



INSTITUTO DE FÍSICA

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Pós-Graduação

Mestrado Profissional em Ensino de Física

Aula 6

Ótica geométrica (complementos)

Referência: E. Hecht, óptica, Fundação Calouste Gulbekian, segunda edição portuguesa (2002);

Óptica moderna – Fundamentos e Aplicações S. C. Zílio (e-book)

-Desenho e Fabricação Óptica – S. C. Zílio (e-book)

-Internet

-Artigos RBEF, The Physics Teacher, Physics Education, American Journal of Physics, European Journal of Physics, etc...

A aproximação de lente fina é sempre válida em experimentos para determinação de distâncias focais?

(Is the thin-lens approximation always valid in experiments for focal distance determination?)

N. Carlin¹, E.M. Szanto¹, F.O. Jorge¹, F.A. Souza¹, I.H. Bechtold² e W.A. Seale¹

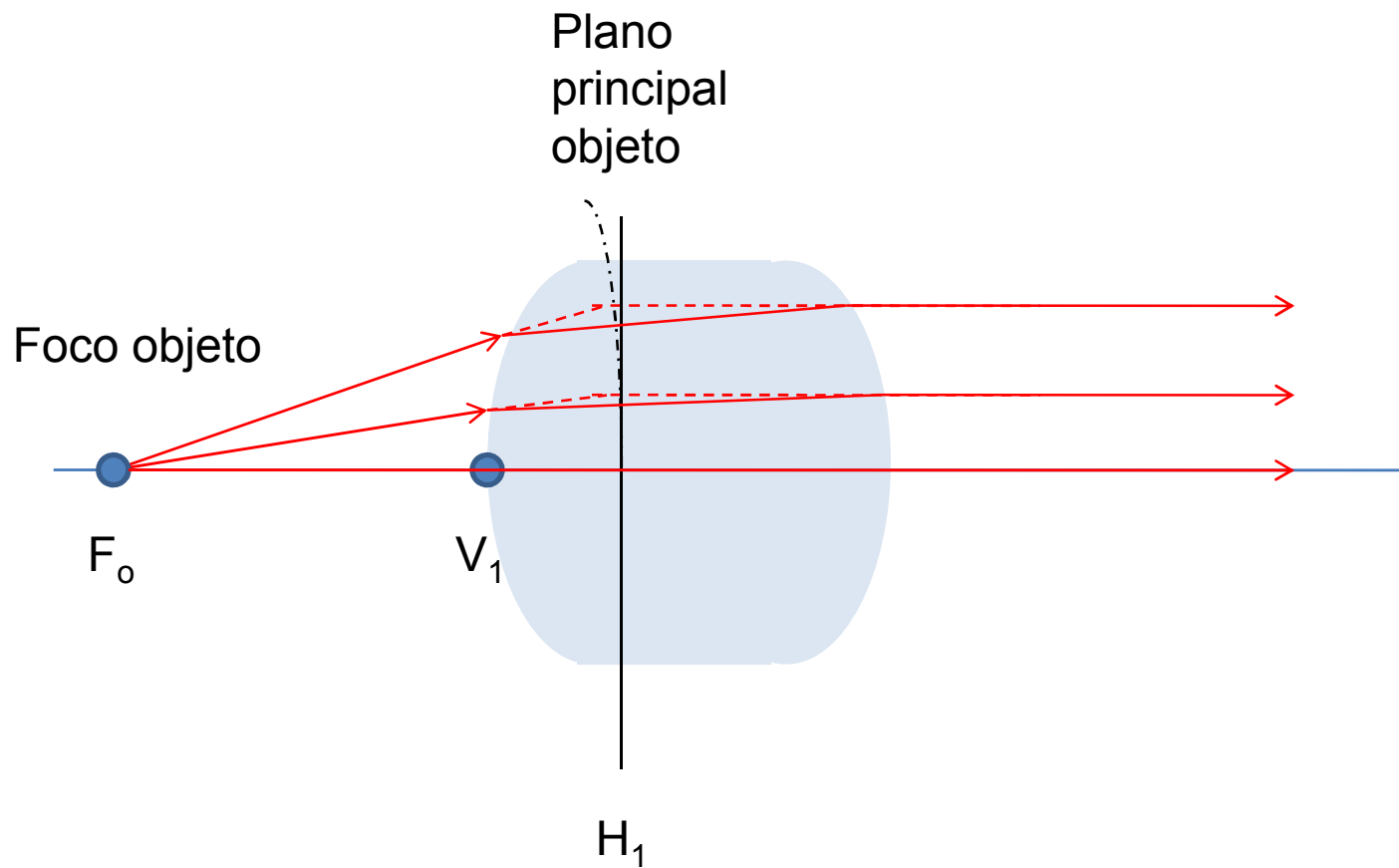
Na aula anterior estudamos a teoria paraxial aplicada a sistemas de lentes esféricas e delgadas. Duas aproximações foram realizadas:

1- todas as lentes eram delgadas;

2- A teoria de primeira ordem era suficiente para a sua análise;

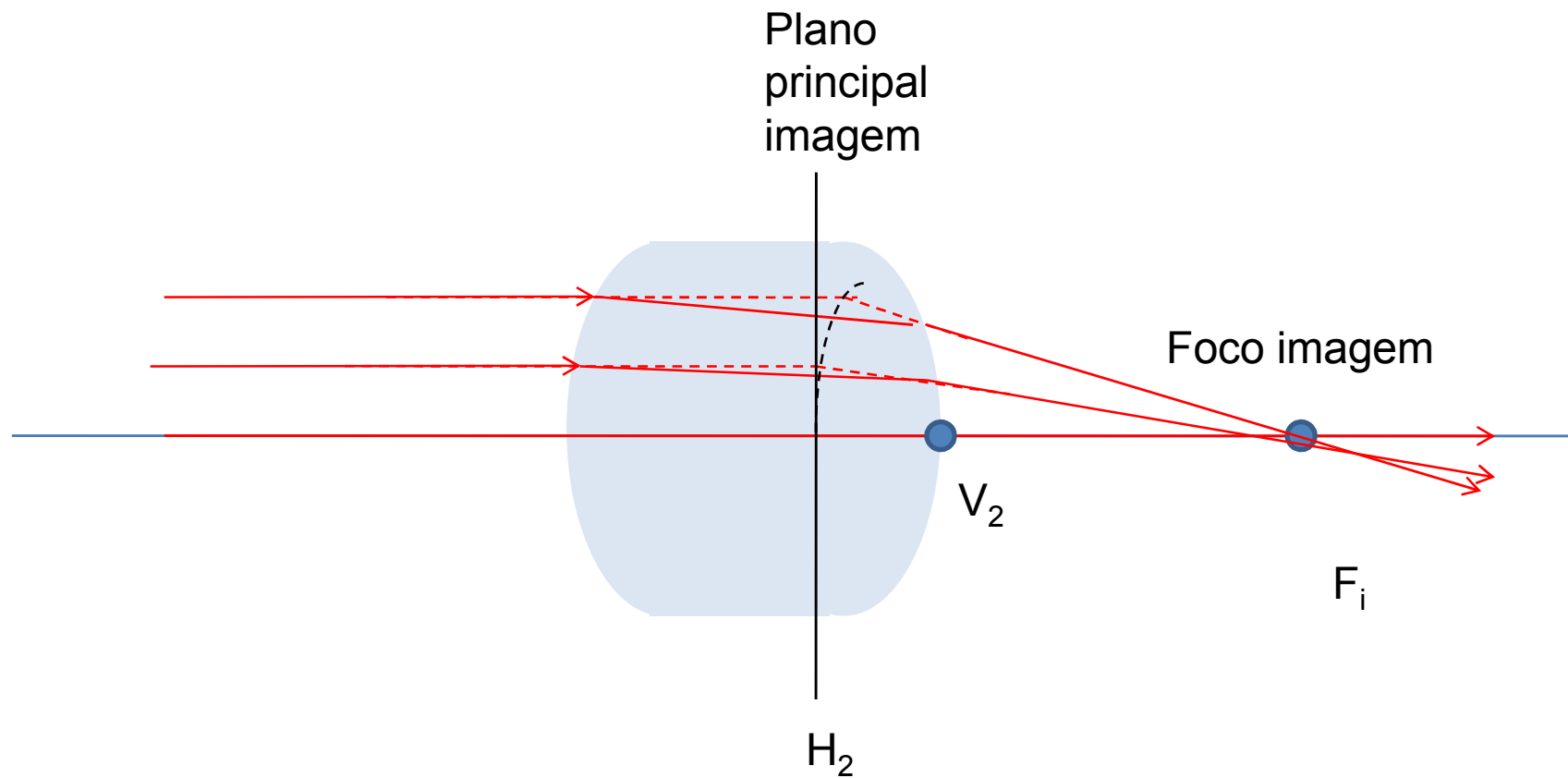
Sistemas óticos reais que exigem precisão, no entanto, não são compatíveis com estes pressupostos.

LENTES ESPESSAS



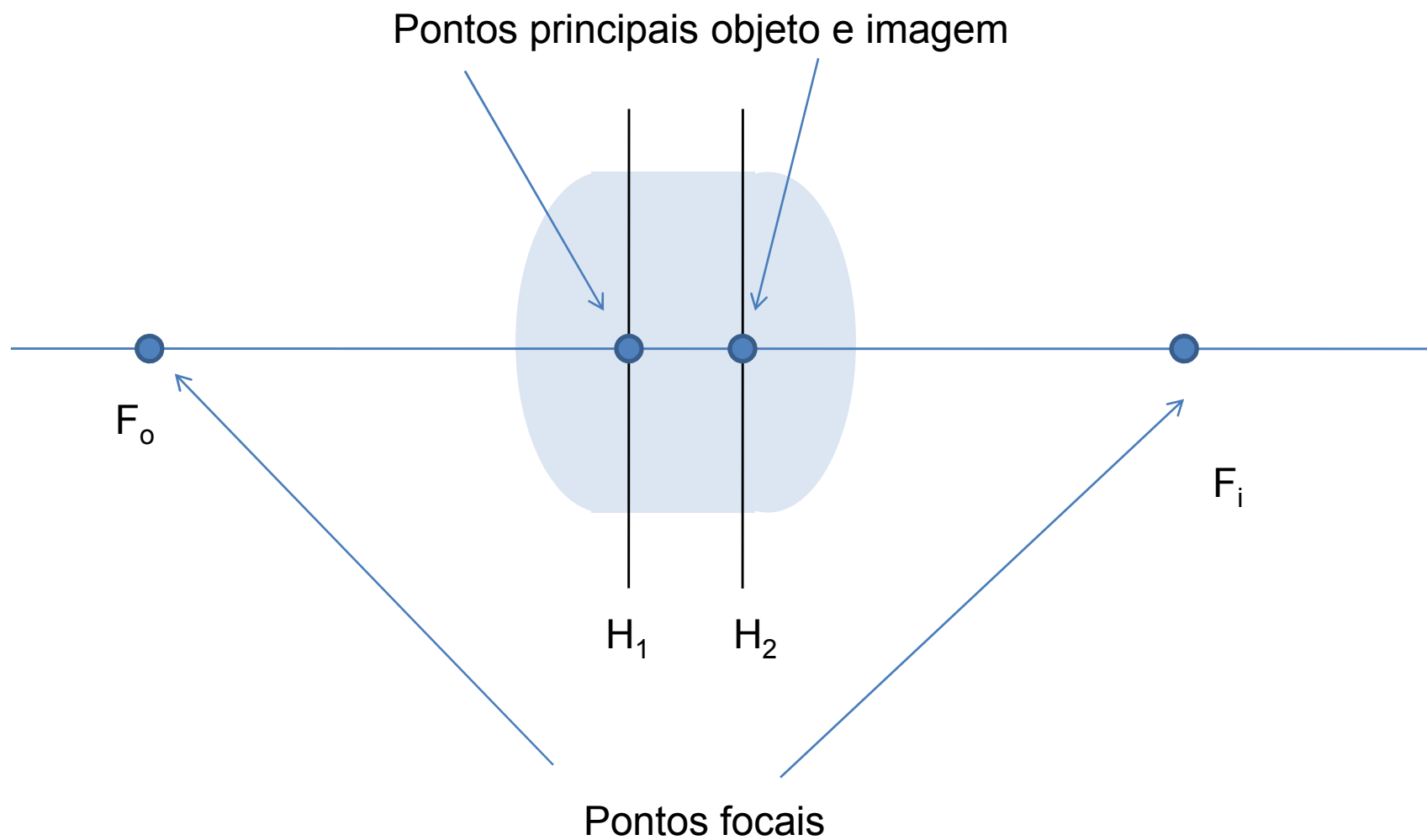
Veremos que uma lente espessa pode ser encarada como um conjunto de lentes delgadas

LENTES ESPESSAS

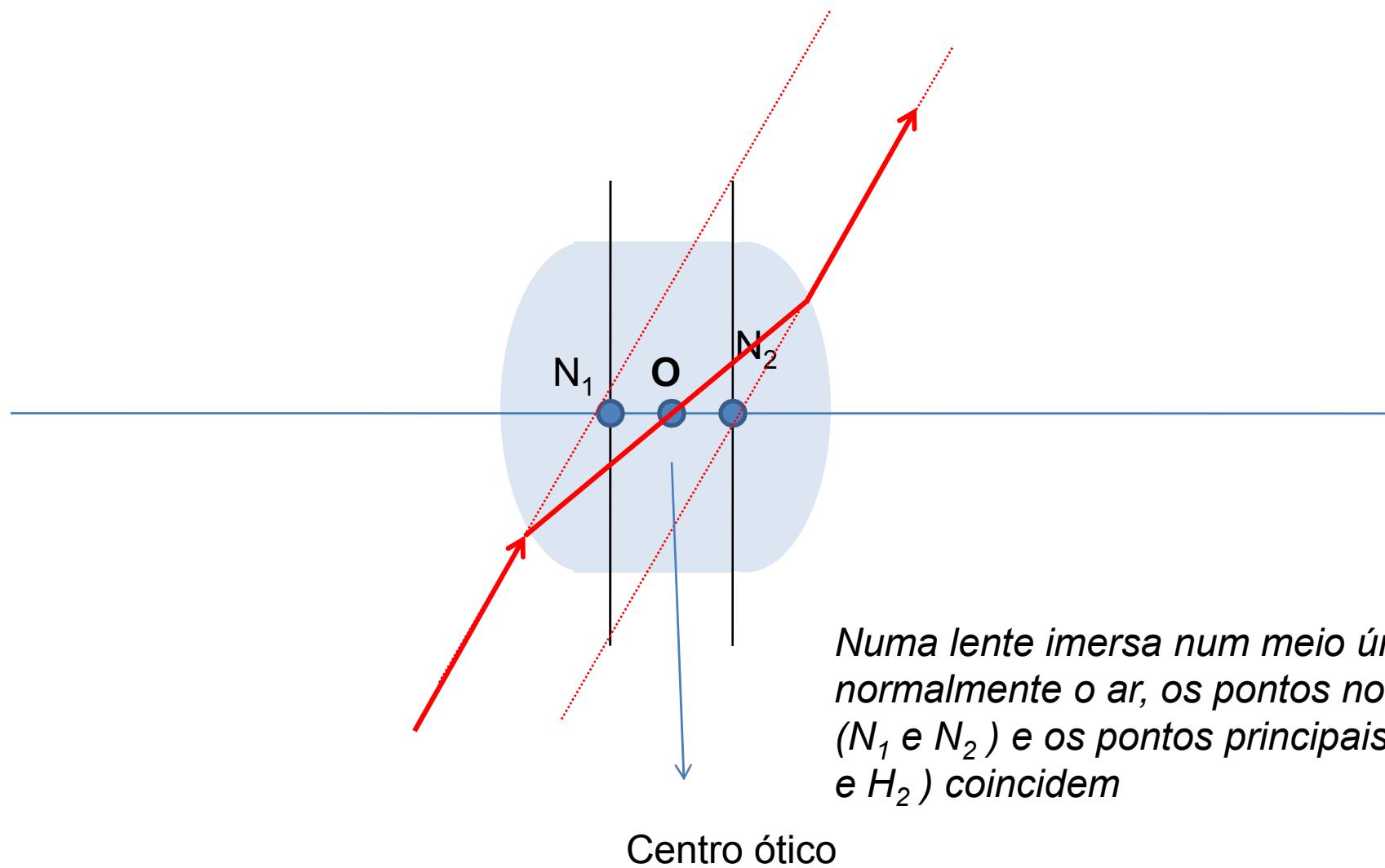


Veremos que uma lente espessa pode ser encarada como um conjunto de lentes delgadas

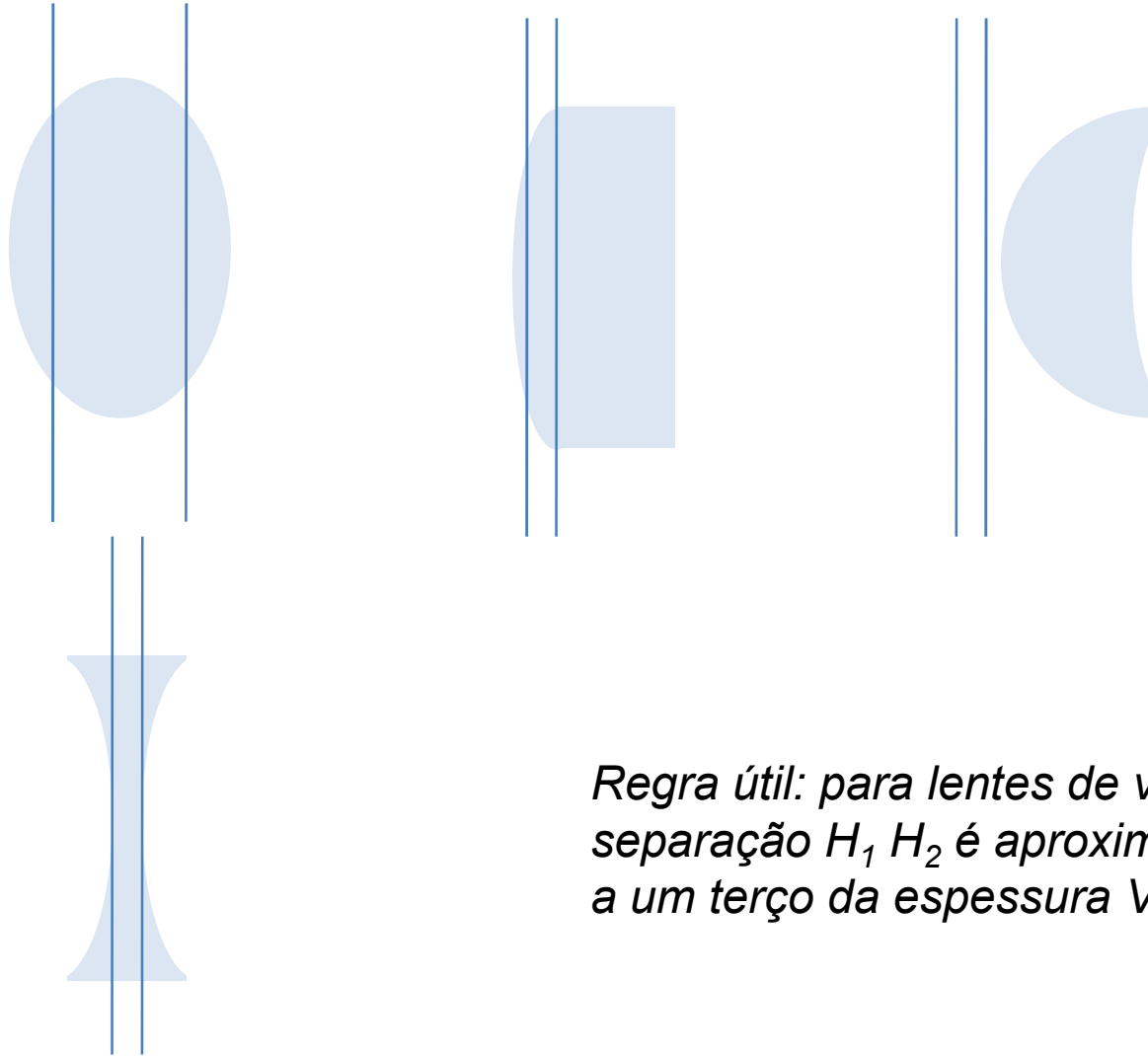
OS SEIS PONTOS CARDINAIS (2 focais, 2 principais e 2 nodais)



PONTOS NODAIS



Nas lentes simétricas, os planos principais se distribuem simetricamente



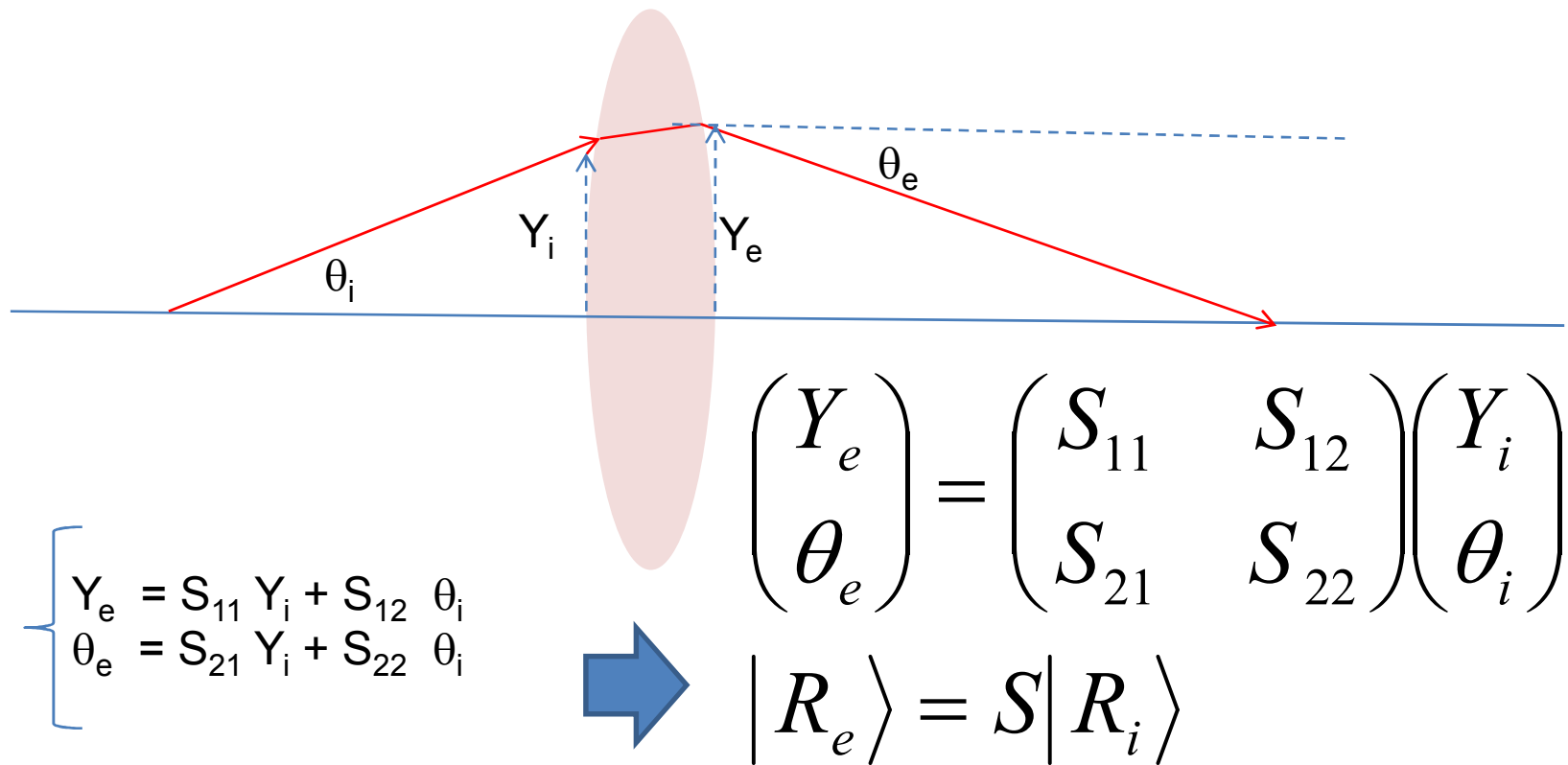
Regra útil: para lentes de vidro no ar, a separação $H_1 H_2$ é aproximadamente igual a um terço da espessura $V_1 V_2$



A lente plástica plana de um retroprojektor pode ser usada para figuras cômicas

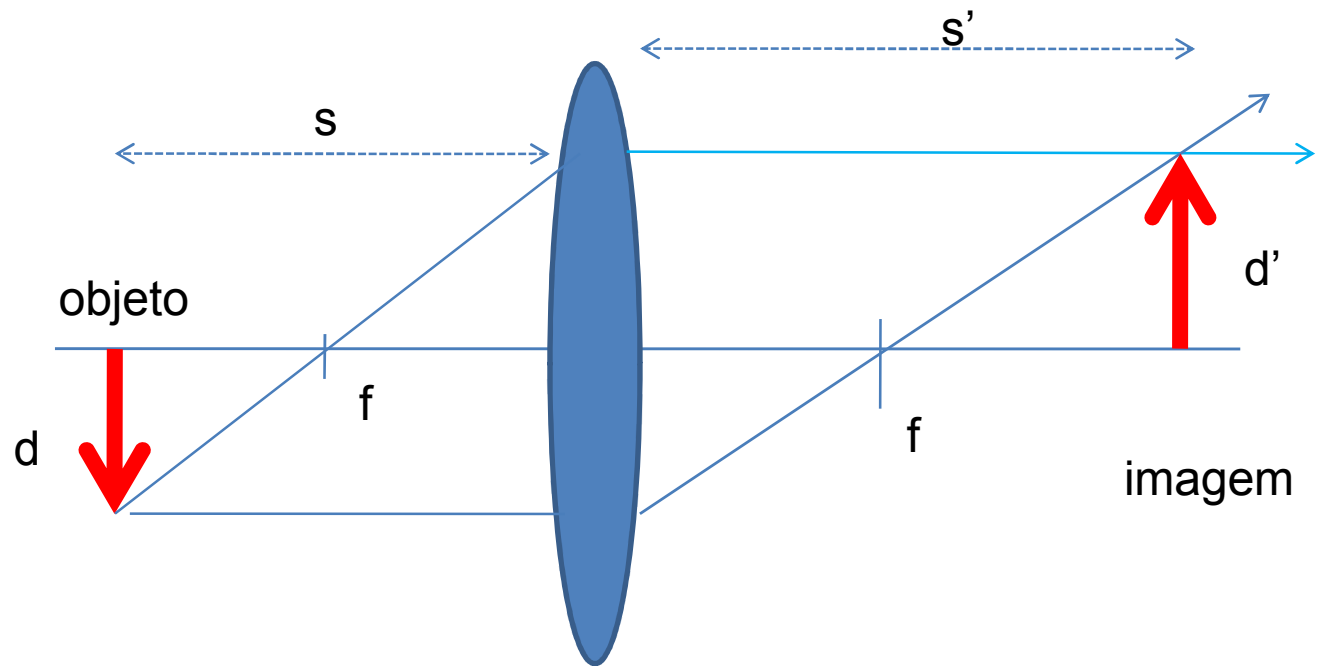
Formulação Matricial

Ideal para descrever sistemas com muitos elementos óticos



$$|R_n\rangle = S_n S_{n-1} \dots S_1 |R_i\rangle$$

Ex. Matriz S para uma lente positiva



Na aproximação paraxial, d e d' são muito menores do que f

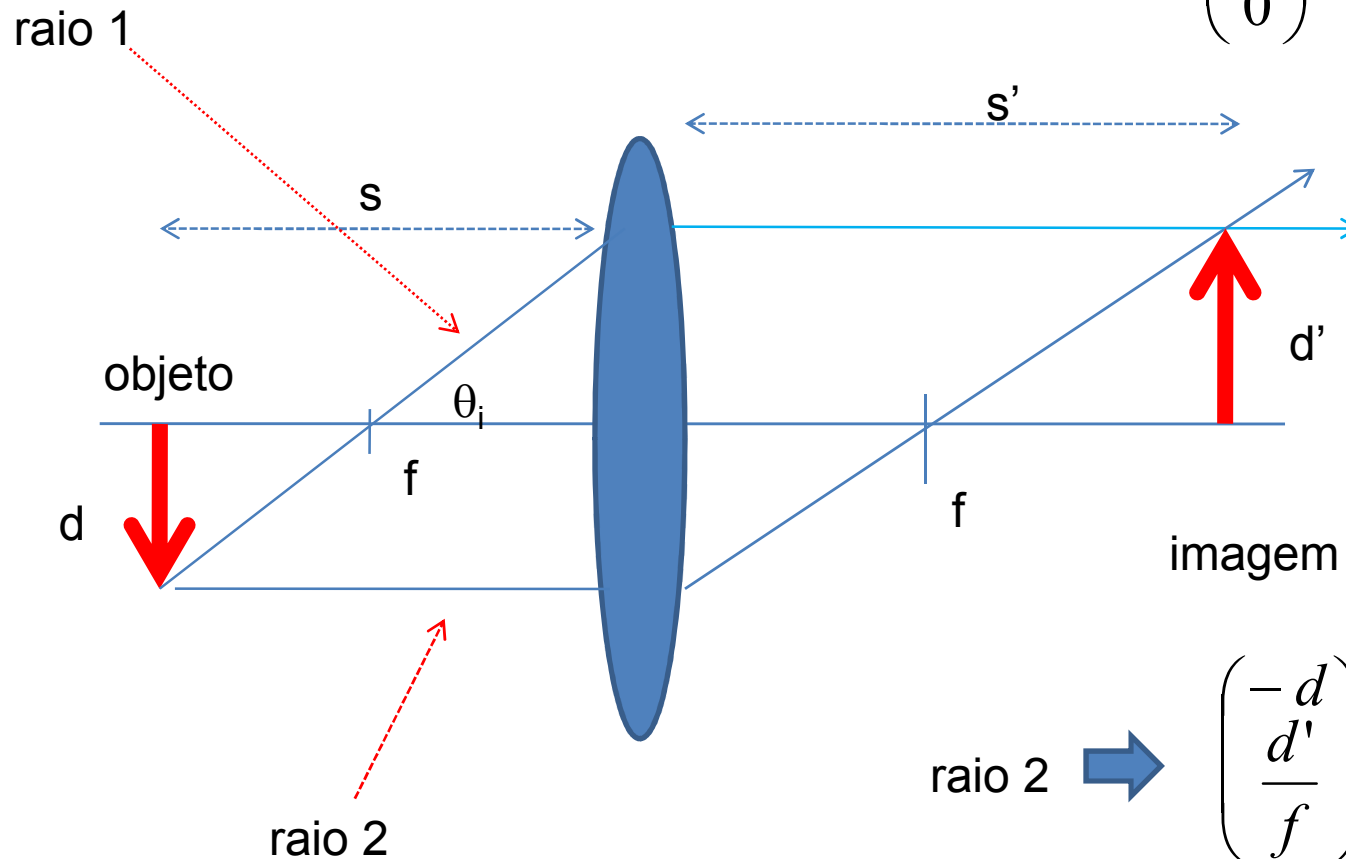
Para o raio 1: $Y_i = Y_e = +d'$, $\theta_i \approx d'/f$, $\theta_e = 0$

Para o raio 2: $Y_i = Y_e = -d$, $\theta_i = 0$, $\theta_e \approx d/f$

$$\begin{pmatrix} Y_e \\ \theta_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_i \\ \theta_i \end{pmatrix}$$

raio 1 →

$$\begin{pmatrix} d' \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{d'}{f} \\ \end{pmatrix}$$



raio 2 →

$$\begin{pmatrix} -d \\ \frac{d'}{f} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -d \\ 0 \end{pmatrix}$$

Temos, então:

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ f & \end{pmatrix}$$

aberrações

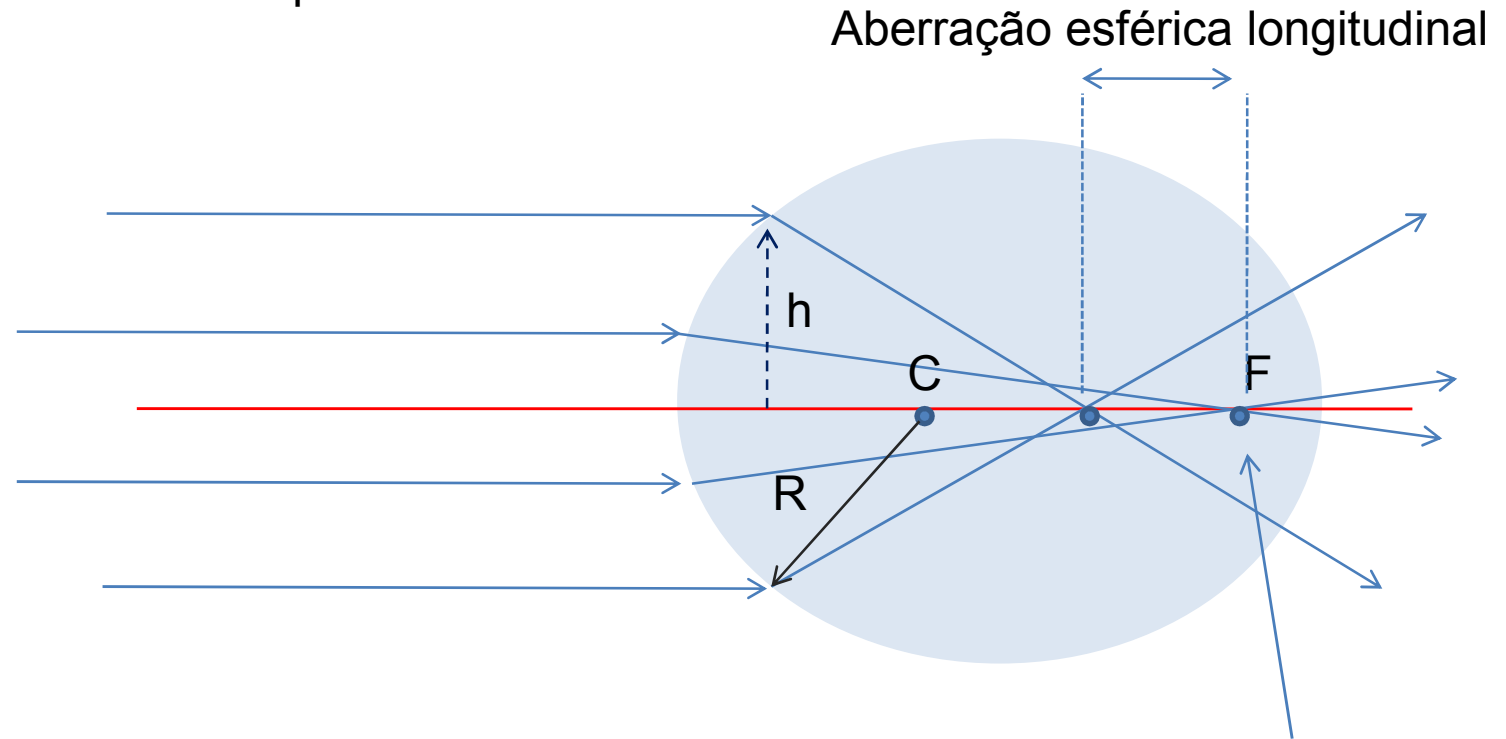
Teoria de terceira ordem

$$\underbrace{\text{sen } \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \dots}_{\text{Paraxial ou primeira ordem}}$$

Paraxial ou
primeira ordem

Os desvios em relação à teoria de primeira ordem dão origem às aberrações primárias.

Aberração esférica: consiste na dependência da distância focal com a abertura para raios não paraxiais.

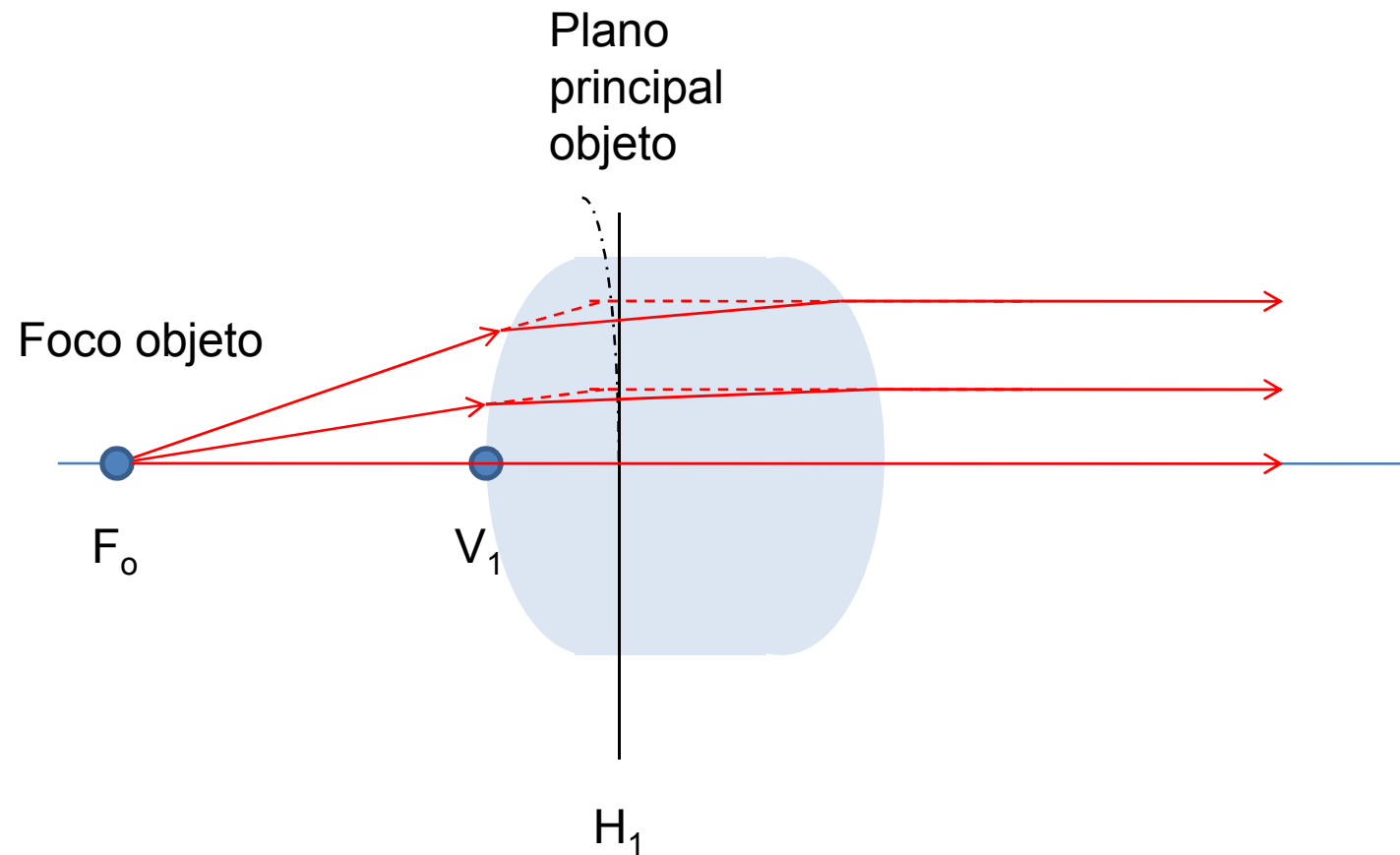


$$\frac{n_1}{s_o} + \frac{n_2}{s_i} = \frac{n_2 - n_1}{R} + h^2 \left[\frac{n_1}{2s_o} \left(\frac{1}{s_o} + \frac{1}{R} \right)^2 + \frac{n_2}{2s_i} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{s_i} \right)^2 \right]$$

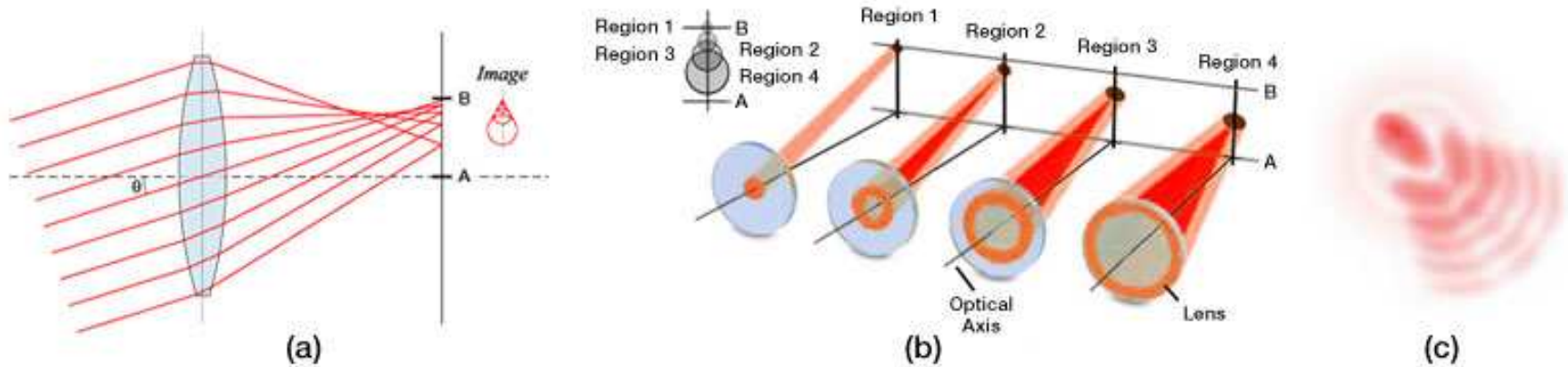
Foco paraxial

Termo adicional

Coma: aberração primária monocromática, que degrada a imagem de objetos pontuais não axiais. A origem do coma reside no fato de que os “planos” principais só são realmente planos na região paraxial, sendo de fato superfícies curvas.

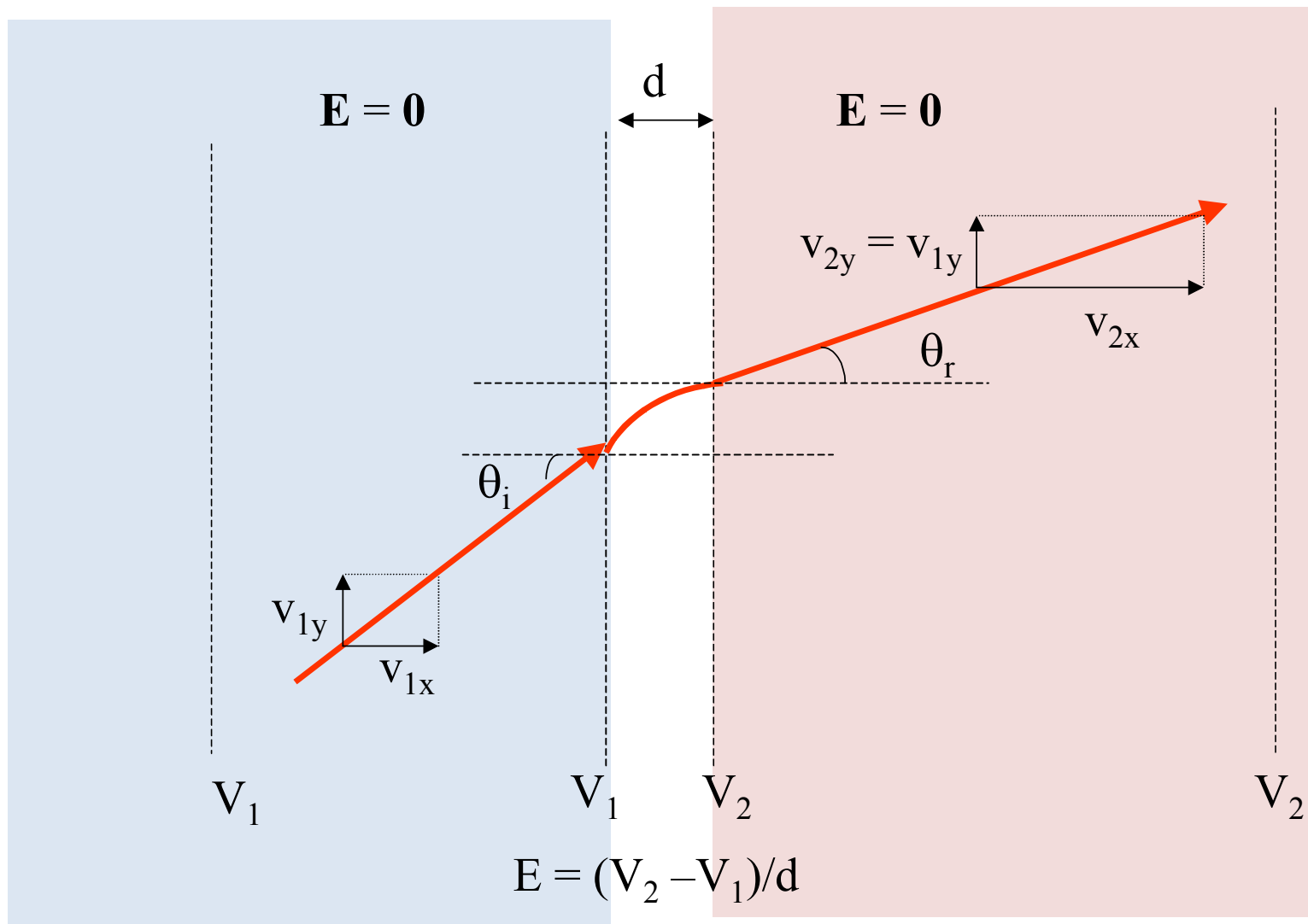


A distância focal efetiva varia quando se consideram raios que atravessam a lente em posições não axiais. Quando a imagem se forma sobre o eixo óptico, esta situação é irrelevante; no entanto, para feixes de raios oblíquos e imagens não axiais, o coma torna-se bem visível.



Ótica da partículas carregadas

Refração de um feixe de partículas



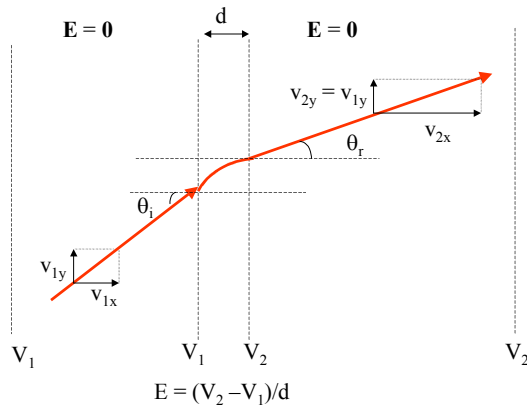
Supondo que o elétron foi acelerado a partir do repouso

$$q(V_1 - V_o) = \frac{1}{2} m v_1^2$$

Quando cruza a superfície equipotencial, a componente tangencial de sua velocidade ($v_o \text{sen} \theta_i$) não mudará, mas a componente normal ($v_o \text{cos} \theta_i$) mudará para $v_o \text{cos}(\theta_r)$.

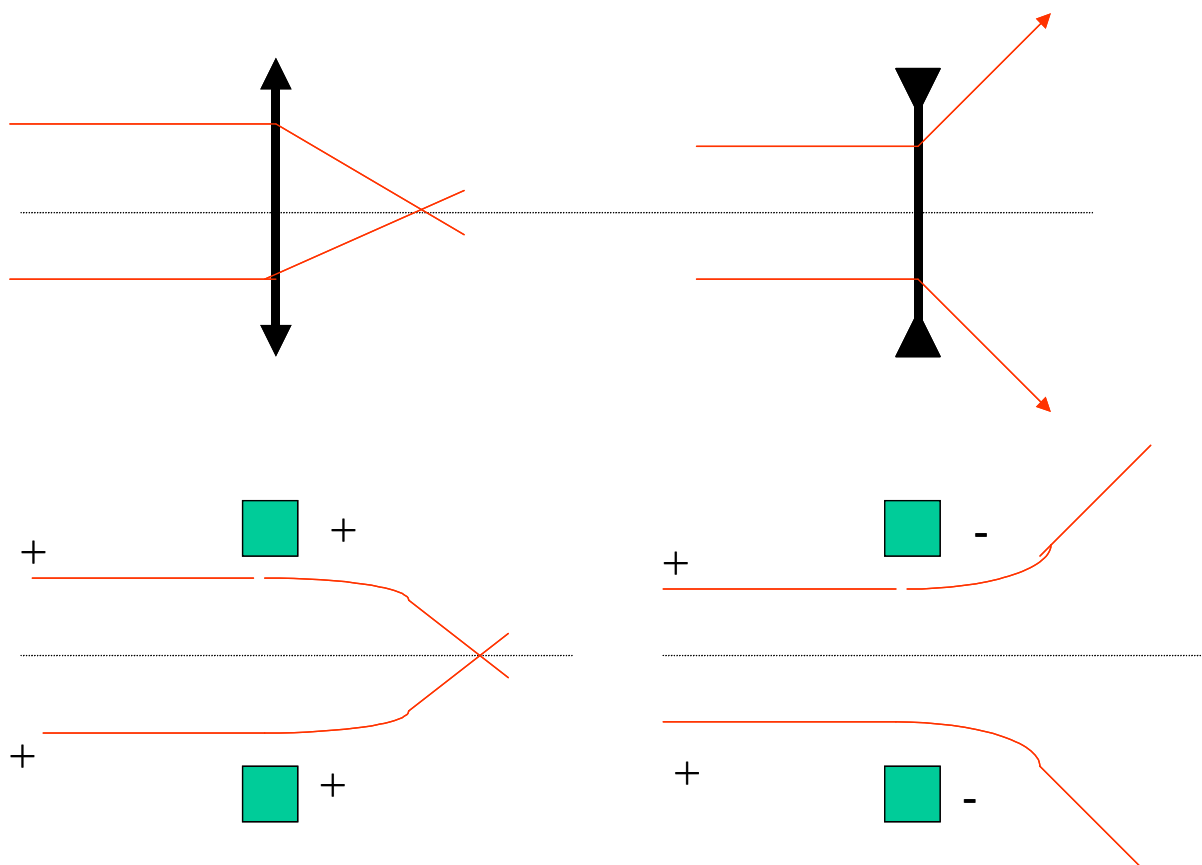
Então

$$v_1 \text{sen} \theta_i = v_2 \text{sen} \theta_r$$



$$\frac{\text{sen} \theta_i}{\text{sen} \theta_r} = \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{(V_1 - V_o)}{(V_2 - V_o)}} = \frac{n_1}{n_2}$$

Analogia com lentes óticas



Ótica de partículas em campos axialmente simétricos

Na ausência de campos magnéticos, a equação do movimento de uma partícula carregada é escrita como

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = q \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

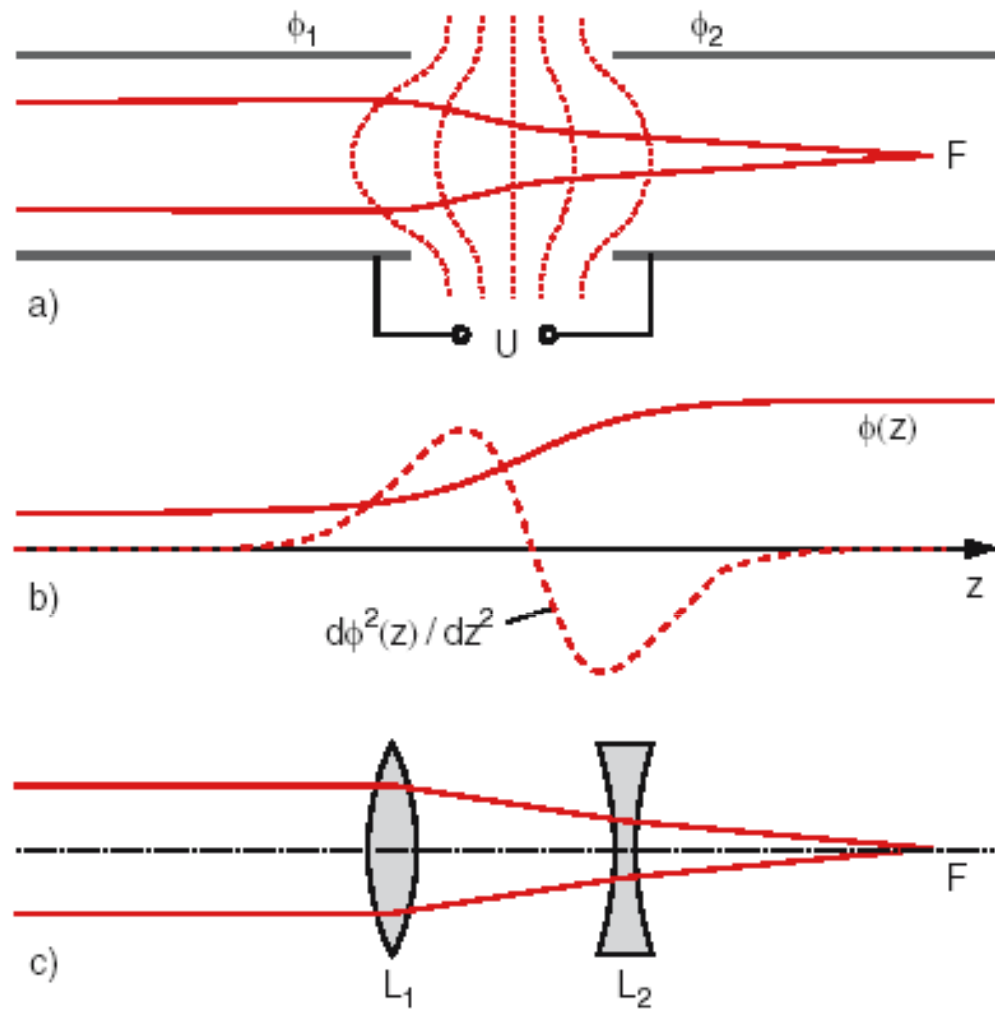
$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = q \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = q \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

Na ausência de fontes, a equação de Laplace pode ser escrita como

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

De modo geral, não há solução analítica para a maioria dos casos, mas pode-se resolver numericamente. A maioria das lentes eletrostáticas, são feitas por campos elétricos com simetria axial, obtidas por tubos ou aberturas cilíndricas.



Lente eletrostática consistindo de dois tubos cilindricos. a) representação esquemática, b) o potencial e sua segunda derivada, c) analogia com a ótica geométrica.

Solução numérica: Método da relaxação

$$\nabla^2 U = \frac{\partial^2}{\partial x^2} U + \frac{\partial^2}{\partial y^2} U$$

$$\frac{\partial}{\partial x} U \approx \frac{\Delta U}{\Delta x} = \frac{U(x+\Delta x/2, y) - U(x-\Delta x/2, y)}{\Delta x}$$

Segunda derivada

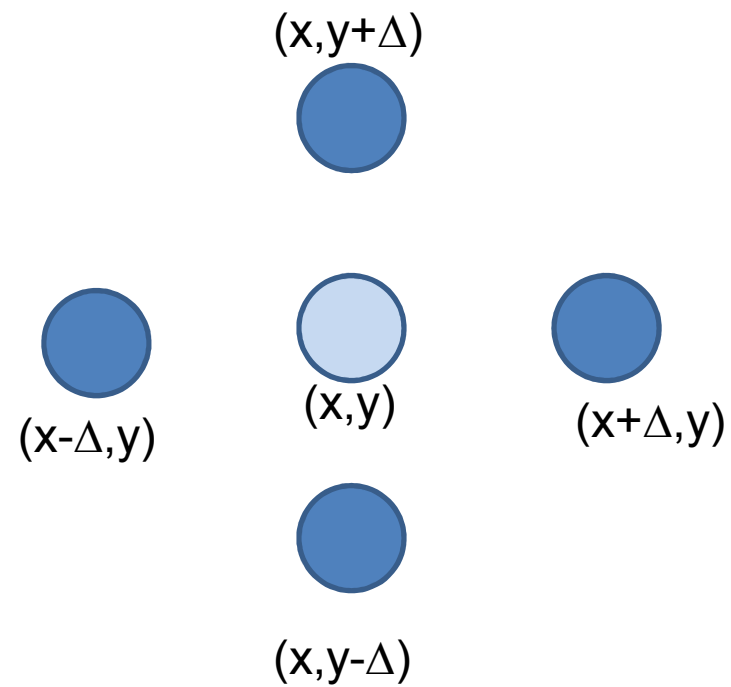
$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} U = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{U(x + \Delta x/2, y) - U(x - \Delta x/2, y)}{\Delta x} \right)$$

Vamos calcular o primeiro termo da expressão acima:

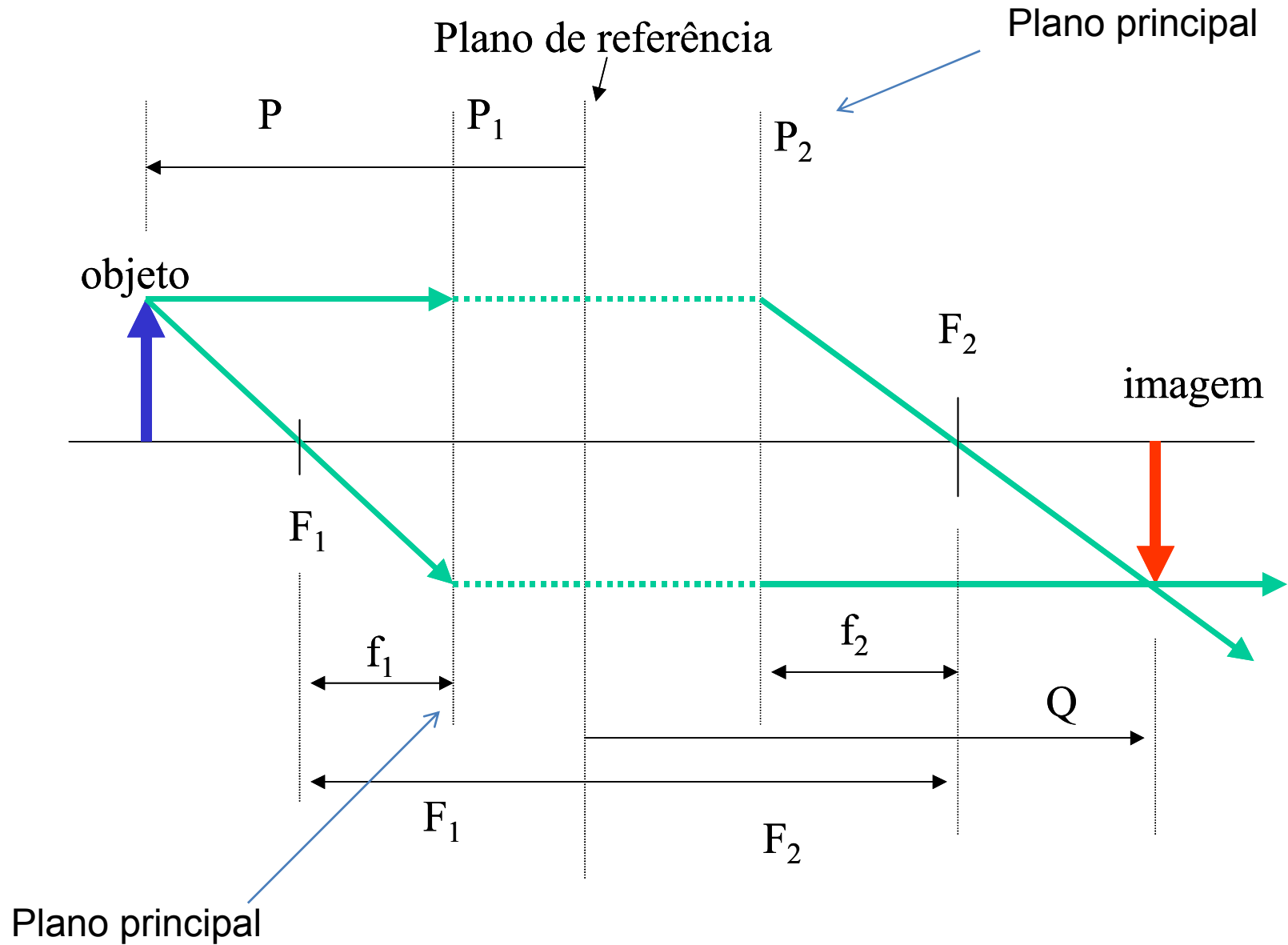
$$= \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{\partial}{\partial x} U(x + \Delta x/2, y) - \frac{\partial}{\partial x} U(x - \Delta x/2, y) \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} U(x + \Delta x/2, y)$$

$$U(x, y) = \frac{1}{4}(U(x + \Delta, y) + U(x, y + \Delta) + U(x - \Delta, y) + U(x, y - \Delta))$$



Representação de uma lente espessa



A partícula entrando na lente paralela ao eixo ótico segue uma linha reta até o plano principal P_2 , onde a trajetória é refratada de tal modo que passa pelo ponto focal F_2 .


A partícula passando pelo ponto focal F_1 segue uma linha reta até o plano principal P_1 e é então refratada de tal modo que deixa a lente paralela ao eixo ótico.

Trajетórias paralelas na entrada, se cruzam no ponto focal F_2 .

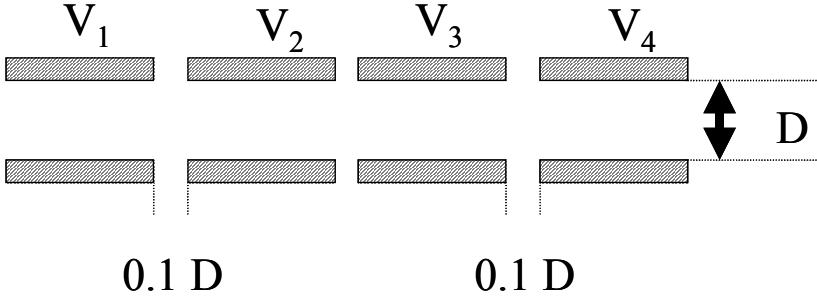
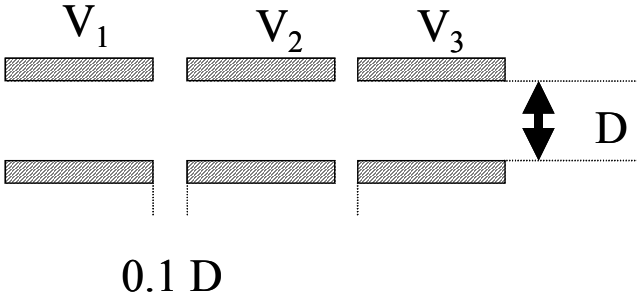
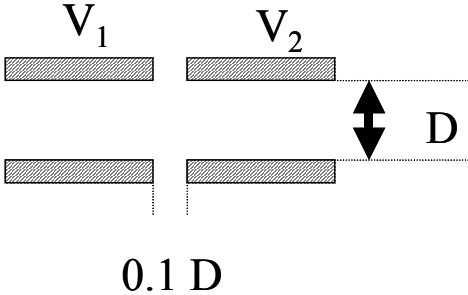
Algumas relações úteis podem ser obtidas a partir da lente espessa:

$$(P - F_1)(Q - F_2) = f_1 f_2$$

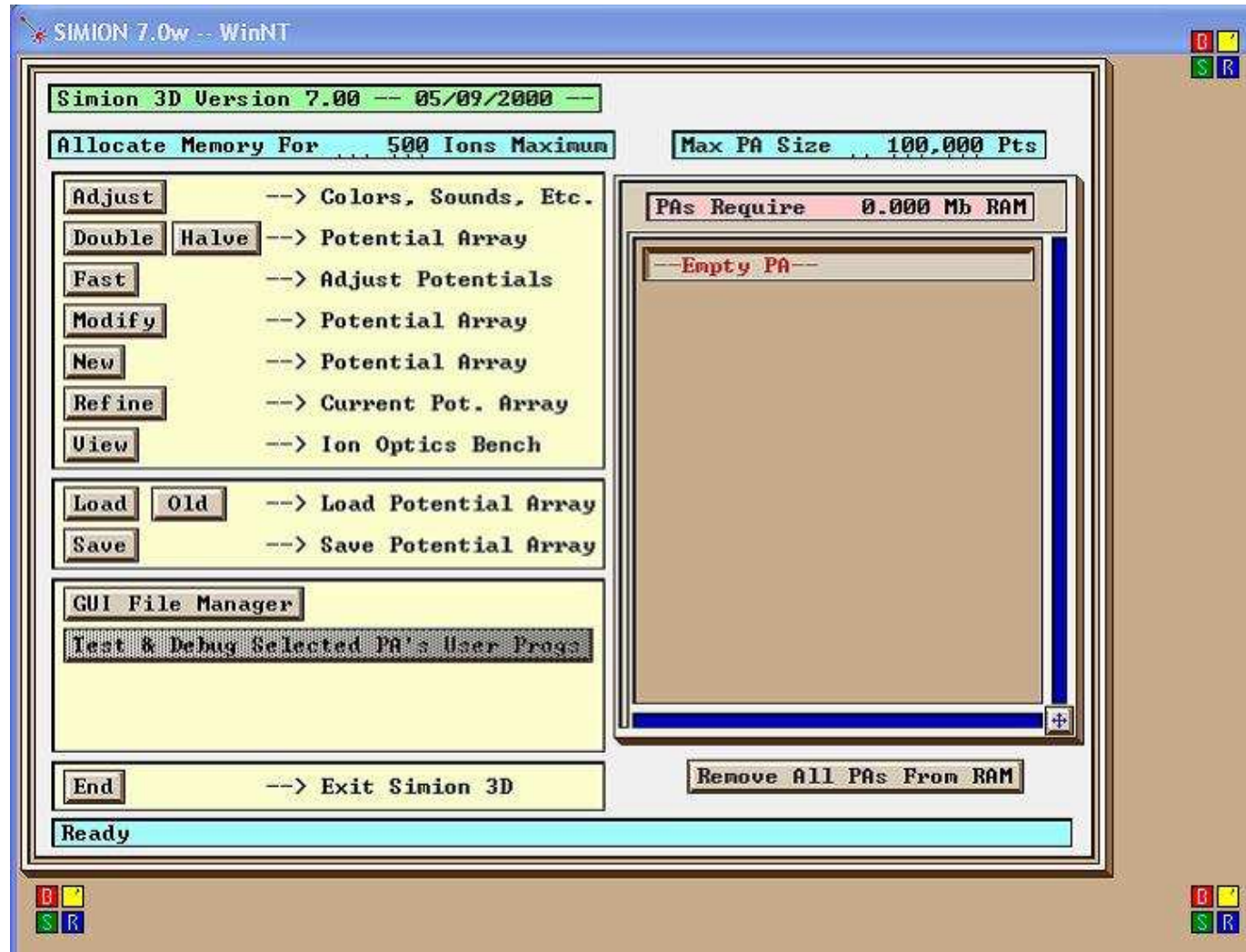
$$M = -\frac{f_1}{(P - f_1)} = -\frac{(Q - F_2)}{f_2}$$

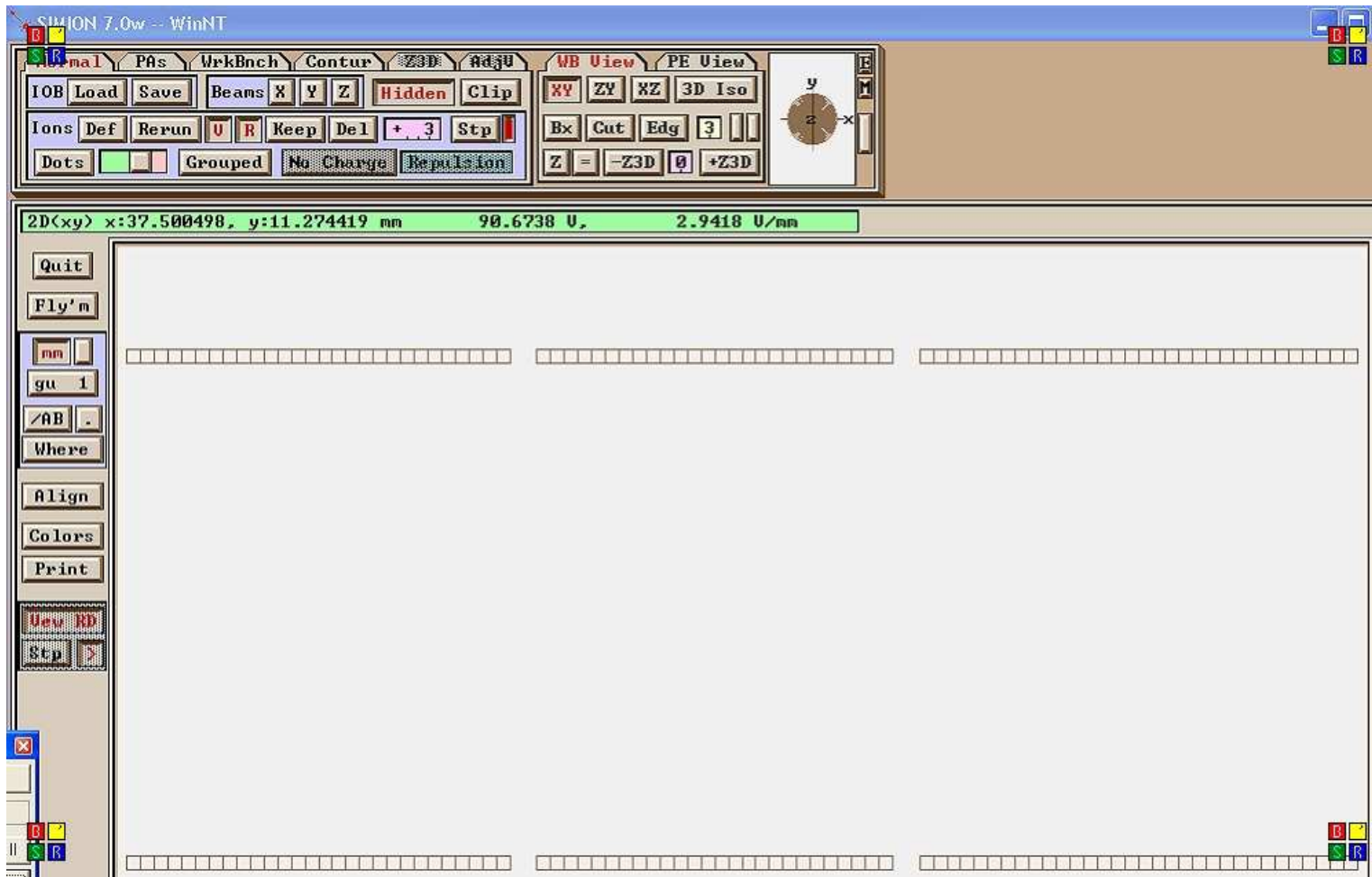
 magnificação linear (r_2/r_1).

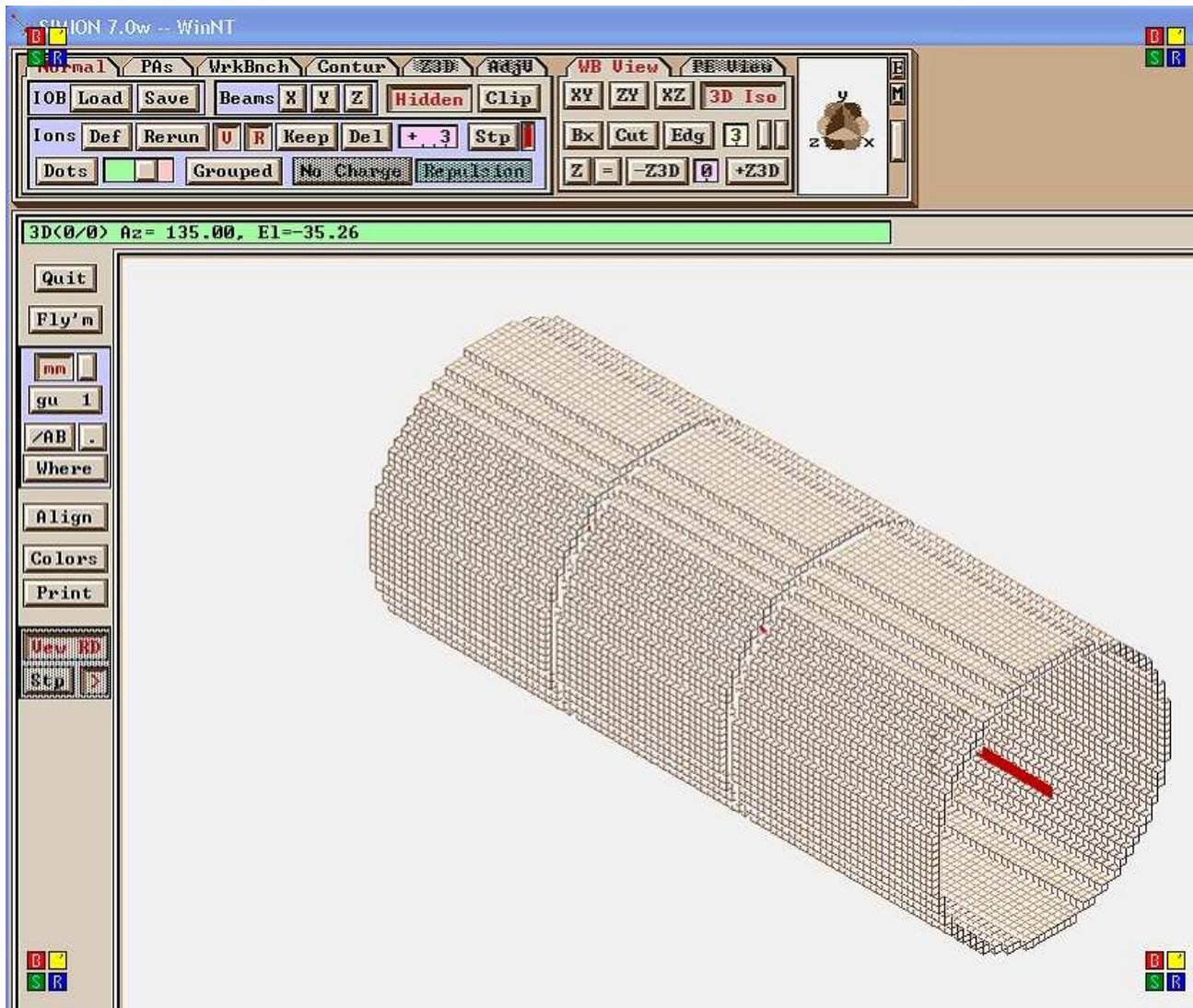
Geometria de lentes



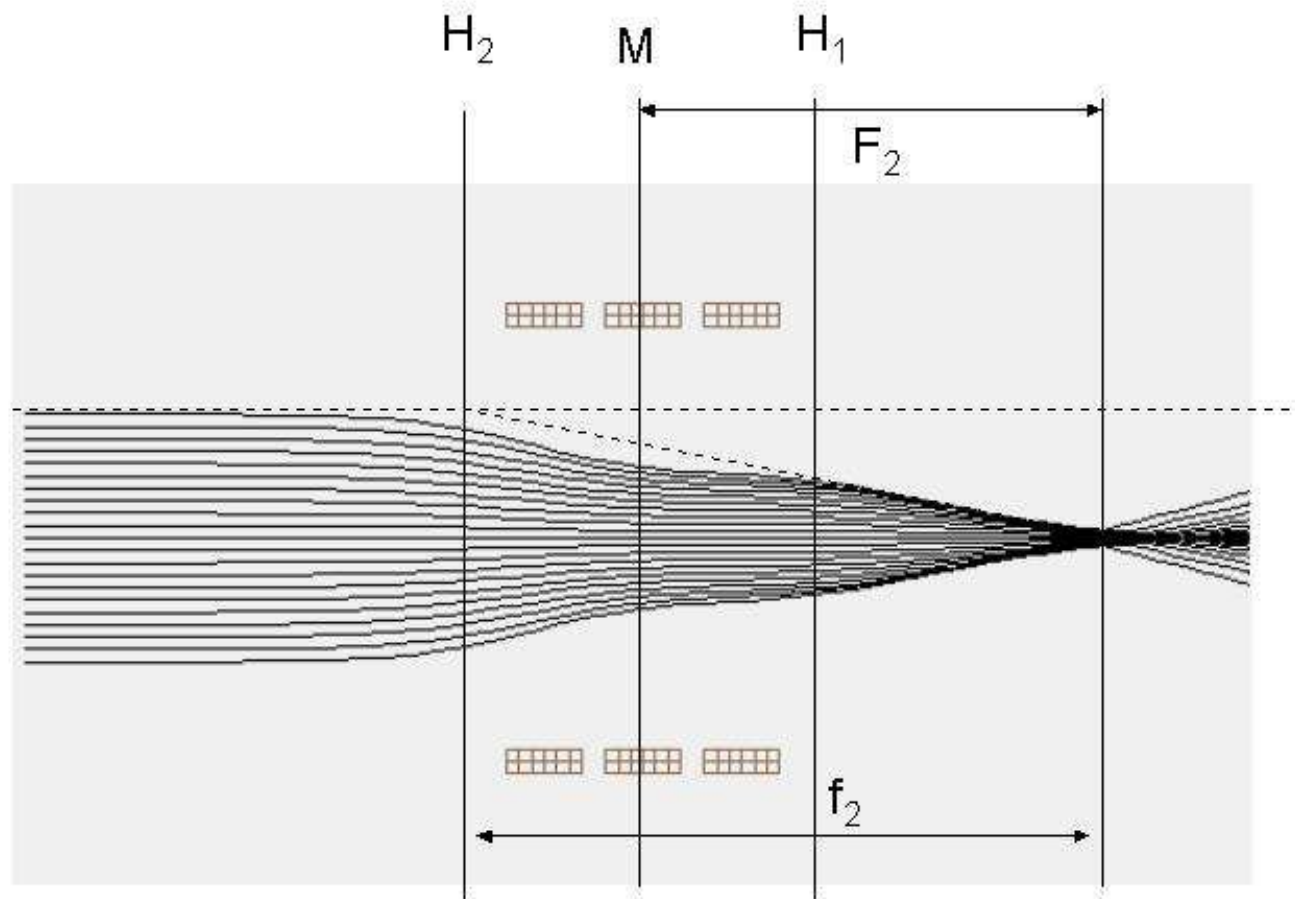
Programas de simulação

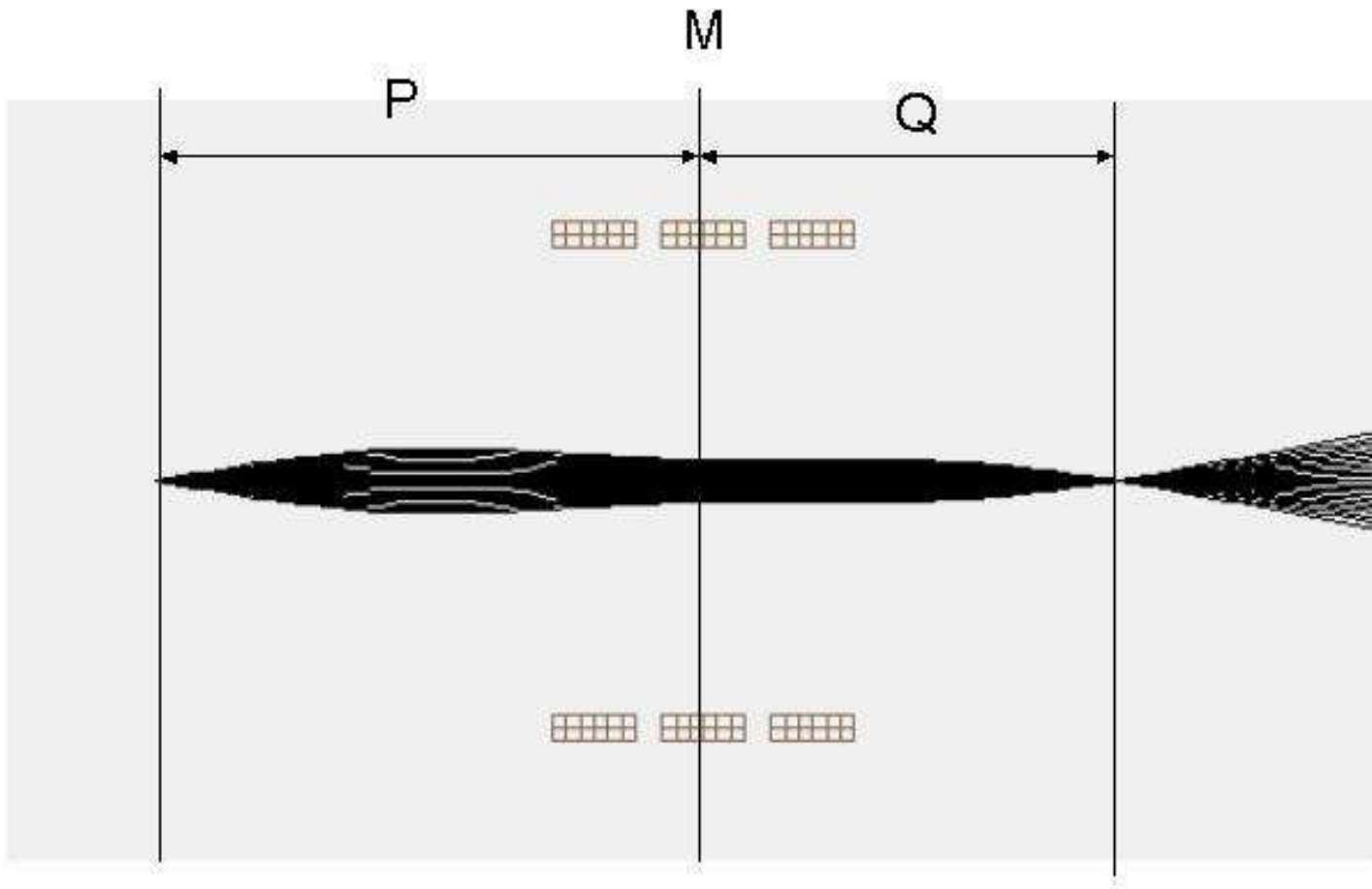


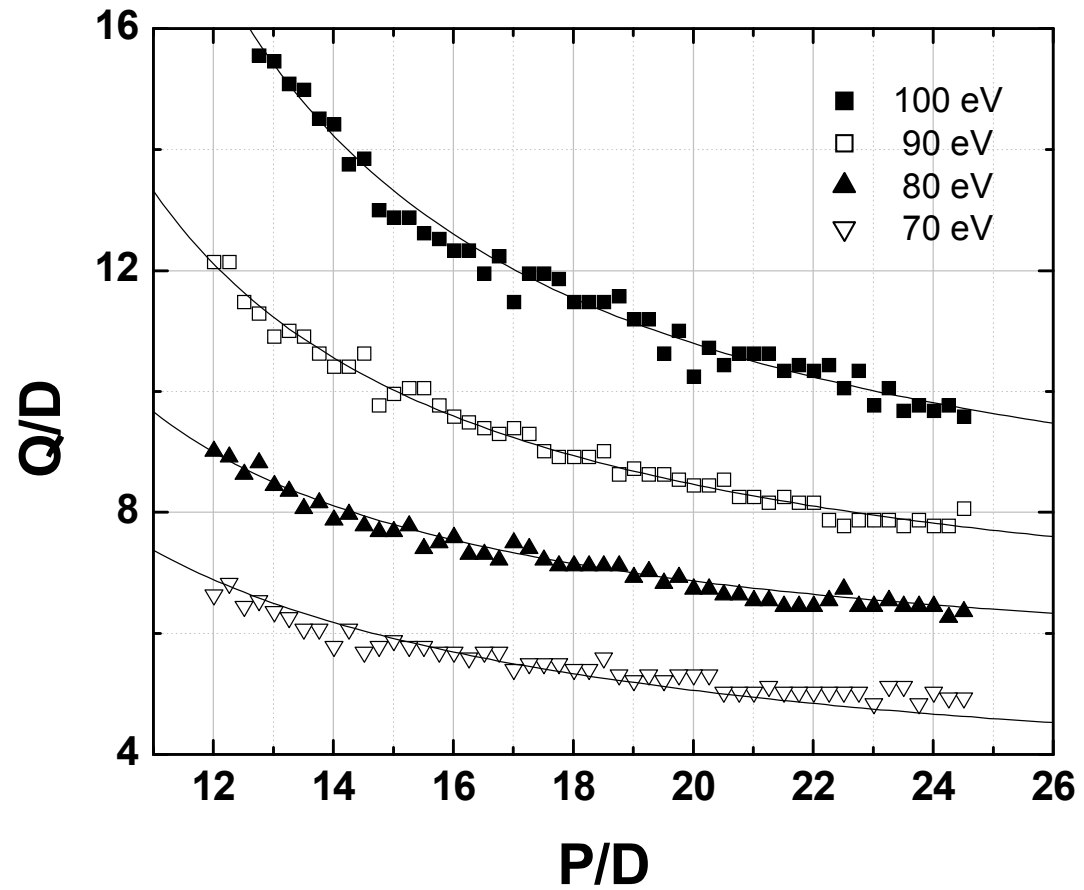




Lente einzel







$$(P - F_1)(Q - F_2) = f_1 f_2$$

