



INSTITUTO DE FÍSICA

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Pós-Graduação

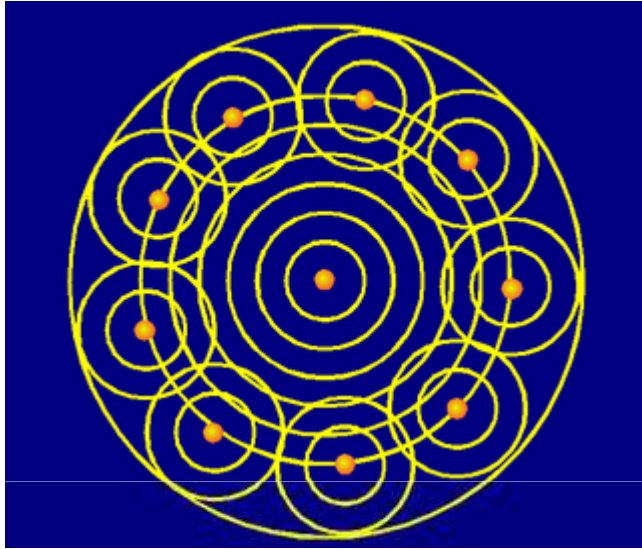
Mestrado Profissional em Ensino de Física

Aula 4

A propagação da Luz

Referências: E. Hecht, *óptica*, Fundação Calouste Gulbekian, segunda edição portuguesa (2002);
Anita Macedo, *Eletromagnetismo*, Editora Guanabara, 1988
The Feynmann Lectures on Physics,

O princípio de Huygens



“Cada ponto de uma frente de onda primária constitui uma fonte de ondas esféricas secundárias, e a posição da frente de onda primária num instante posterior é determinada pela envolvente de todas estas ondas secundárias, que se propagam com velocidade e frequência igual à onda primária”



“No estudo da propagação destas ondas deve-se considerar que cada partícula do meio através do qual a onda evolui não só transmite o seu movimento à partícula seguinte, ao longo da reta que parte do ponto luminoso, mas também a todas as partículas que a rodeiam e que se opõem ao movimento. O resultado é uma onda em torno de cada partícula e que a tem como centro”

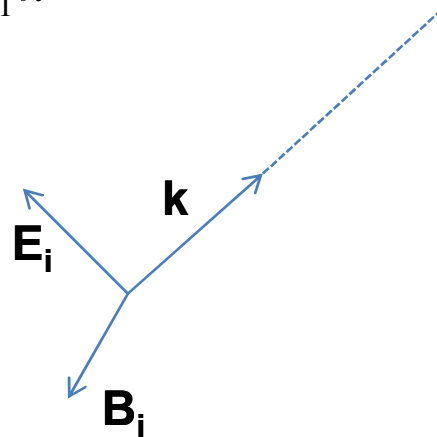
Aproximação eletromagnética

Ondas numa superfície de Separação entre dois meios

$$\vec{E}_i = \vec{E}_o e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

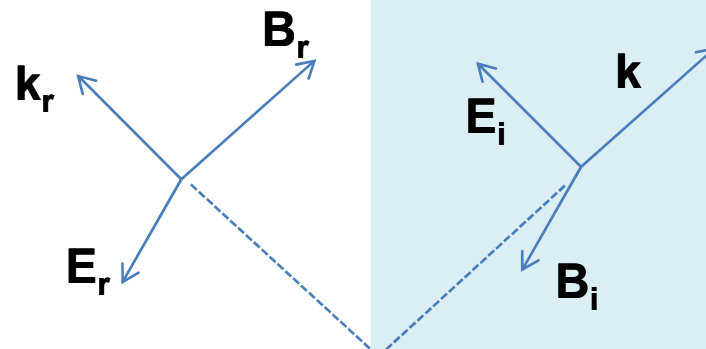
$$\vec{B}_i = \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \hat{k} \times \vec{E}_i$$

$$\vec{k} = \frac{\omega}{v} \hat{k} = \omega \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \hat{k}$$



Ao atingir a fronteira dos dois dielétricos diferentes, a onda interfere com as cargas de polarização e as correntes de magnetização aí induzidas, transmite-lhes energia e as faz irradiar novas ondas.

Ondas numa superfície de Separação entre dois meios



$$\vec{E}_r = \vec{E}_{or} e^{i(\omega_r t - \vec{k}_r \cdot \vec{r})}$$

$$\vec{B}_r = \sqrt{\epsilon_1 \mu_1} \hat{k}_r \times \vec{E}_r$$

$$\vec{k}_r = \frac{\omega_r}{v} \hat{k}_r = \omega_r \sqrt{\epsilon_1 \mu_1} \hat{k}_r$$

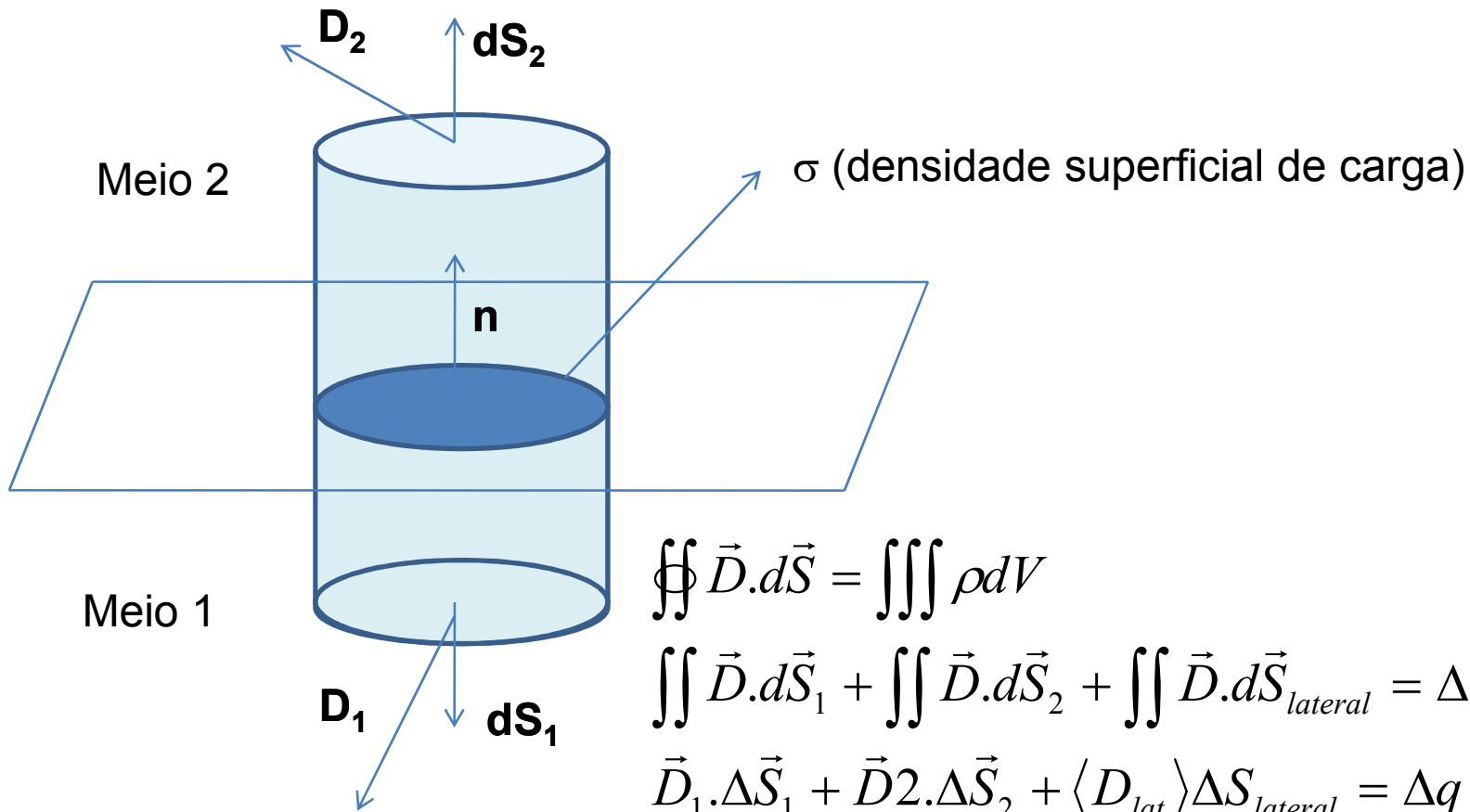
$$\vec{E}_t = \vec{E}_{ot} e^{i(\omega_t t - \vec{k}_t \cdot \vec{r})}$$

$$\vec{B}_t = \sqrt{\epsilon_1 \mu_1} \hat{k}_t \times \vec{E}_t$$

$$\vec{k}_t = \frac{\omega_t}{v} \hat{k}_t = \omega_t \sqrt{\epsilon_1 \mu_1} \hat{k}_t$$

Ao atingir a fronteira dos dois dielétricos diferentes, a onda interfere com as cargas de polarização e as correntes de magnetização aí induzidas, transmite-lhes energia e as faz irradiar novas ondas.

Condições de contorno:



$$\oiint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iiint \rho dV$$

$$\iint \vec{D} \cdot d\vec{S}_1 + \iint \vec{D} \cdot d\vec{S}_2 + \iint \vec{D} \cdot d\vec{S}_{lateral} = \Delta q$$

$$\vec{D}_1 \cdot \Delta \vec{S}_1 + \vec{D}_2 \cdot \Delta \vec{S}_2 + \langle D_{lat} \rangle \Delta S_{lateral} = \Delta q$$

$$-\hat{n} \cdot \vec{D}_1 \Delta S_1 + \hat{n} \cdot \vec{D}_2 \Delta S_2 + \langle D_{lat} \rangle \Delta S_{lateral} = \Delta q = \sigma \Delta S$$

$$\hat{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \sigma \rightarrow \hat{n} \cdot \Delta \vec{D} = \sigma$$

Do mesmo modo:

$$\mathbf{n} \cdot \Delta \mathbf{B} = 0$$

Quando, na ótica, queremos caracterizar uma superfície pelas suas propriedades refletoras, damos-lhe o nome de **catóptrico**. Se desejamos observar suas propriedades refratoras, classificamo-la como um **dióptrico**. No caso de estarmos tratando das duas propriedades, temos um **catadióptrico**.

Condições de contorno na superfície fronteira:

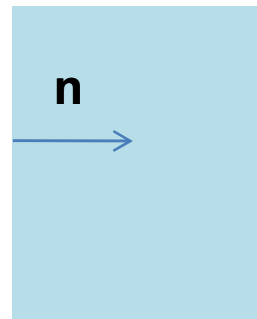
$$\hat{n} \cdot \Delta(\epsilon \vec{E}) = 0$$

$$\hat{n} \times \Delta \vec{E} = \vec{0}$$

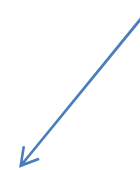
$$\hat{n} \cdot \Delta \vec{B} = 0$$

$$\hat{n} \times \Delta \left(\frac{\vec{B}}{\mu} \right) = \vec{0}$$

$$\vec{A} e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}_o)} + \vec{A}_r e^{i(\omega_r t - \vec{k}_r \cdot \vec{r}_o)} + \vec{A}_t e^{i(\omega_t t - \vec{k}_t \cdot \vec{r}_o)} = \vec{0}$$



Todas as condições de contorno são combinações lineares do tipo:



Em qualquer instante t , as condições devem ser obedecidas com todos os vetores \mathbf{r}_o do plano. Assim, sobre a superfície, devem ser idênticas as partes temporais dos três fatores de fase:

$$\omega t = \omega_r t = \omega_t t \quad (\text{na superfície})$$

$$\text{Ou seja } \rightarrow \omega = \omega_r = \omega_t$$

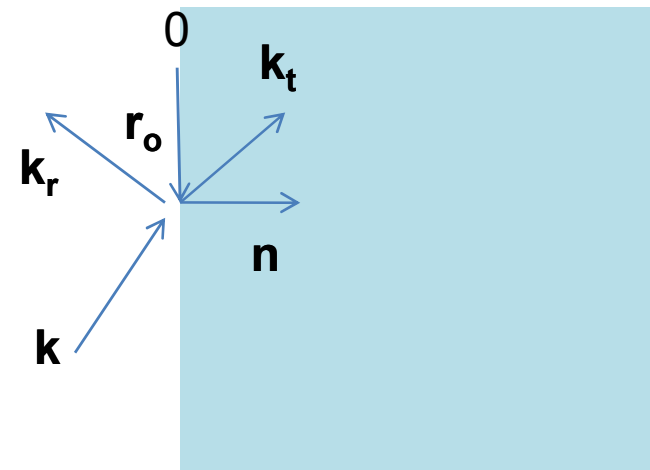
Bem como devem ser idênticas suas partes espaciais.

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_o = \mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r}_o = \mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}_o$$

Como \mathbf{r}_o é arbitrário no plano, podemos escolhê-lo de modo a ser \perp ao vetor de onda \mathbf{k} da onda incidente. Chamando \mathbf{r}'_o esse vetor particular (perpendicular ao plano da tela):

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}'_o = \mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r}'_o = \mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}'_o = 0$$

Por serem \perp a um quarto vetor \mathbf{r}'_o , os três vetores de onda são coplanares.



$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_o = \mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r}_o = \mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}_o$$

Equivalen a:

$$k \cos(\mathbf{k}, \mathbf{r}_o) = k_t \cos(\mathbf{k}_t, \mathbf{r}_o) = k_r \cos(\mathbf{k}_r, \mathbf{r}_o)$$

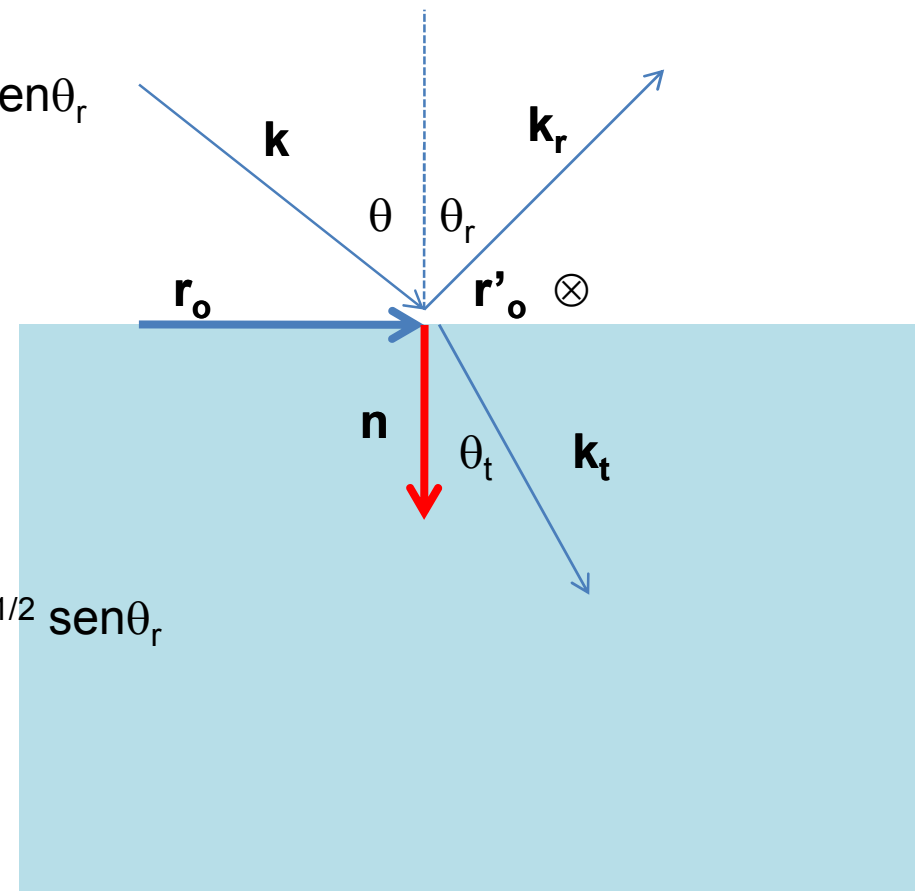
$$\underbrace{k \cos(\mathbf{k}, \mathbf{r}_o)}_{k \sin \theta} = \underbrace{k_t \cos(\mathbf{k}_t, \mathbf{r}_o)}_{k_t \sin \theta_t} = \underbrace{k_r \cos(\mathbf{k}_r, \mathbf{r}_o)}_{k_r \sin \theta_r}$$

$$k \sin \theta = k_t \sin \theta_t = k_r \sin \theta_r$$

$$(\varepsilon_1 \mu_1)^{1/2} \sin \theta = (\varepsilon_2 \mu_2)^{1/2} \sin \theta_t = (\varepsilon_1 \mu_1)^{1/2} \sin \theta_r$$

$$\theta = \theta_r$$

$$n_1 \sin \theta = n_2 \sin \theta_t$$



Condições de contorno:

$$\mu_1 \approx \mu_2 \approx \mu_0$$

$$\hat{n} \cdot (\varepsilon_2 \vec{E}_2 - \varepsilon_1 \vec{E}_1) = 0$$

$$\hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = \vec{0}$$

$$\vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \vec{0}$$

mas

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_0 + \vec{E}_r$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_t$$

$$\vec{B}_1 = \vec{B}_o + \vec{B}_r = \sqrt{\varepsilon_1 \mu_o} \left(\hat{k} \times \vec{E}_0 + \hat{k}_r \times \vec{E}_r \right)$$

$$\vec{B}_2 = \vec{B}_t = \sqrt{\varepsilon_2 \mu_o} \left(\hat{k}_t \times \vec{E}_t \right)$$

Combinando as equações dos dois slides anteriores:

$$\hat{n} \cdot [\varepsilon_2 \vec{E}_t - \varepsilon_1 \vec{E}_r] = \hat{n} \cdot (\varepsilon_1 \vec{E}_0)$$

$$\hat{n} \times [\vec{E}_t - \vec{E}_r] = \hat{n} \times (\vec{E}_0)$$

$$\sqrt{\varepsilon_2} (\hat{k} \times \vec{E}_t) - \sqrt{\varepsilon_1} (\hat{k}_r \times \vec{E}_r) = \sqrt{\varepsilon_1} (\hat{k} \times \vec{E}_0)$$



Após várias manipulações.....

$$R = \left| \frac{\hat{n} \cdot \langle \vec{S}_r \rangle}{\hat{n} \cdot \langle \vec{S}_i \rangle} \right|$$

$$T = \left| \frac{\hat{n} \cdot \langle \vec{S}_t \rangle}{\hat{n} \cdot \langle \vec{S}_i \rangle} \right|$$

$$R + T = 1$$

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_o^2 \hat{k}$$

$$\hat{n} \cdot \langle \vec{S}_i \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_o}} E_o^2 \cos \theta \hat{k}$$

$$\hat{n} \cdot \langle \vec{S}_r \rangle = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_o}} E_r^2 \cos \theta \hat{k}$$

$$\hat{n} \cdot \langle \vec{S}_t \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_o}} E_t^2 \cos \theta \hat{k}$$

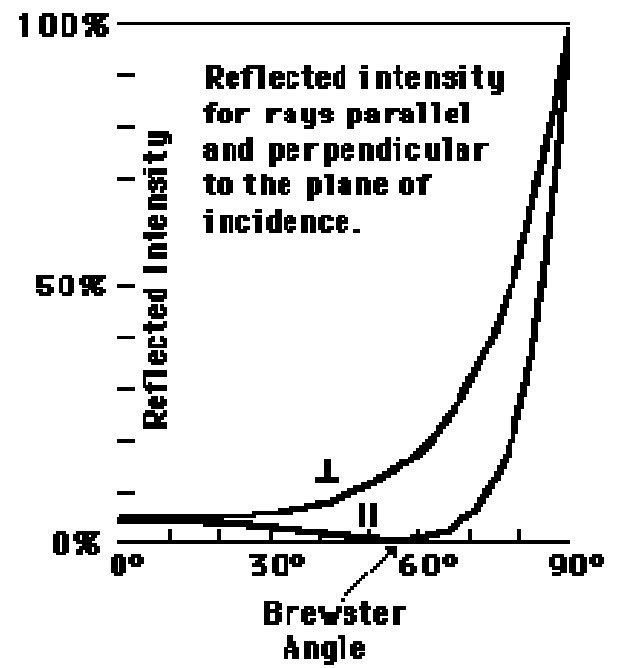
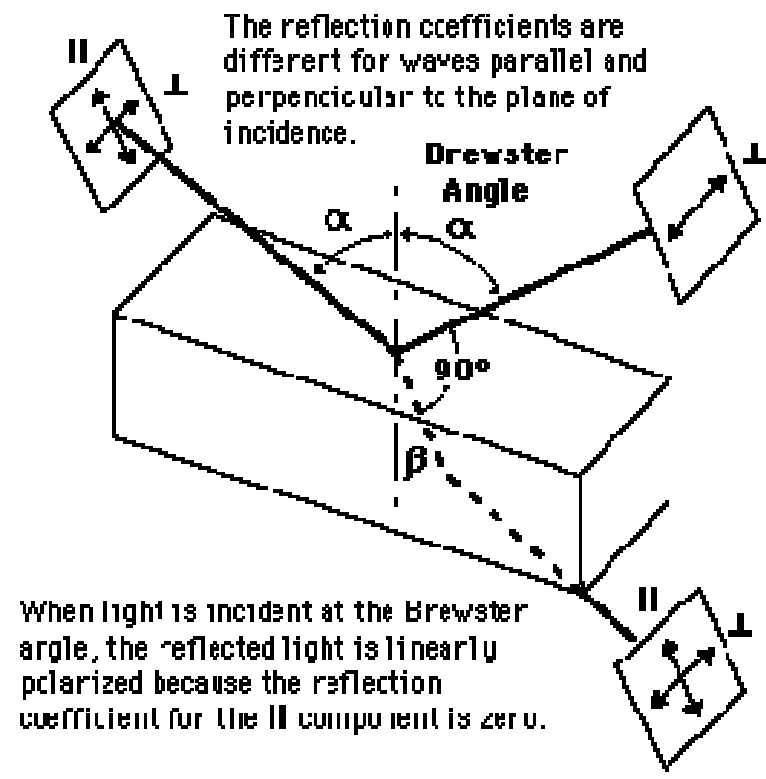
$$R_{\perp} = \left(\frac{n_1 \cos \theta - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta + n_2 \cos \theta_t} \right)^2$$

$$R_{\parallel} = \left(\frac{n_1 \cos \theta - n_2 \cos \theta}{n_1 \cos \theta_t + n_2 \cos \theta} \right)^2$$

$$T_{\perp} = \frac{4n_1 n_2 \cos \theta \cos \theta_t}{(n_1 \cos \theta + n_2 \cos \theta_t)^2}$$

$$T_{\parallel} = \frac{4n_1 n_2 \cos \theta \cos \theta_t}{(n_1 \cos \theta_t + n_2 \cos \theta)^2}$$

Observamos que, à parte o caso trivial em que $n_1 = n_2$, só há uma circunstância em que a reflexão deixa de existir :



$$\theta_B = \text{arc tg} (n_2 / n_1)$$



Propriedades óticas dos Metais

Condutores $\rightarrow \epsilon \approx \epsilon_0, \lambda > 0$

$$\mathbf{j} = \lambda \mathbf{E} + \rho \mathbf{v}$$

Corrente de condução

corrente de convecção

Do ponto de vista microscópico, não há diferença entre as duas correntes. O condutor é constituído de partículas carregadas, que se põem em movimento, sob a ação de campos, que dão origem a correntes de condução.

Do ponto de vista macroscópico, o condutor está descarregado $\rho=0$.

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu\lambda \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0$$

$$\vec{E} = \vec{E}_r e^{i\omega t}$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_r e^{i\omega t} - \mu\varepsilon \vec{E}_r e^{i\omega t} (i\omega)^2 - \mu\lambda \vec{E}_r e^{i\omega t} (i\omega) = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_r + \left(\mu\varepsilon \vec{E}_r e^{i\omega t} \omega^2 - \mu\lambda \vec{E}_r (i\omega) \right) = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_r + \omega^2 \mu \left(\varepsilon - i \frac{\lambda}{\omega} \right) \vec{E}_r = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_r + \omega^2 \mu \varepsilon_\lambda \vec{E}_r = 0$$

$$\varepsilon_\lambda = \left(\varepsilon - i \frac{\lambda}{\omega} \right) \leftarrow \text{Permissividade complexa}$$

$$\varepsilon_\lambda = |\varepsilon_\lambda| e^{-i\beta}$$

$$|\varepsilon_\lambda| = \varepsilon \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda}{\omega\varepsilon}\right)^2}$$

$$\beta = \operatorname{arctg}\left(\frac{\lambda}{\omega\varepsilon}\right)$$

$$\lambda \ll \omega\varepsilon \quad \longleftarrow \quad \text{Mau condutor}$$

$$|\varepsilon_\lambda| \approx \varepsilon \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{\omega\varepsilon}\right)^2\right) \rightarrow \varepsilon$$

$$\lambda \gg \omega\varepsilon \quad \longleftarrow \quad \text{Bom condutor}$$

$$|\varepsilon_\lambda| \approx \frac{\lambda}{\omega} \rightarrow \infty$$

Vamos considerar que a parte espacial seja dada por $\mathbf{E}_r = \mathbf{E}_{or} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_r + (\omega^2 \varepsilon \mu - i\omega \mu \lambda) \vec{E}_r = \vec{0}$$

$$-k^2 + (\omega^2 \varepsilon \mu - i\omega \mu \lambda) = 0$$

$$k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu \left(1 - \frac{i\lambda}{\omega \varepsilon} \right)$$

$$\vec{k}_\lambda = \vec{k} - i\vec{p} = (k - ip)\hat{k}$$

$$k_\lambda^2 = k^2 - p^2 - i2kp = \omega^2 \varepsilon \mu \left(1 - \frac{i\lambda}{\omega \varepsilon} \right)$$

$$k^2 - p^2 = \omega^2 \varepsilon \mu$$

$$2kp = \omega \mu \lambda$$

$$\vec{k} = \omega \sqrt{\left(\frac{|\varepsilon_\lambda| + \varepsilon}{2}\right)} \mu \hat{k}$$

$$\vec{p} = \omega \sqrt{\left(\frac{|\varepsilon_\lambda| - \varepsilon}{2}\right)} \mu \hat{k}$$



Vetor de atenuação

$$\vec{E} = \vec{E}_o e^{-\vec{p} \cdot \vec{r}} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_o e^{-\vec{p} \cdot \vec{r}} e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

$$\vec{v} = \frac{\omega \hat{k}}{k} = \frac{\hat{k}}{\sqrt{\left(\frac{|\varepsilon_\lambda| + \varepsilon}{2}\right)} \mu}$$

$$\vec{v}(\lambda \ll \omega \varepsilon) \rightarrow \frac{\hat{k}}{\sqrt{\varepsilon \mu}}$$

$$\vec{v}(\lambda \gg \omega \varepsilon) \rightarrow \vec{0}$$

$\delta = 1/p \approx 1/k = \lambda/2\pi \rightarrow$ constante de amortecimento (profundidade de penetração)

O fato do campo rapidamente variável ser considerável apenas numa região estreita do condutor constitui o efeito pelicular.

No cobre $\delta \approx 22$ angstrons

Água do mar ≈ 20 cm (dificuldade das comunicações entre submarinos, as quais devem se dar em frequências extremamente baixas.

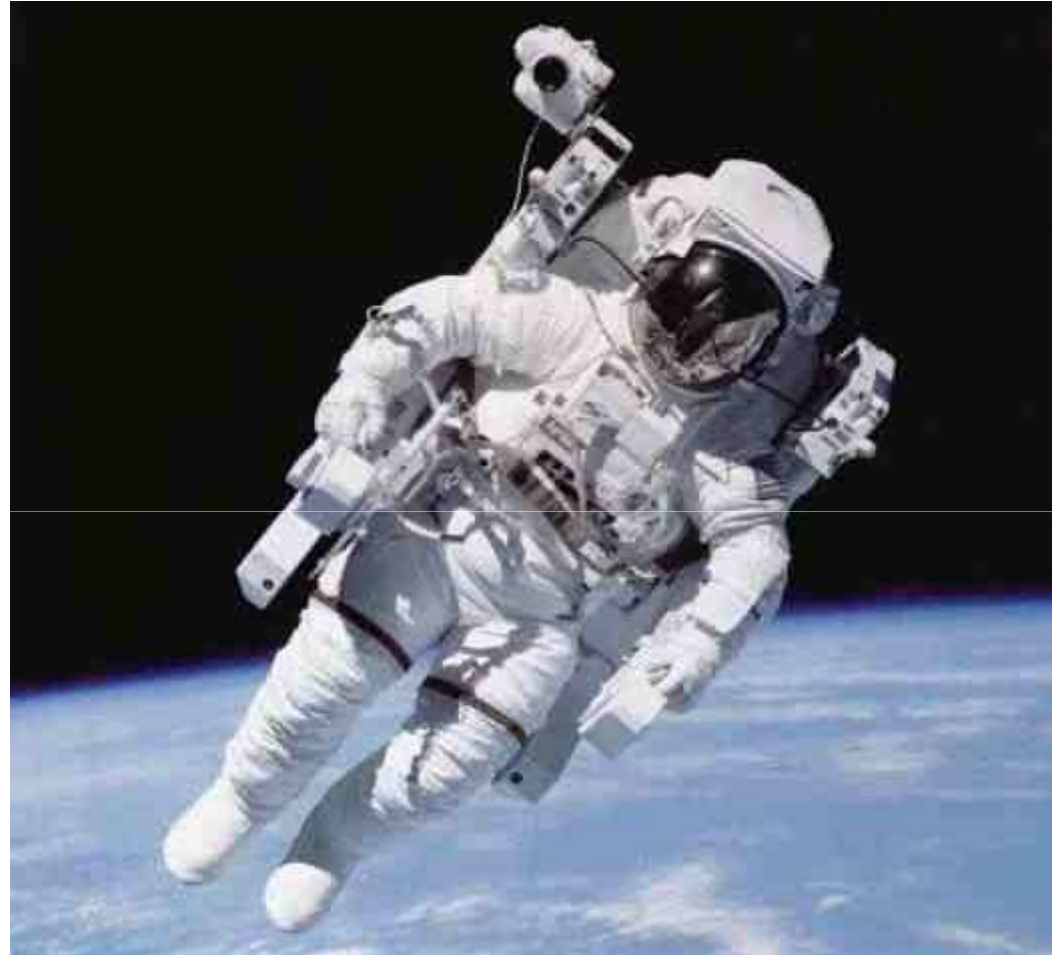
Pode-se ter uma idéia da resposta dos metais à luz com base em algumas hipóteses simplificadoras. Desprezando a contribuição dos elétrons ligados e assumindo que o amortecimento é desprezível:

$$n^2 = 1 + \frac{NZq^2}{\epsilon_0 m} \left(\sum_j \frac{f_j}{\omega_o^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} \right) \approx 1 - \frac{NZq^2}{\epsilon_0 m \omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

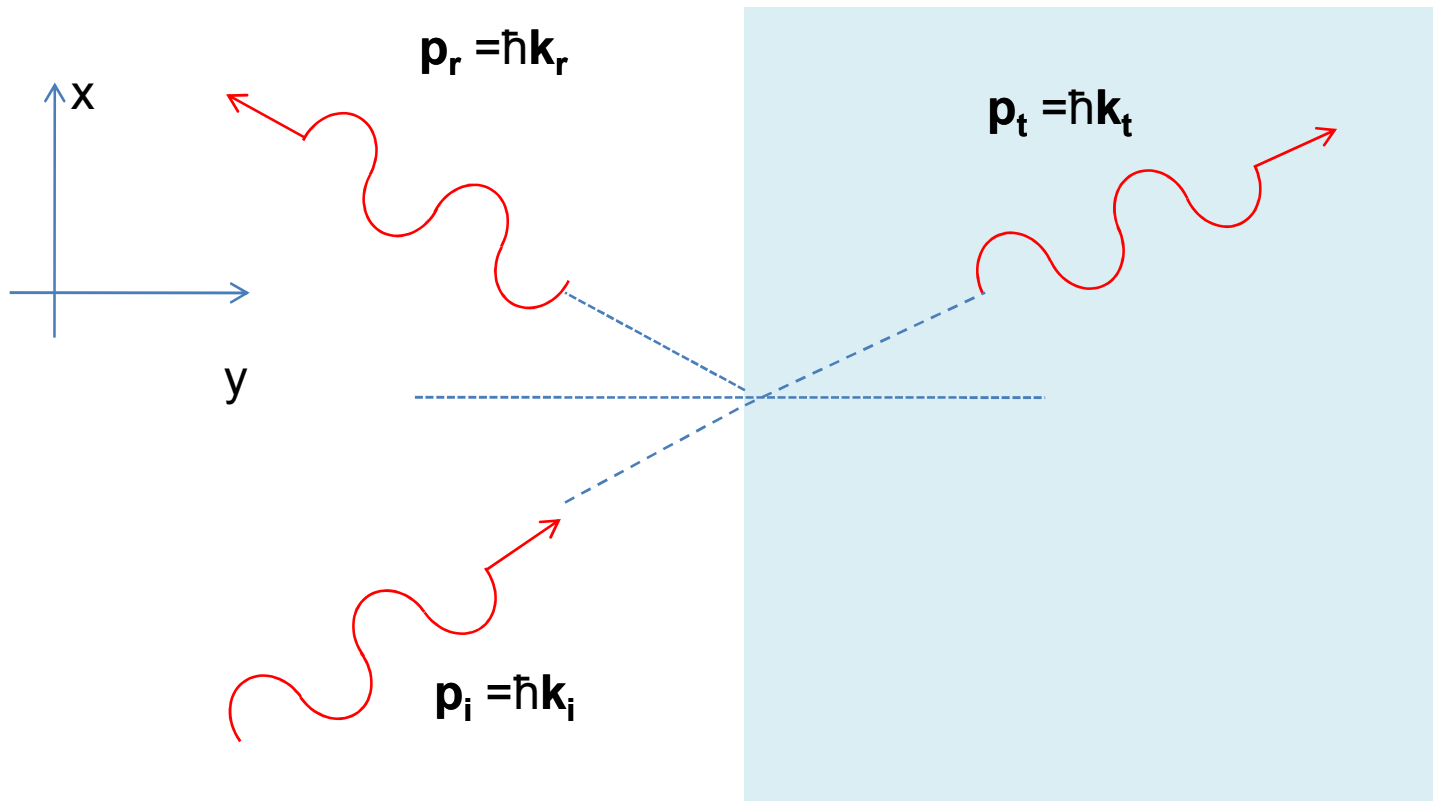
Elétrons e íons positivos livres no interior de um metal podem constituir um plasma cuja densidade varia com uma frequência natural de plasma.

Abaixo da frequência de plasma, o índice é complexo e a onda transmitida se atenua exponencialmente. Para altas frequências (raios X), n é real, a absorção pequena e o condutor é transparente.

As viseiras dos capacetes dos astronautas são cobertas por uma fina camada de ouro que reflete grande parte da luz.



Fótons e as leis da reflexão e refração



A conservação da componente paralela à superfície traduz-se, por

$$p_{ix} = p_{tx}$$

$$p_i \operatorname{sen} \theta_i = p_t \operatorname{sen} \theta_t$$

$$k_i \operatorname{sen} \theta_i = k_t \operatorname{sen} \theta_t$$

$$\lambda_i^{-1} \operatorname{sen} \theta_i = \lambda_t^{-1} \operatorname{sen} \theta_t$$

$$n_i \operatorname{sen} \theta_i = n_t \operatorname{sen} \theta_t$$

Para a reflexão

$$k_i \operatorname{sen} \theta_i = k_r \operatorname{sen} \theta_r, \text{ como } \lambda_i^{-1} = \lambda_r^{-1}, \text{ então}$$

$$\theta_i = \theta_r$$

Note que

$$n_{ti} = p_t / p_i$$

Então se $n_{ti} > 1 \rightarrow p_t > p_i$ aumenta o momento!

Mas a velocidade $v_{ti} = c/n_{ti}$ diminui!

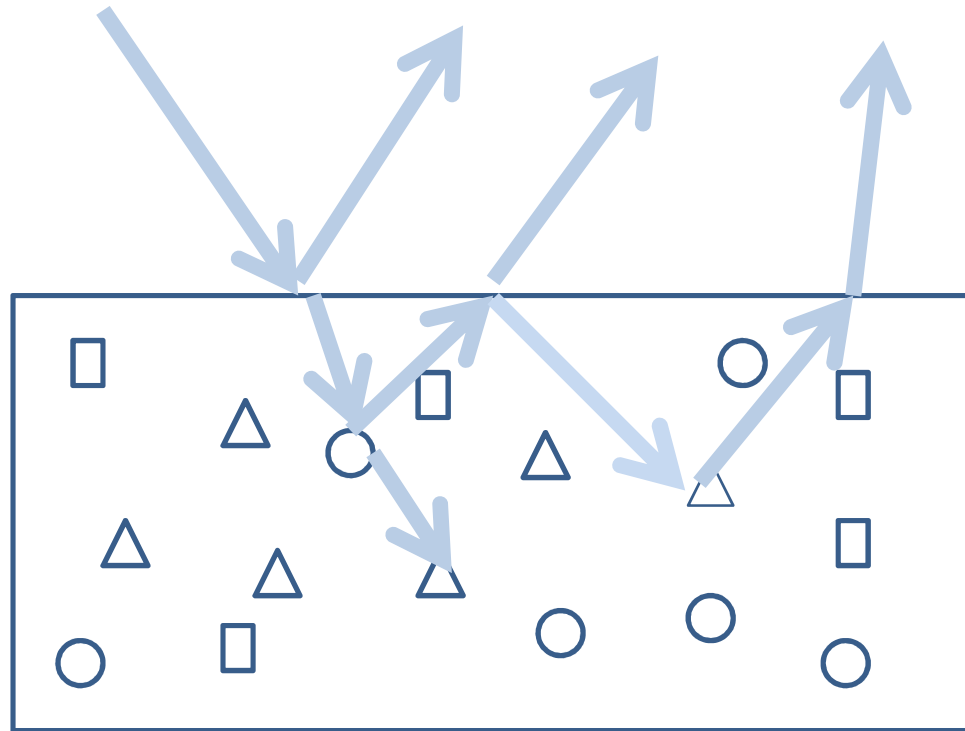
Aspectos familiares da interação da luz com a matéria

I see skies of blue and clouds of white
The bright blessed day,
the dark sacred night
And I think to myself, what a wonderful
world

Um objeto difusor altamente refletor para qualquer frequência, parece branco quando iluminado por luz branca.

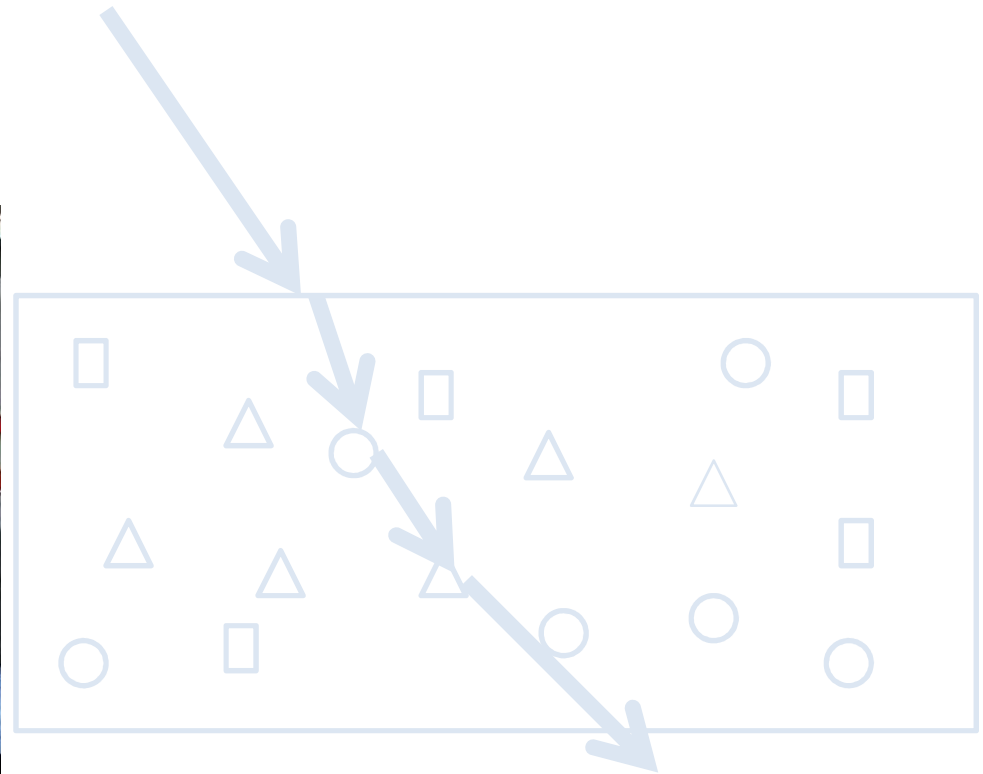


Apesar da água ser essencialmente transparente, o vapor d'água aparece esbranquiçado, assim como o vidro não polido.

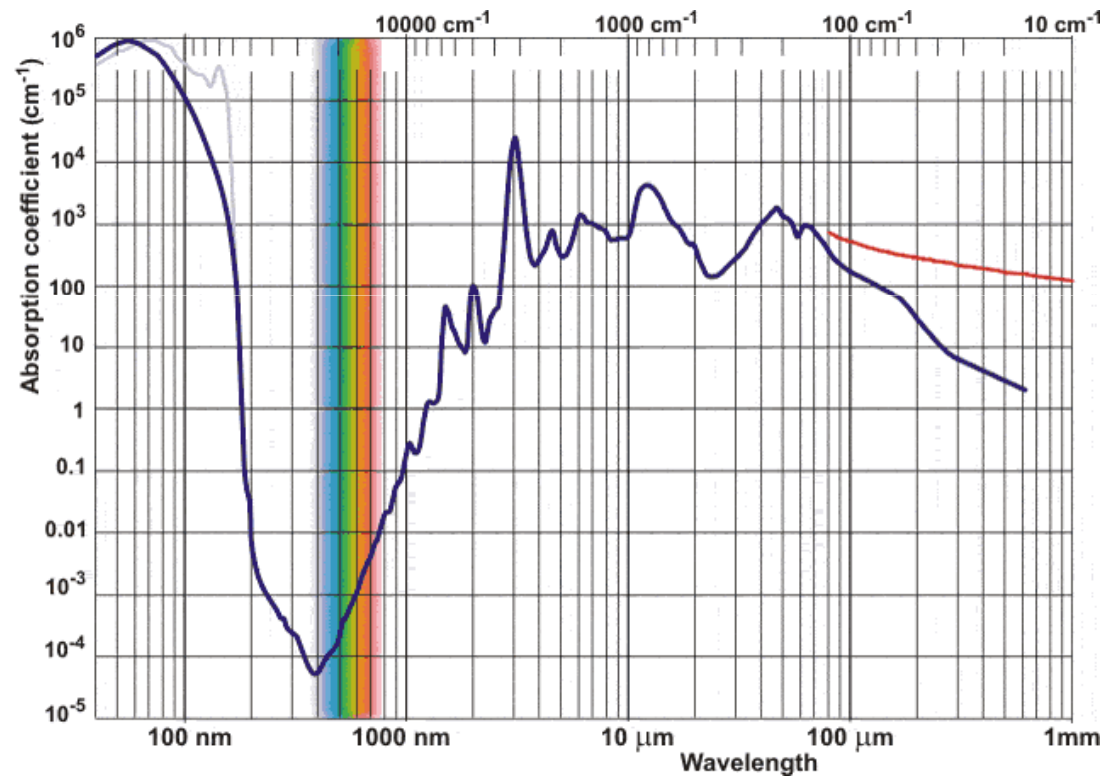
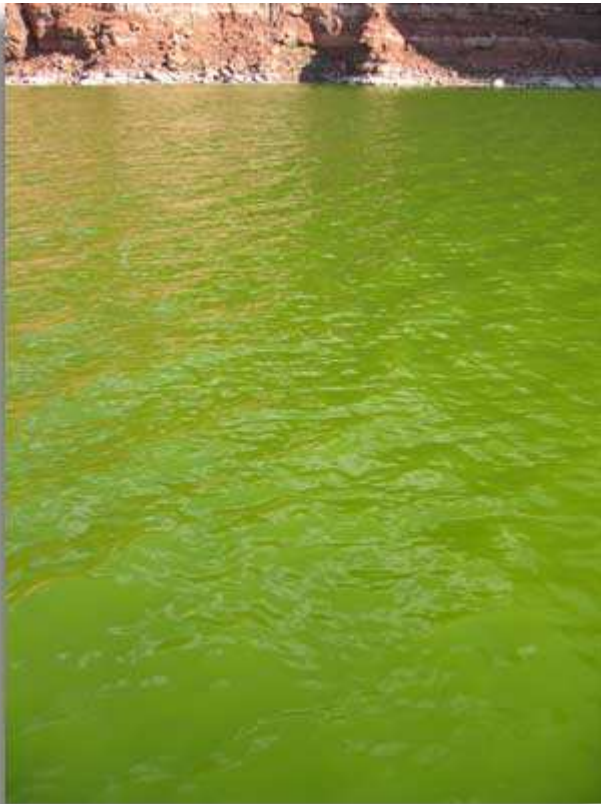


Se o tamanho do grão, embora pequeno, for bastante maior do que os comprimentos de onda envolvidos, a luz penetra em cada uma das partículas transparentes e é refletida e refratada várias vezes antes de emergir. Não há distinção entre qualquer das frequências componentes e, portanto, a luz que chega ao observado é branca (açúcar, sal, papel, nuvens, pó de talco, neve, tinta, clara de ovo batida, plástico amarfanhado...)

Segundo a mesma lógica, mas em sentido inverso, reduzindo o índice relativo, nos limites dos grãos ou fibras, as partículas do meio refletem menos, fazendo diminuir a brancura global do objeto. Conseqüentemente, um tecido molhado tem uma aparência mais acinzentada e mais transparente.



As cores características da maior parte das substâncias têm origem na **absorção seletiva**. A água, tem uma tonalidade ligeiramente azul-esverdeada devido à absorção de luz vermelha, isto é, as moléculas têm uma grande zona de absorção no infravermelho, que se estende um pouco ao visível.



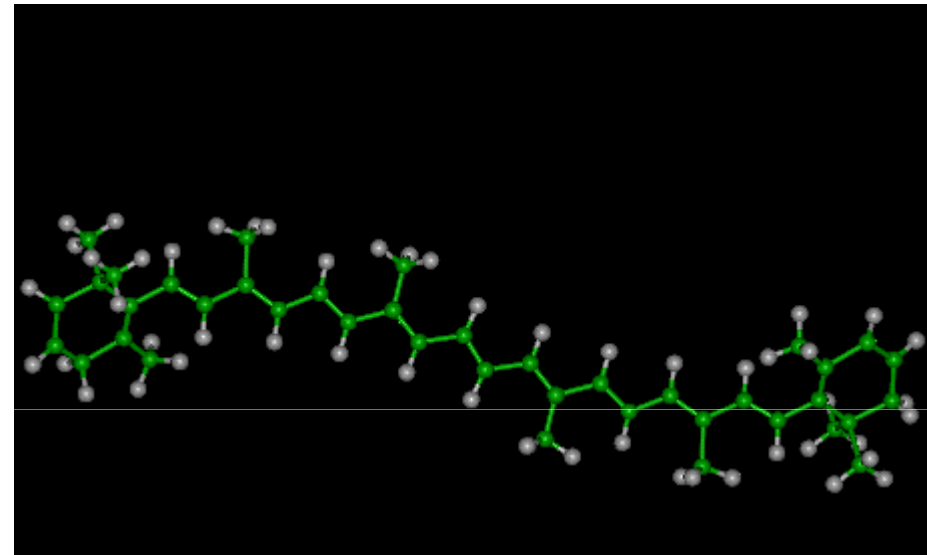
Exemplos de absorção seletiva:



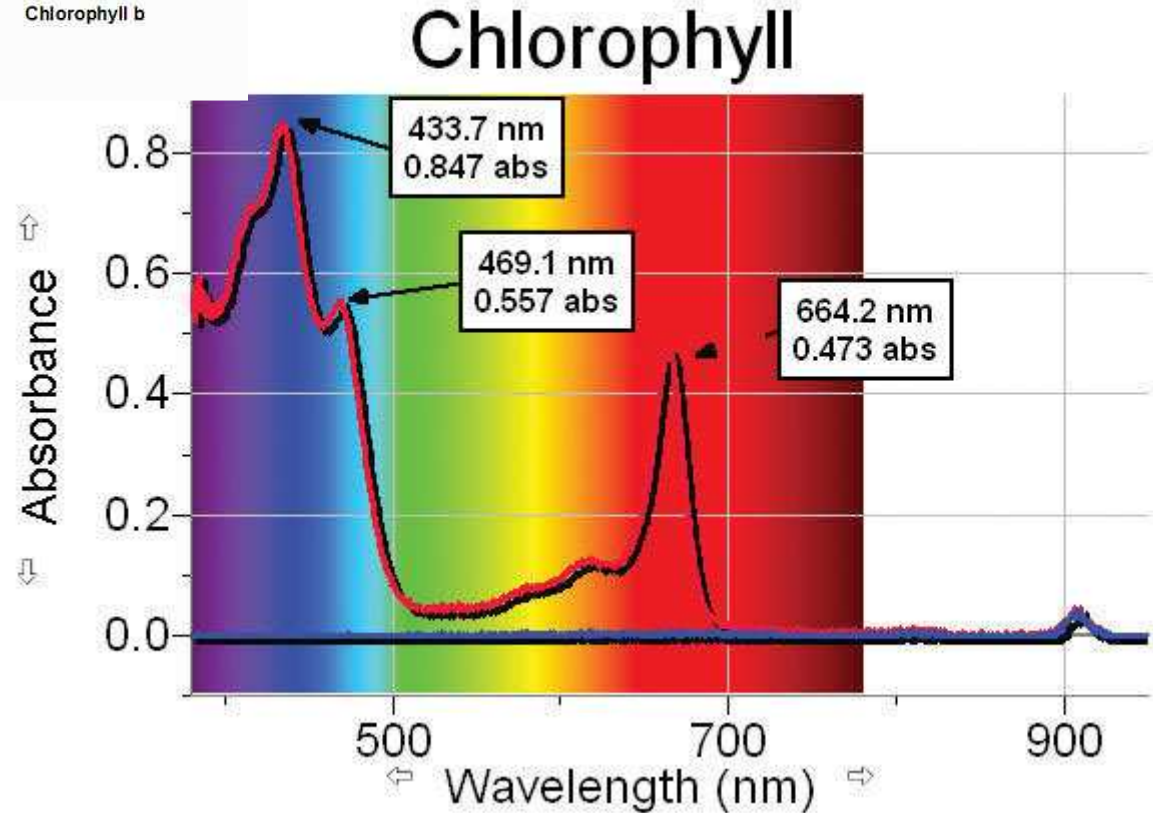
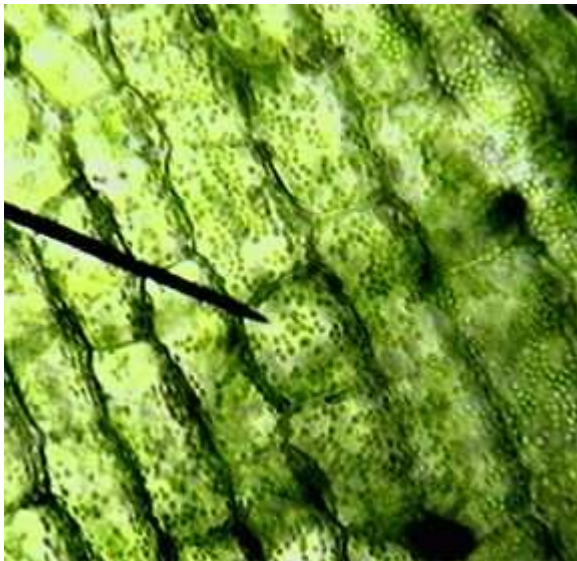
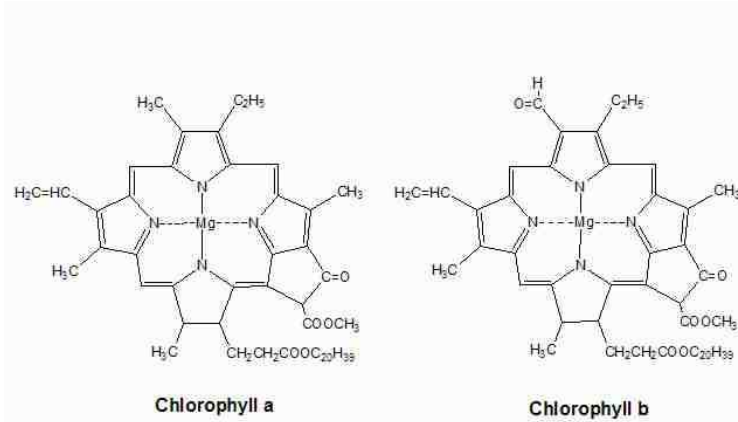
As moléculas dos pigmentos cromáticos têm ressonâncias no visível (de 1,6 a 3,2 eV)

Todas as substâncias, quer naturais, quer sintéticas, possuem longas cadeias de moléculas constituídas por ligações alternadamente simples e duplas como a molécula do caroteno ($C_{40}H_{56}$)

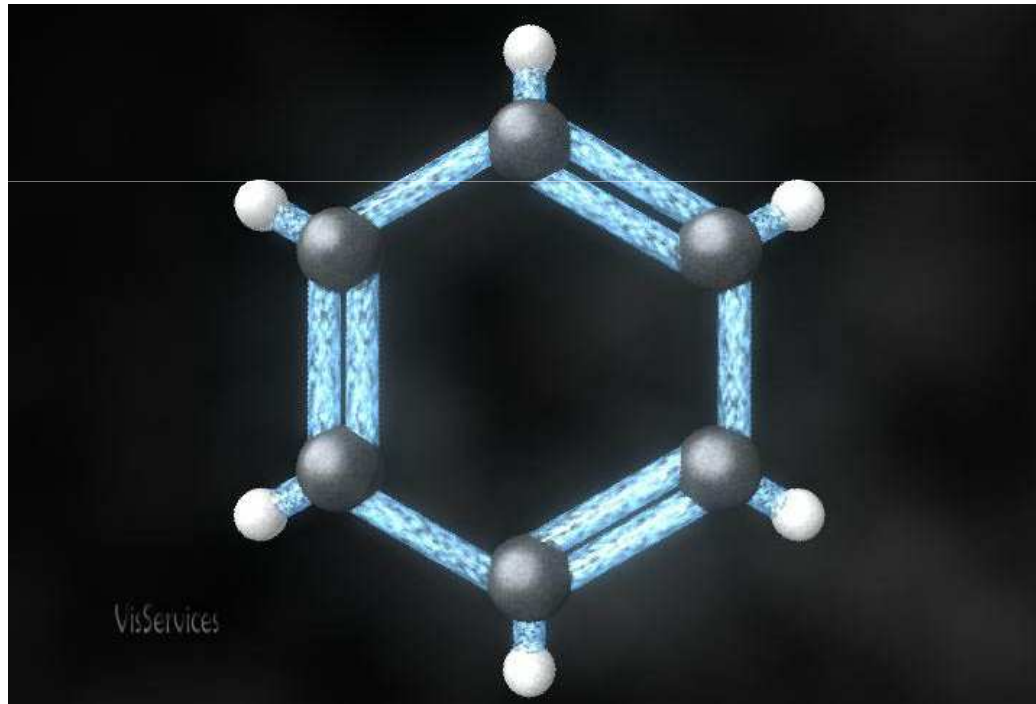
Os carotenóides têm cores que variam desde o amarelo ao vermelho .



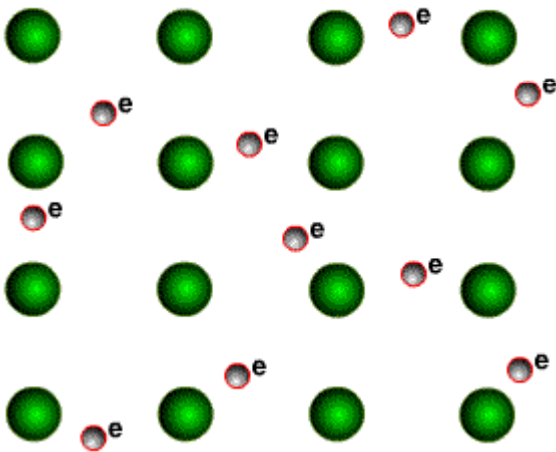
As clorofilas constituem outro grupo de pigmentos naturais familiares, mas nestes uma parte da longa cadeia fecha-se em anel.



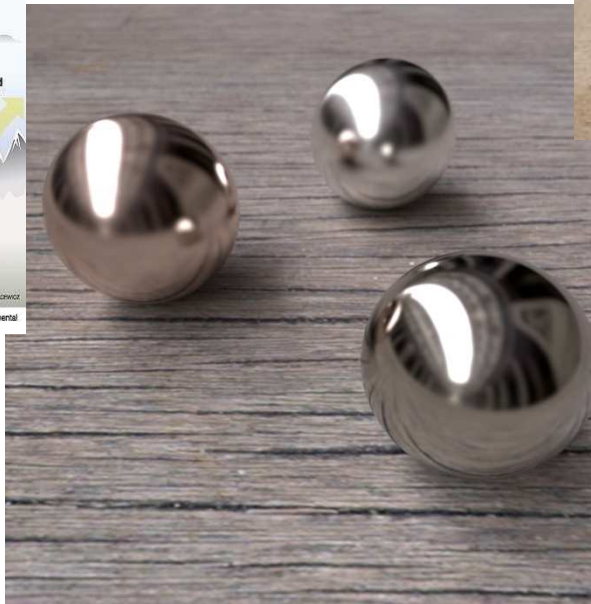
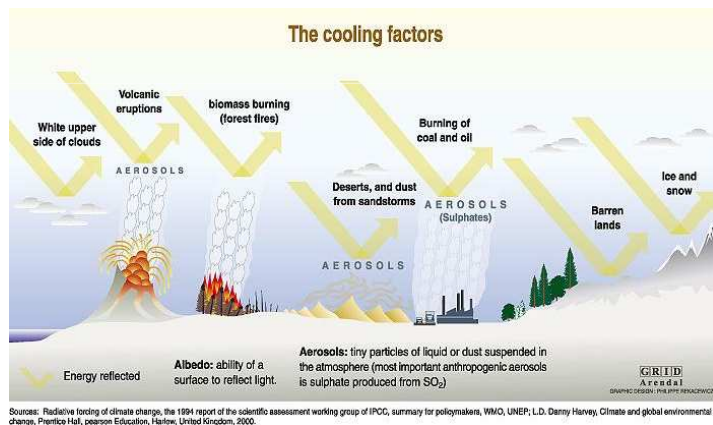
Os carotenóides, como as clorofilas, contêm um número de elétrons particularmente móveis conhecidos como **elétrons pi**: não estão ligados a nenhum átomo em particular e podem circular ao longo da cadeia ou anel molecular. Na terminologia da mecânica quântica, fala-se de estados de grande comprimento de onda, baixa frequência e, portanto, de baixa energia (1,6 -3,2 eV- no visível)



Os metais contêm elétrons livres que dispersam a luz com eficiência independentemente da frequência: não estão ligados aos átomos e não têm ressonâncias associadas. As amplitudes das vibrações são uma ordem de grandeza superiores às dos elétrons ligados. A luz incidente não pode penetrar no metal mais do que uma fração do seu comprimento de onda sem ser totalmente extinta.



Uma superfície difusora que absorva uniformemente ao longo de todo o espectro, reflete um pouco menos que uma superfície branca, parecendo acinzentada. Quanto menos refletir, menos intenso será o cinzento; quando a absorção for quase total a superfície parece preta. Uma superfície que reflita 70-80 %, ou mais, tem o aspecto cinzento metálico familiar típico dos metais.



Note que a diferença entre uma superfície cinzenta e uma espelhada é que na primeira a reflexão é difusa e na segunda é especular.

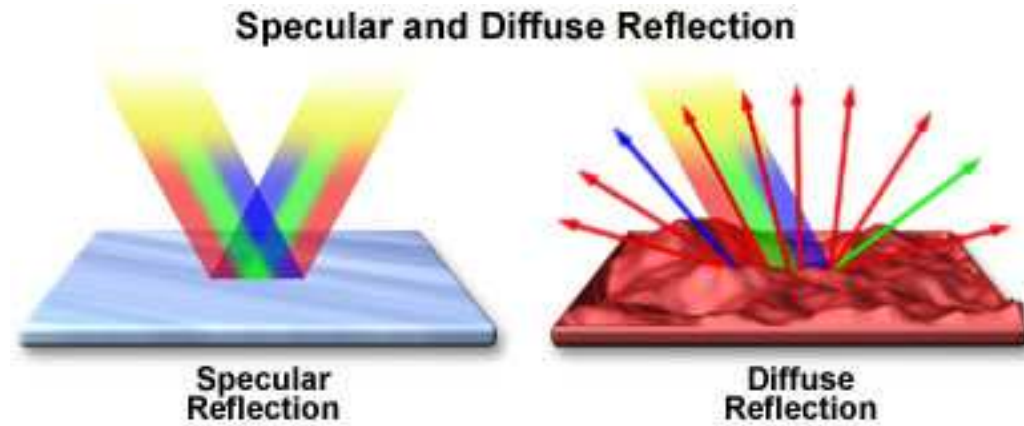


Figure 1



Um artista representa uma superfície metálica “branca” polida, de prata ou de alumínio, por exemplo, utilizando a reflexão de objetos próximos

Hand with Reflectioning Sphere por M. C. Escher

O mecanismo responsável pela tonalidade vermelho-amarelo do ouro e do cobre é, nalguns aspectos, semelhante ao processo que dá origem ao azul do céu (reflexão seletiva).



No início do século XIX Thomas Young mostrou que as cores visíveis podem ser produzidas sobrepondo três feixes de luz com frequências bastante diferentes. Quando três destes feixes produzem luz branca, por sobreposição, constituem um conjunto de **cores primárias**.

Não existe um conjunto único de cores primárias.

As mais frequentes são o vermelho (R) , o verde (G) e o azul (B)

$$R + G + B = W \quad (1)$$

$$R + B = M \text{ (magenta)} \quad (2)$$

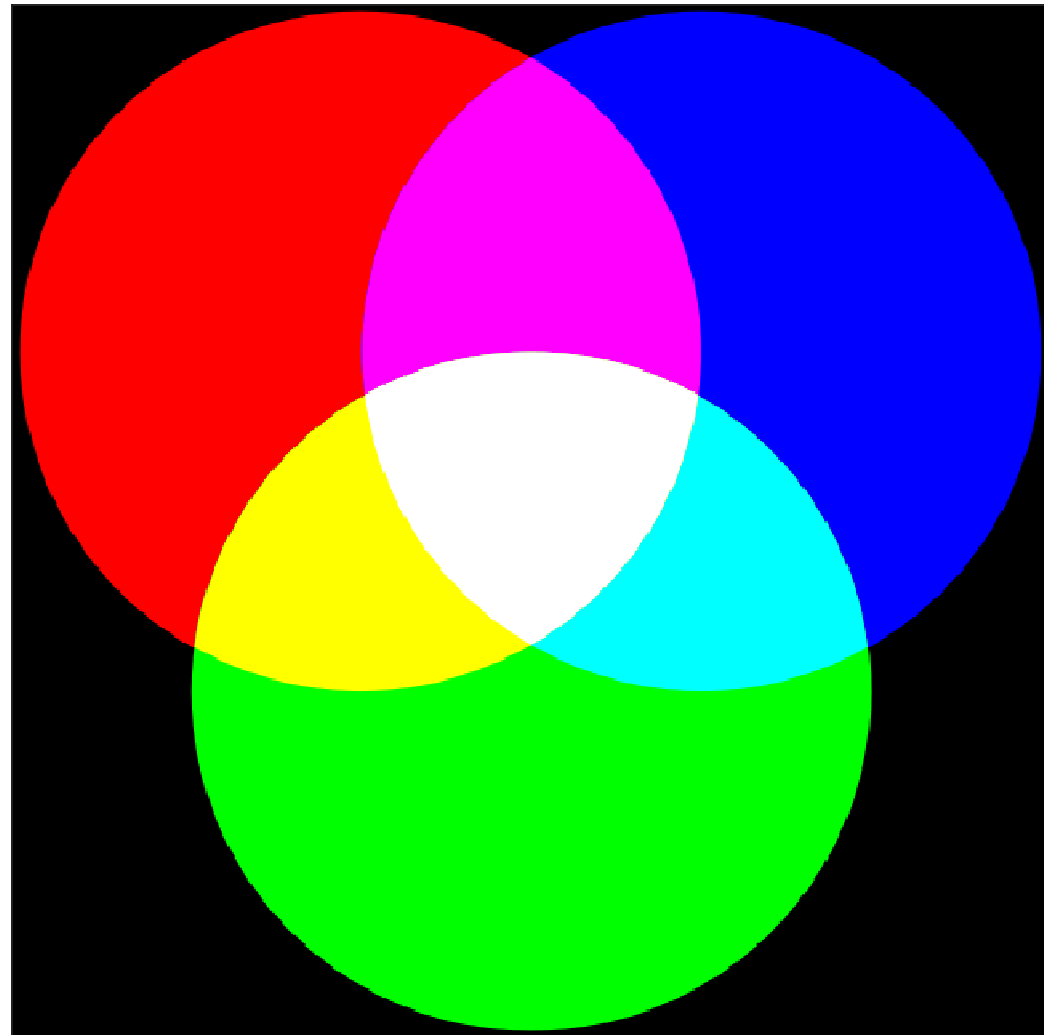
$$B + G = C \text{ (ciano)} \quad (3)$$

$$R + G = Y \text{ (amarelo)} \quad (4)$$

$$G + M = W \quad (1) \text{ e } (2)$$

$$C + R = W \quad (1) \text{ e } (3)$$

$$Y + B = W \quad (1) \text{ e } (4)$$

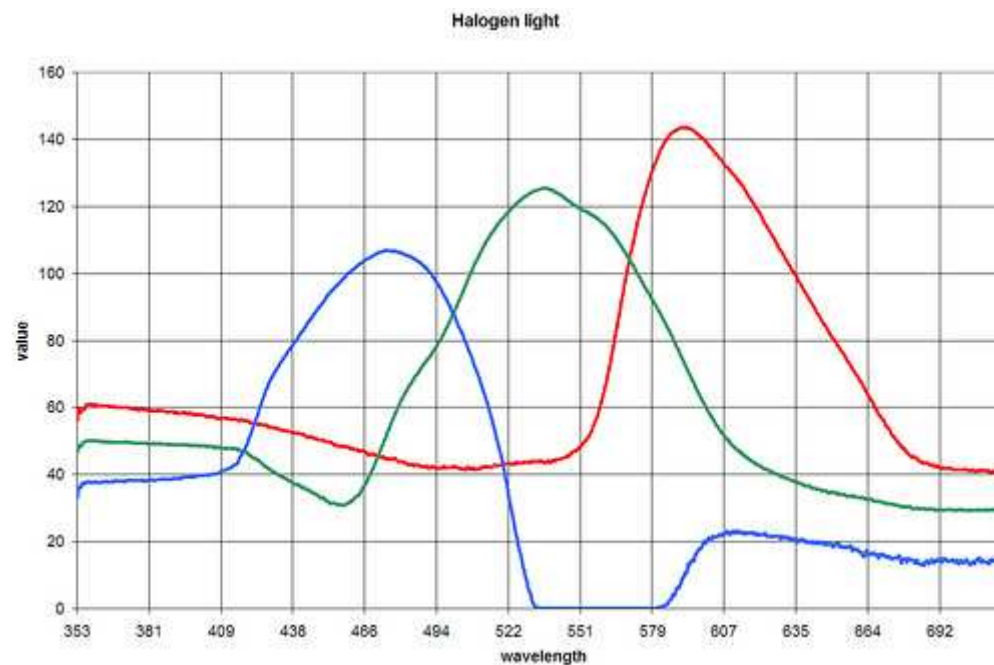


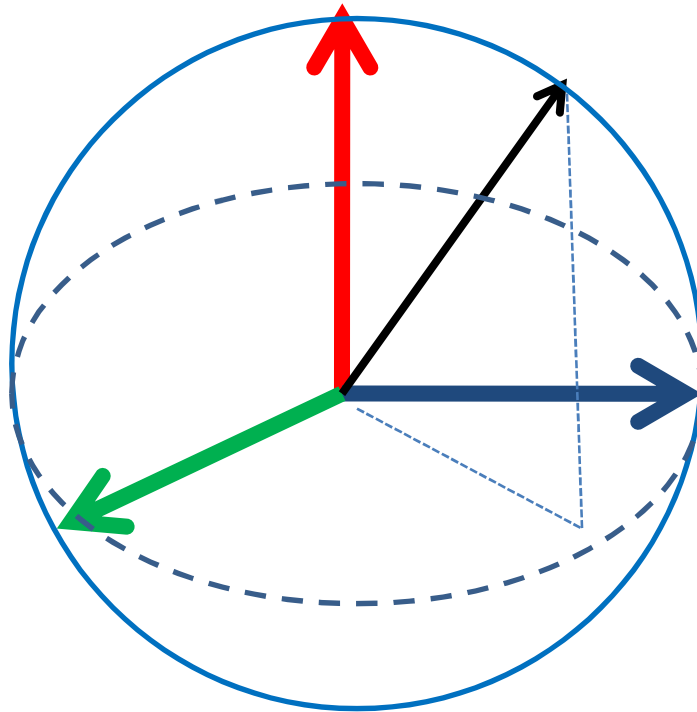
Duas cores dizem-se **complementares** quando por sobreposição, permitem obter o branco.

Sobrepondo magenta e amarelo:

$$M + Y = (R+B) + (R+G) = W + R$$

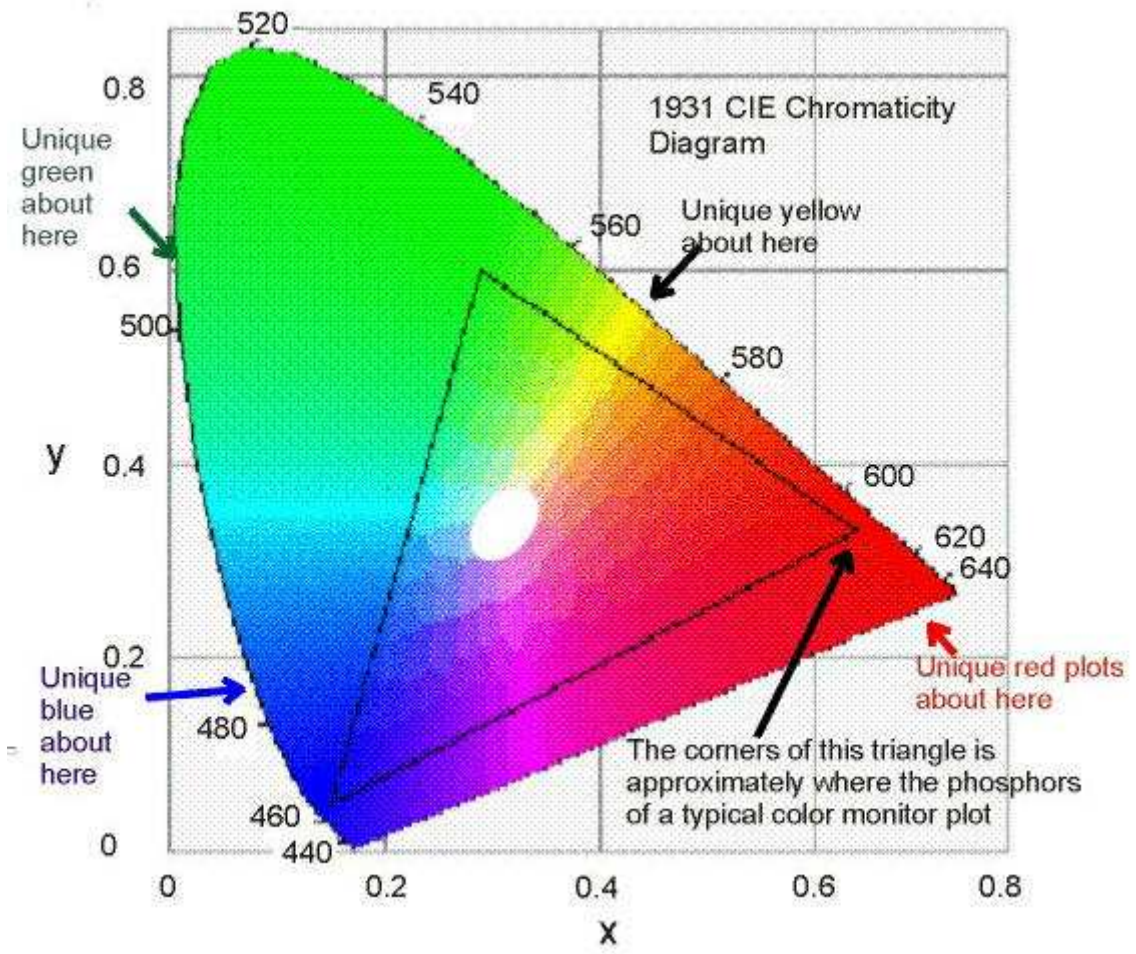
Uma cor diz-se **saturada** quando não contém nenhuma quantidade de branco.



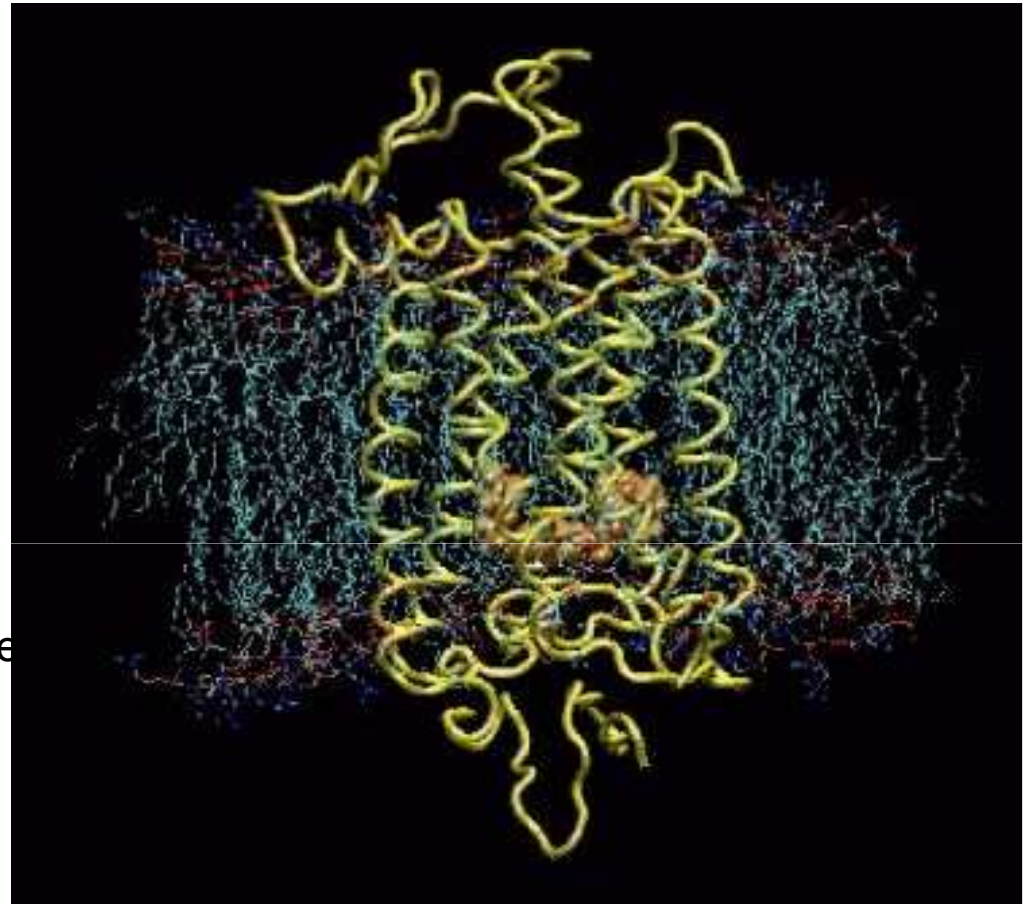


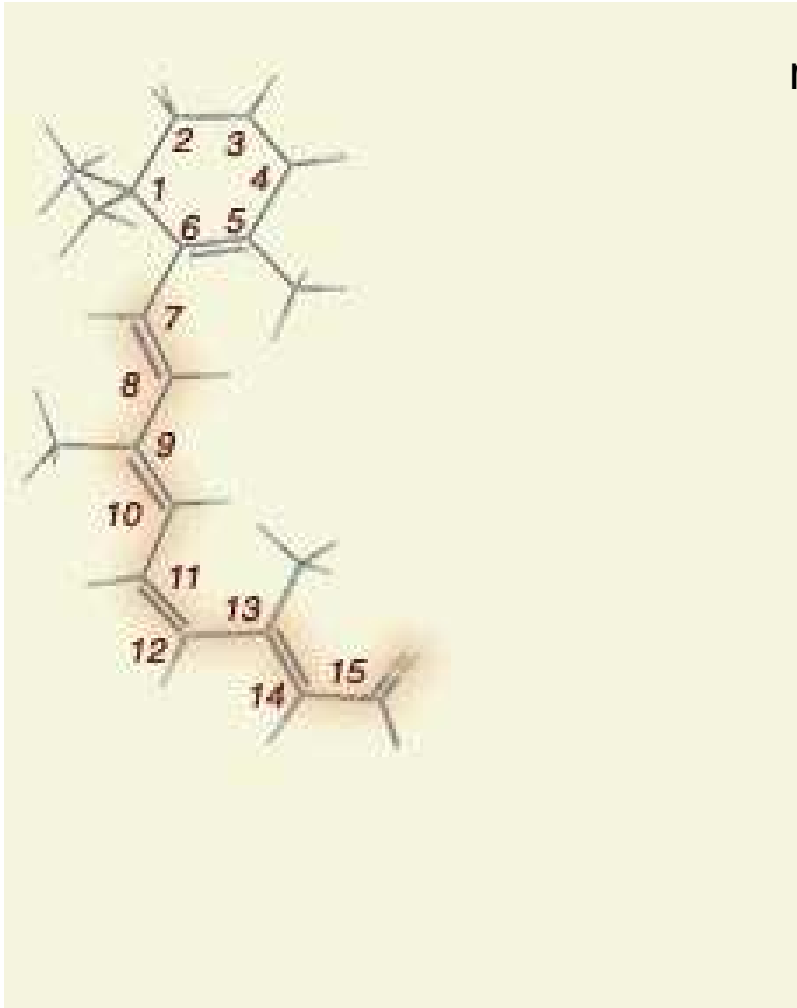
$$X = aR + bG + cB$$

por definição $aR + bG + cB = 1$; portanto bastam dois quaisquer desses coeficientes para definir uma côr.



Model of rhodopsin protein from a cow. The rhodopsin (yellow) is embedded in the membrane of the rod cell. Retinal is shown in orange. When light enters the eye, photons cause the retinene to rearrange, switching from 11-cis-retinal to 11-trans-retinal (isomerization). When this happens, the straight end of the retinene breaks loose from the opsin, and the rhodopsin opens a portal in the nerve for a fraction of a second, and a nerve pulse is initiated. Moments later, the portal closes, as the retinene transforms back to the cis form, reattaching to an opsin to regenerate the pigment.





retineno