostas nas formas polar e retangular: R= 6,8Ω em série com X_L =6,8 Ω

Avaliação de aprendizagem - Aula 2 – séries complexas infinitas

Nome:____

1- Teste a convergência de cada uma das séries abaixo

a- $\Sigma\ (1+i)^n$

b- $\Sigma\ 1/(1+i)^n$

c- $\Sigma\ [(1-i)/(1+i)]^n$

d- $\Sigma\ (1/n^2 + i/n\ )$

Avaliação de aprendizagem - Aula 3 – séries de potência complexas

Nome:____

1- Encontre o círculo de convergência das séries abaixo:

a- $e^z = 1 + z + z^2/2! + z^3/3! + \dots$

b- $z - z^2/2 + z^3/3 - z^4/4 + \dots$

c- $1 - z^2/3! + z^4/5! + \dots$

d- $\sum_{n=0}^{\infty} z^n$

Avaliação de aprendizagem - Aula 4 – potências e raízes de números complexos

Nome:____

1- Encontre todas as raízes abaixo e esboce no diagrama de Argand

a- $(1)^{1/3}$

b- $(27)^{1/3}$

c- $(1)^{1/4}$

d- $(16)^{1/4}$

Avaliação de aprendizagem - Aula 5 – logaritmos e funções trigonométricas inversas

Nome:____

1- Expresse os números abaixo na forma $z = x + iy$

a- $\ln(-e)$

b- $\ln(-i)$

c- $\ln(i+1^{1/3})$

d- $\ln(i-1)$

Avaliação de aprendizagem - Aula 6 – funções de uma variável complexa

Nome:____

1- Encontre a parte real u(x,y) e a imaginária v(x,y) de cada uma das funções abaixo.

a- z^3

b- $|z|$

c- $(2z+3)/(z+2)$

d- z^{-1}

Avaliação de aprendizagem - Aula 7 – integrais de contorno

Nome:____

1- Desenvolva as integrais abaixo no plano complexo

a- $\int_{i}^{i+1} z dz$ ao longo de uma linha paralela ao eixo x

b- $\int_{0}^{i+1} \left(z^2 - z\right) dz$. (i) ao longo da linha y=x; (ii) ao longo da reta y=0 entre x = 0 e x=1 e então ao longo da reta x =1 desde y=0 até y=i

Avaliação de aprendizagem - Aula 8 – séries de Laurent

Nome:____

1- Para cada uma das funções abaixo, indique se o ponto indicado é regular, uma singularidade esencial ou um pólo e de qual ordem.
   a- senz/z , z=0

   b- $\cos z/z^3$, z=0

   c- $(z^3 -1)/(z-1)^3$, z =1

   d- $e^z/(z-1)$, z= 1

   e- $(e^z -1)/(z^2 + 4)$, z= 2i

Avaliação de aprendizagem - Aula 9 - o teorema dos resíduos

Nome:____

1- Se C é um círculo de raio ρ em torno de z_o, mostre que $\oint_C \frac{dz}{(z-z_o)^n} = 2\pi i$, se n = 1, mas para qualquer outro valor inteiro de n, a integral é nula. Dica: use que $z = z_o + \rho e^{i\theta}$ sobre C.

Avaliação de aprendizagem - Aula 10 – cálculo de integrais por resíduos

Nome:____

1 – Encontre as séries de Laurent para as seguintes funções em torno dos pontos indicados; então encontre o resíduo da função no ponto. (garanta que você tem a série de Laurent que convirja próximo ao ponto)

a- $1/z(z+1)$, $z = 0$

b- $1/z(z-1)$, $z = 1$

c- $\mathrm{sen}z/z^4$, $z = 0$

Avaliação de aprendizagem – Aula 11 –Espaços vetoriais

Nome:____

1- Considere os vetores $|\alpha\rangle = (2, i, -1, 0)$ e $|\beta\rangle = (i, -i, 1, 2)$.

a- Calcule $||\,|\alpha\rangle\,||$ e $||\,|\beta\rangle\,||$

b- Normalize $|\alpha\rangle$ e $|\beta\rangle$

c- Calcule $\langle\alpha|\beta\rangle$ e $\langle\beta|\alpha\rangle$

d- Calcule o ângulo entre $|\alpha\rangle$ e $|\beta\rangle$

Avaliação de aprendizagem - Aula 12 – Transformações lineares

Nome:____

1- Dada a matriz $A = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & i \end{vmatrix}$, calcule : a) sua transposta A^t; b) o seu complexo conjugado A^*; c) o seu conjugado hermitiano $A^\dagger$; d) a sua inversa A^{-1};

2- Calcule o [A, B] onde A é a matriz do item anterior e $B = \begin{vmatrix} i & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$

Avaliação de aprendizagem - Aula 13 – autovetores e autovalores

Nome:____

1- Calcule os autovalores e auto-vetores normalizados do operador $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.A é Hermitiano? Calcule o Tr(A) e det(A).

Avaliação de aprendizagem - Aula 14 – séries de Fourier

Nome:____

1- Esboce o gráfico da função f(x) abaixo para vários períodos e expanda a função em uma série de Fourier de senos e cossenos
$f(x) = 1$ para $-\pi<x<0$ e
$f(x) = 0$ para $0<x<\pi$

Avaliação de aprendizagem - Aula 15 – condições de Dirichlet e forma complexa das séries de Fourier

Nome:____

1- Para cada uma das funções abaixo, utilize as condições de Dirichlet para encontrar o valor para qual a série de Fourier converge em $x = 0, \pm \pi/2, \pm\pi, \pm 2\pi$.

a- $f(x) = 1$ para $-\pi<x<0$ e
$f(x) = 0$ para $0<x<\pi$

b- $f(x) = 0$ para $-\pi<x<0$ e
$f(x) = 1$ para $0<x<\pi/2$
$f(x) = 0$ para $\pi/2 <x<\pi$

Avaliação de aprendizagem - Aula 16 – funções pares e ímpares

Nome:____

1- as funções abaixo não são pares nem ímpares. Reescreva-as como soma de uma função par com uma função ímpar.

   a- e^{inx}

   b- xe^{x}

   c- $\ln|1-x|$

2- A função abaixo é definida para um período. Esboce-a para vários períodos e decida se é par ou ímpar. Então expanda-a na série de Fourier apropriada

   a- $f(x) = -1 \quad -\pi<x<0$
      $f(x) = 1 \quad 0<x<\pi$

Avaliação de aprendizagem - Aula 17 – A transformada de Fourier

Nome:____

1- Encontre a transformada de Fourier exponencial, ou seja, encontre $g(\alpha)$

a- $f(x) = -1 \quad -\pi < x < 0$

$f(x) = 1 \quad 0 < x < \pi$

$f(x) = 0 \quad |x| > \pi$

Avaliação de aprendizagem - Aula 18 – convolução, o teorema de Parseval

Nome:____

1- Utilize a integral de convolução para encontrar a transformada inversa de:

  a- $p/(p^2 -1)^2 = [p/(p^2-1)].[1/(p^2-1)]$