INSTITUTO DE FÍSICA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
Pós-Graduação

Mestrado Profissional em Ensino de Física

Aula 7
Sobreposição de ondas

Referência: E. Hecht, óptica, Fundação Calouste Gulbekian, segunda edição portuguesa (2002);
Óptica moderna – Fundamentos e Aplicações S. C. Zílio (e-book)
-Internet
-Artigos RBEF, The Physics Teacher, Physics Education, American Journal of Physics, European Journal of Physics, etc...

Os fenômenos de polarização, interferência e difração, que serão estudados nos próximos encontros, têm uma base conceitual comum pois abordam, na sua essência, aspectos diversos do mesmo processo.

Um dos aspectos mais importantes da equação de onda é a sua linearidade. Se ψ_i (i =1,2,....) é solução, qualquer combinação linear destas funções também será solução.

Esta propriedade é conhecida como principio da superposição.

MESMA DIREÇÃO E MESMA FREQUÊNCIA
ADIÇÃO DE AMPLITUDES COMPLEXAS

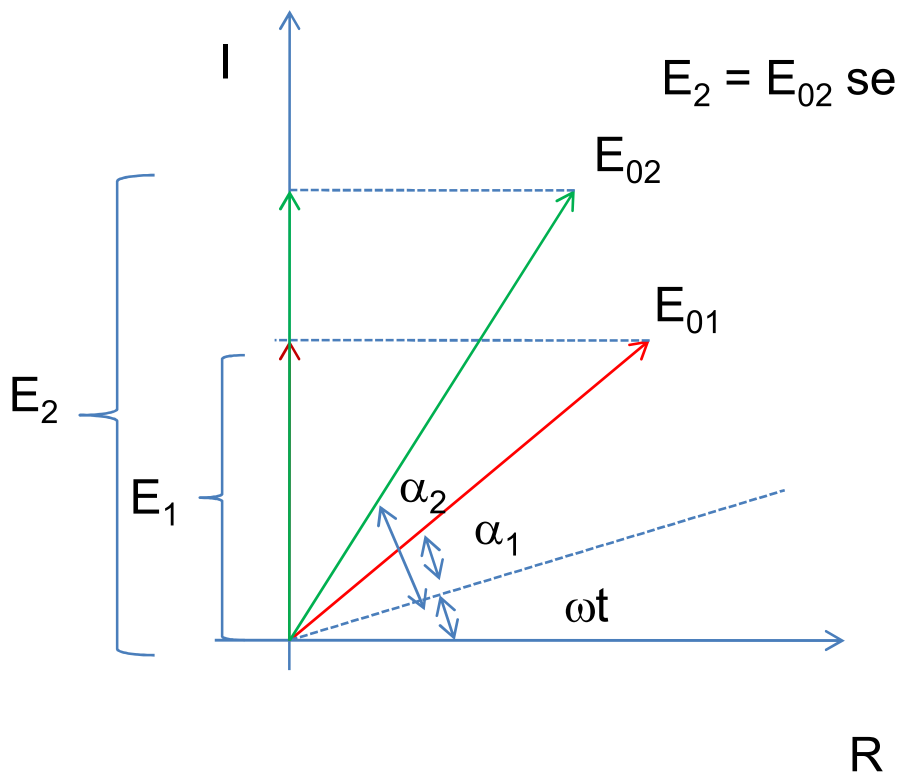
Uma amplitude complexa é descrita através do seu módulo e da sua fase

$$E_o \angle \alpha$$

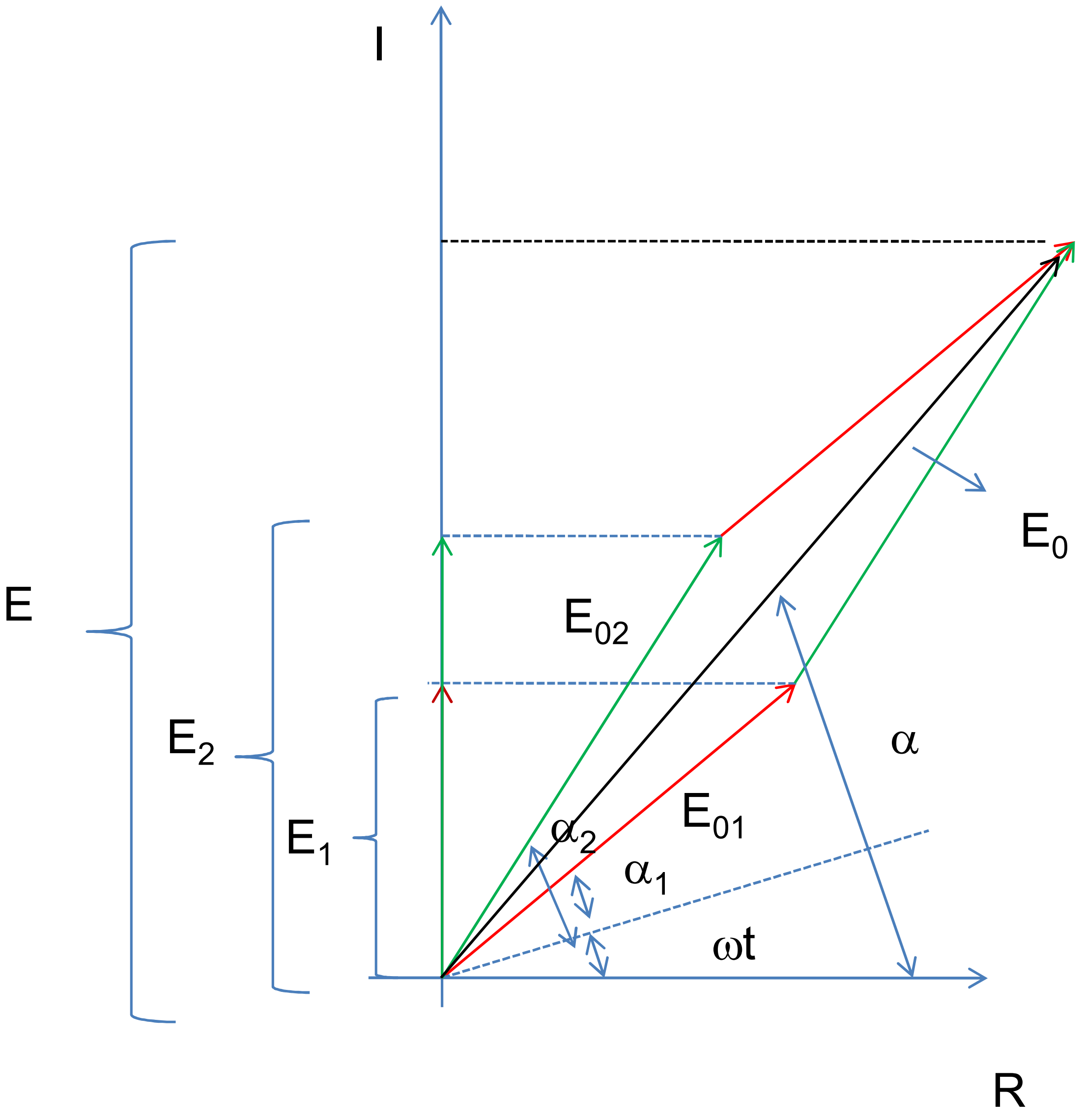
Considere-se duas perturbações descritas por:

$$E_1 = E_{01}\,\text{sen}(\omega t + \alpha_1) \rightarrow E_{01} \angle \alpha_1$$

$$E_2 = E_{02}\,\text{sen}(\omega t + \alpha_2) \rightarrow E_{02} \angle \alpha_2$$



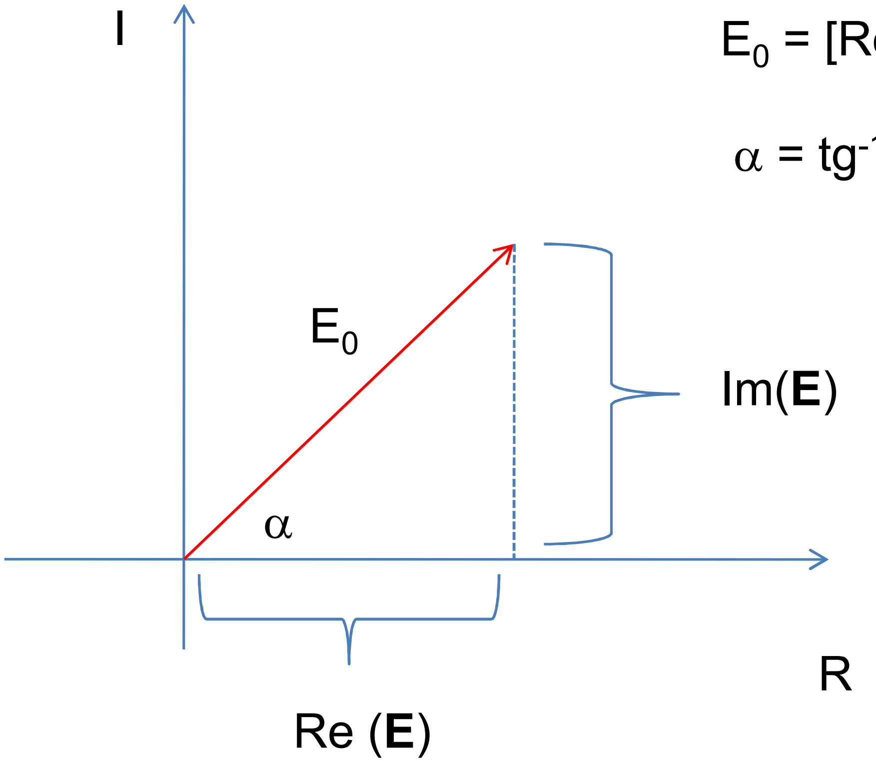
$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}\,E_{02}\cos(\alpha_2 - \alpha_1)$$

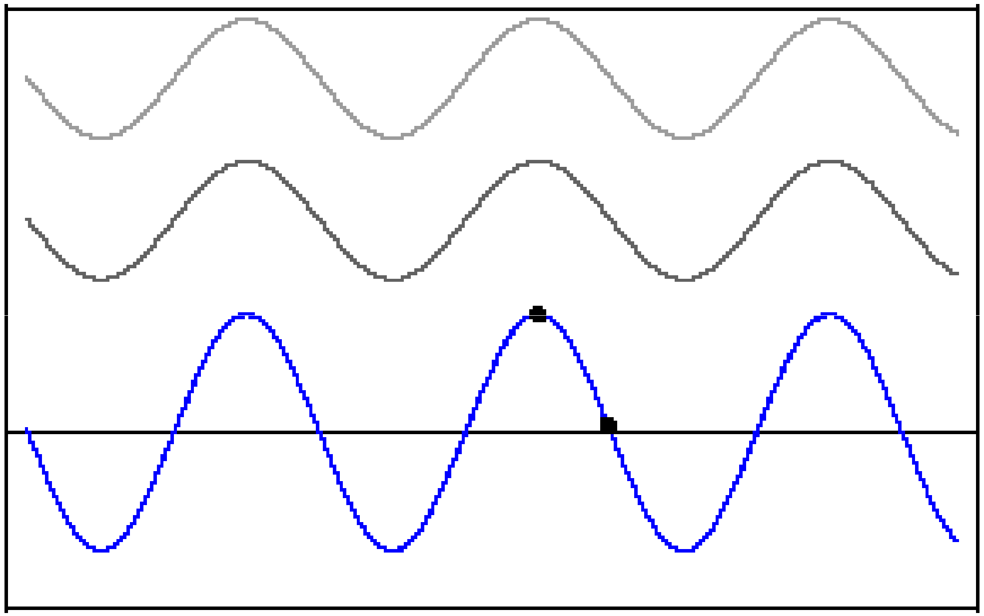


$$\mathbf{E} = E_0 \angle\alpha = \mathrm{Re}(\mathbf{E}) + i\ \mathrm{Im}(\mathbf{E})$$

$$E_0 = [\mathrm{Re}(\mathbf{E})^2 + \mathrm{Im}(\mathbf{E})^2\,]^{1/2}$$

$$\alpha = \mathrm{tg}^{-1}\ [\mathrm{Re}(\mathbf{E}) \div \mathrm{Im}(\mathbf{E})\}$$





Duas ondas na mesma direção

ONDAS ESTACIONÁRIAS

ONDAS COM MESMA FREQUÊNCIA EM SENTIDOS OPOSTOS

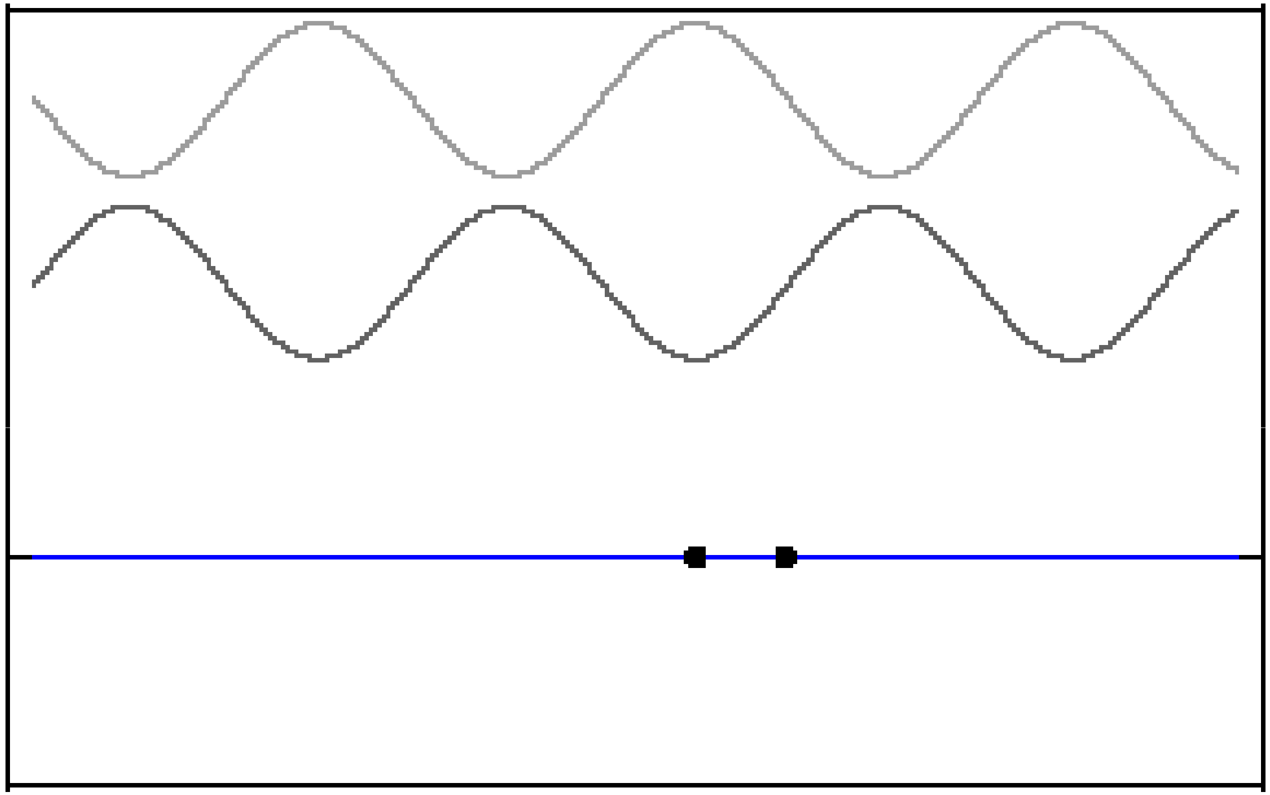
$E_1 = E_0 \, \mathrm{sen}(kx + \omega t)$

$E_2 = E_0 \, \mathrm{sen}(kx - \omega t)$

$E = E_0 \{\mathrm{sen}(kx + \omega t) + \mathrm{sen}(kx - \omega t)\}$

$\mathrm{sen}\alpha + \mathrm{sen}\beta = 2 \, \mathrm{sen}[1/2 \, (\alpha+\beta)] \cos[1/2 \, (\alpha-\beta)]$

$E = 2E_0 \, \mathrm{sen}(kx) \cos(\omega t) \rightarrow$ onda estacionária



Ondas em sentidos opostos – onda estacionária

ADIÇÃO DE ONDAS DE FREQUÊNCIAS DIFERENTES (BATIMENTOS)

$$E_1 = E_0 \cos(k_1 x - \omega_1 t)$$

$$E_2 = E_0 \cos(k_2 x - \omega_2 t)$$

$$E = E_0 \{\cos(k_1 x - \omega_1 t) + \cos(k_2 x - \omega_2 t)\}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2 \cos[1/2\,(\alpha+\beta)] \cos[1/2\,(\alpha-\beta)]$$

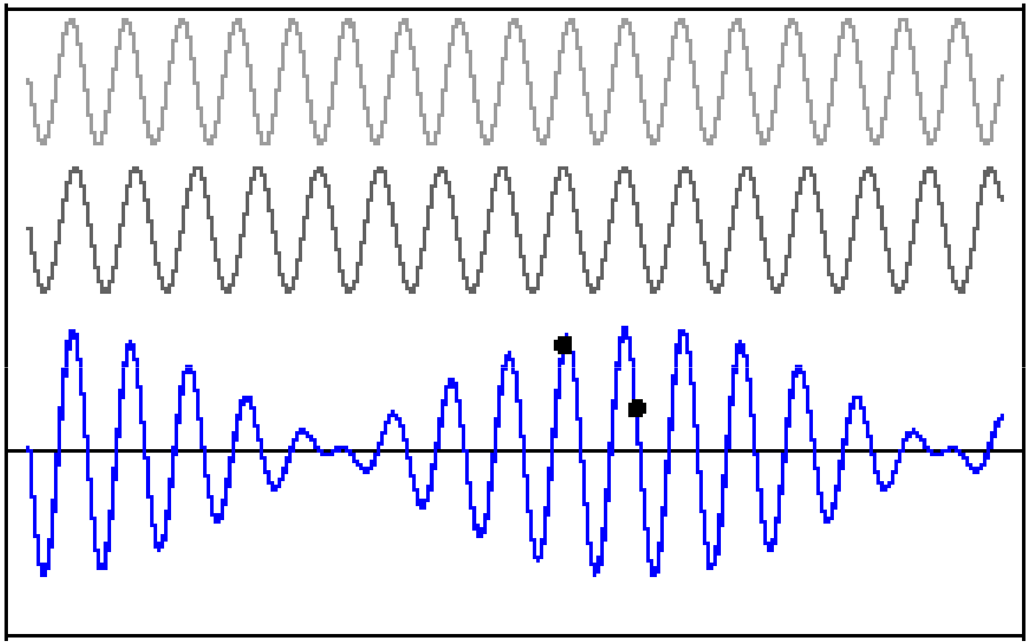
$$E = 2E_0 \cos[1/2(k_1 - k_2)x - (\omega_1 - \omega_2)t] \cos[1/2(k_1 + k_2)x - (\omega_1 + \omega_2)t]$$

$$\langle\omega\rangle = (\omega_1 + \omega_2)/2 \qquad \omega_m = (\omega_1 - \omega_2)/2$$

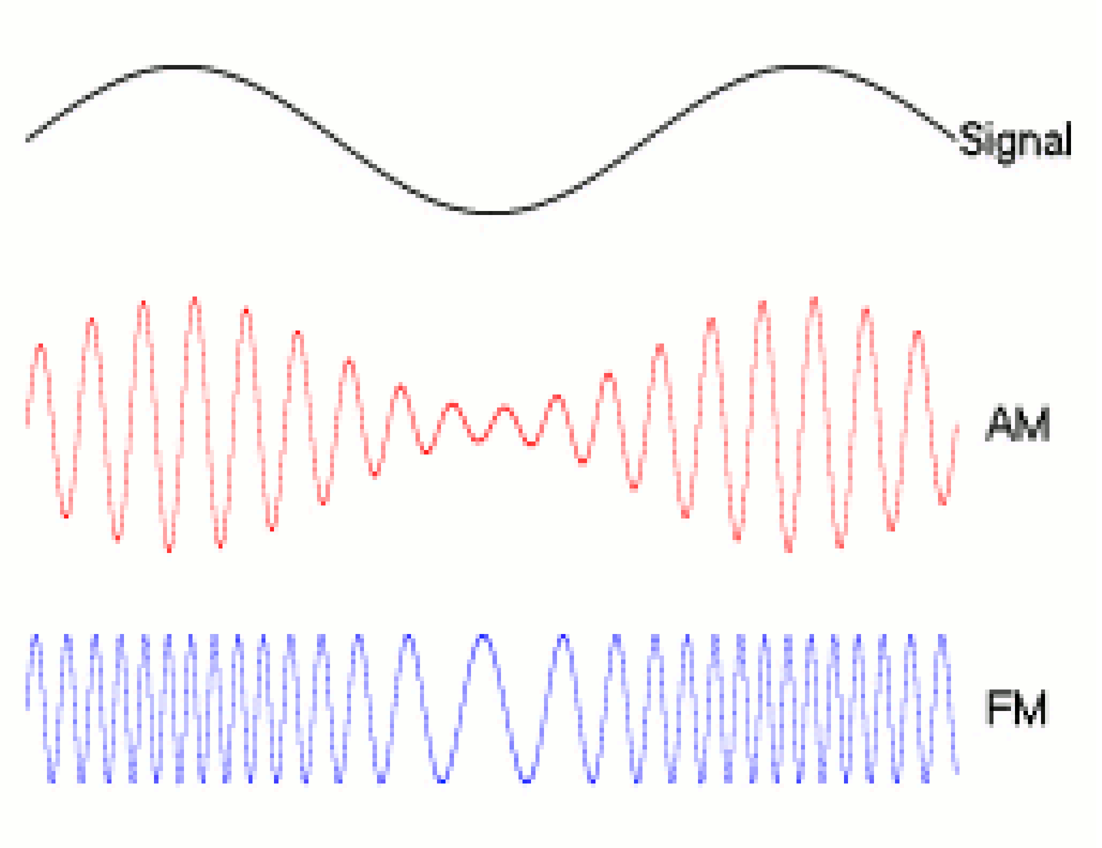
$$\langle k\rangle = (k_1 + k_2)/2 \qquad k_m = (k_1 - k_2)/2$$

$$E = 2\underbrace{E_0 \cos[k_m x - \omega_m t]}_{E_0(x,t)} \cos[\langle k\rangle x - \langle\omega\rangle t]$$

A perturbação pode ser considerada como uma onda que se propaga com uma amplitude variável no tempo.



batimentos


Signal
AM
FM

A PARTÍCULA LIVRE

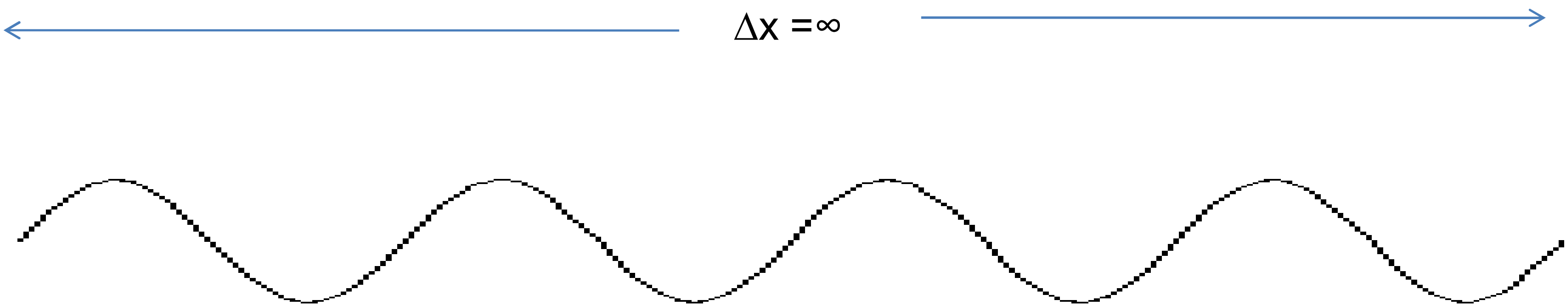
$$\psi(x,t) = Ae^{ik(x-vt)}$$

$$p = \hbar k$$

$$E = \hbar\omega$$

$$v_{fase} = \frac{\omega}{k} = \frac{E}{p}$$

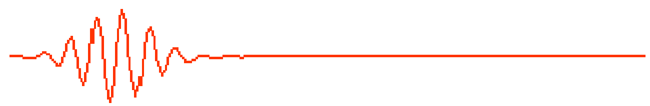
$$v_{clássica} = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \frac{2E}{p} = 2v_{fase}$$



Não normalizável$\rightarrow$ a partícula livre não pode existir com energia bem definida!

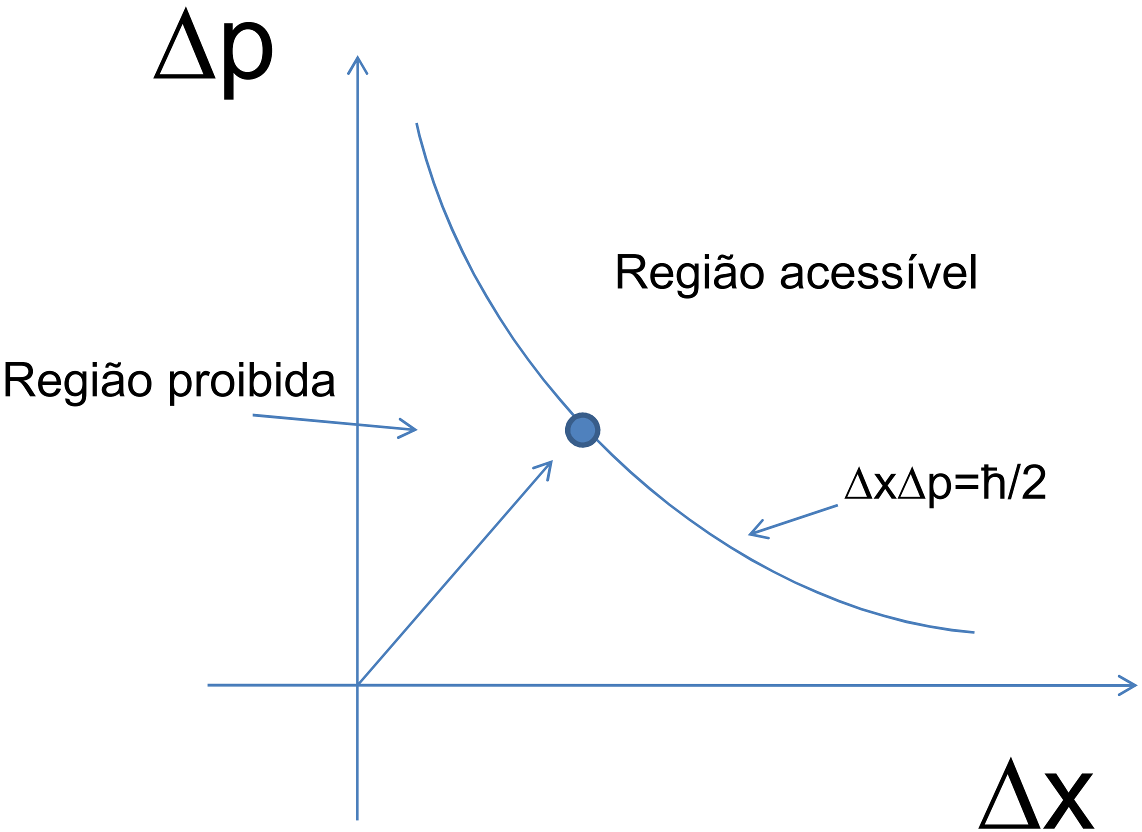
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \psi dx = |A|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dx = +\infty$$

$$\psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A(k) e^{i(kx-\omega t)} dk$$

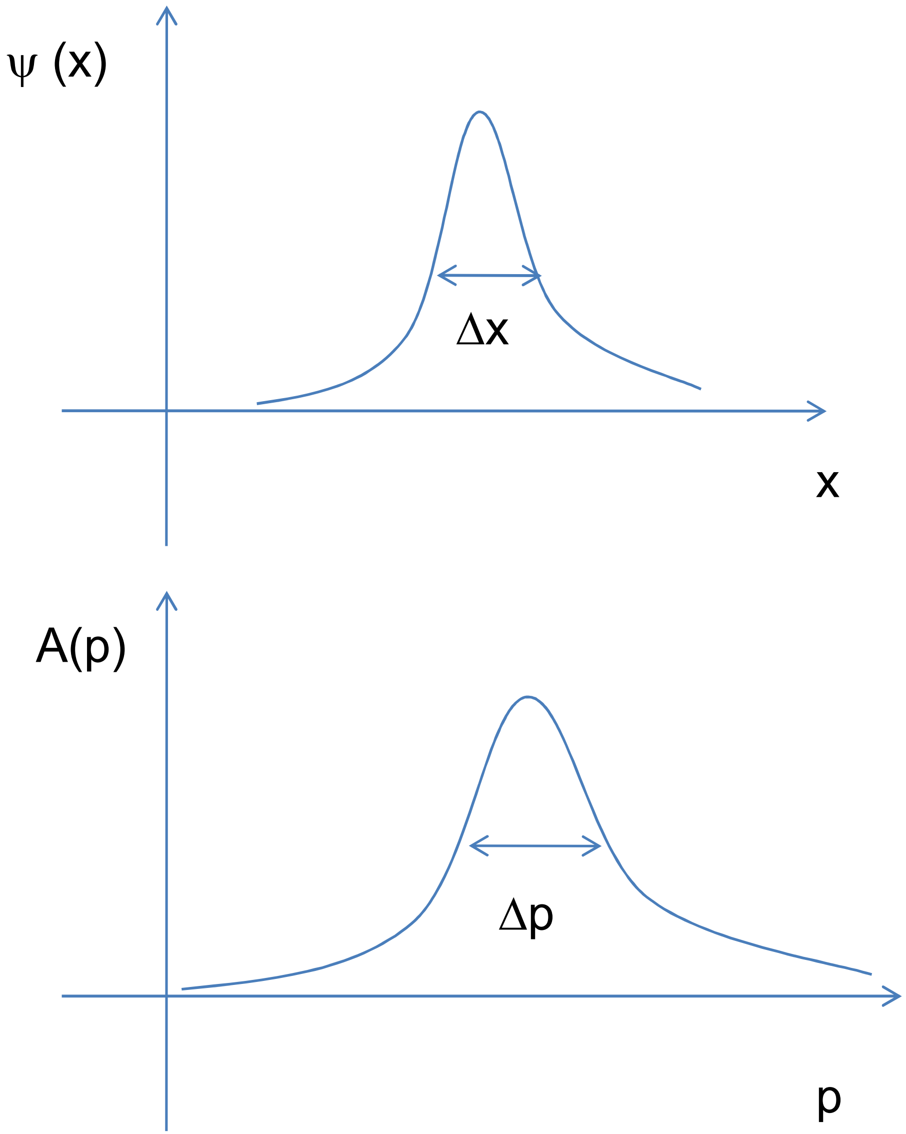


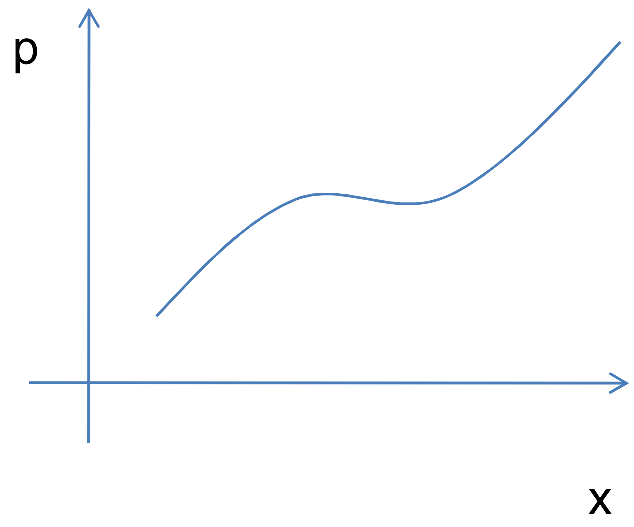
$$\psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A(k) e^{ikx} dk$$

$$A(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x,0) e^{-ikx} dx$$

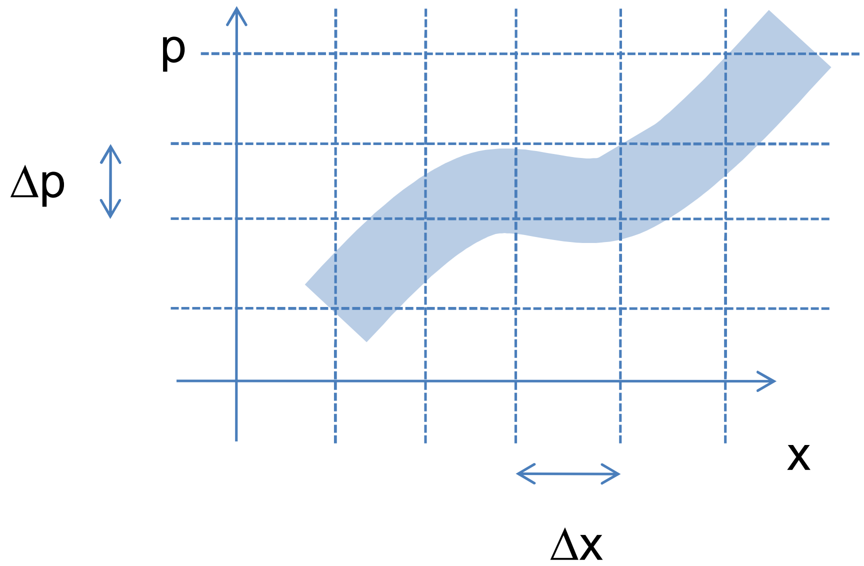


$$\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$$


ψ (x)
Δx
x
A(p)
Δp
p



Trajetória clássica



Trajetória quântica

ONDAS PERIÓDICS NÃO HARMÔNICAS – ANÁLISE DE FOURIER

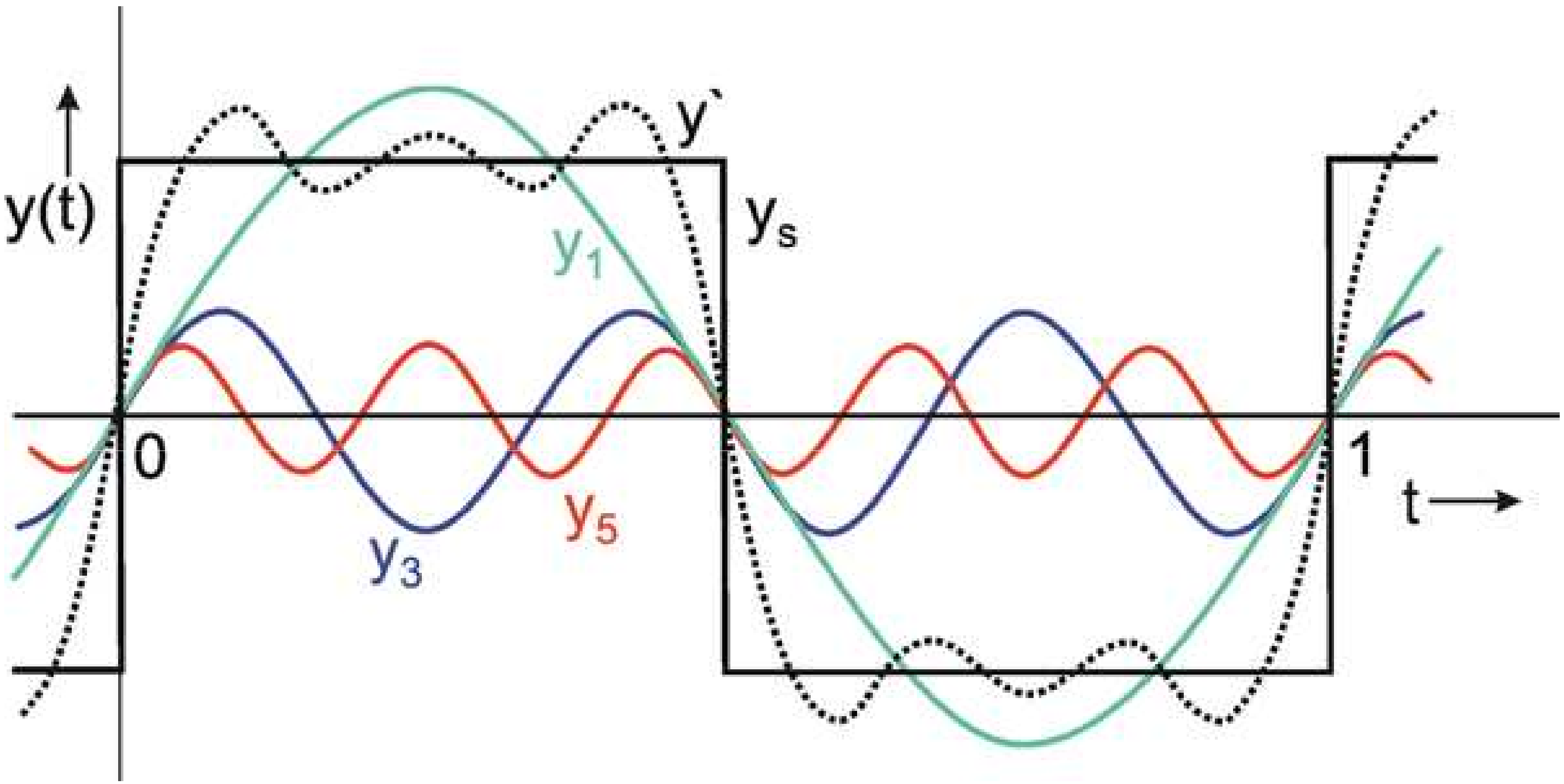
As ondas senóidais puras não têm significado físico.

Teorema de Fourier: “qualquer função f(x), de período λ pode ser representada como a soma de funções harmônicas de comprimentos de onda iguais a submúltiplos de λ (λ , $\lambda/2$, $\lambda/3$, etc..)

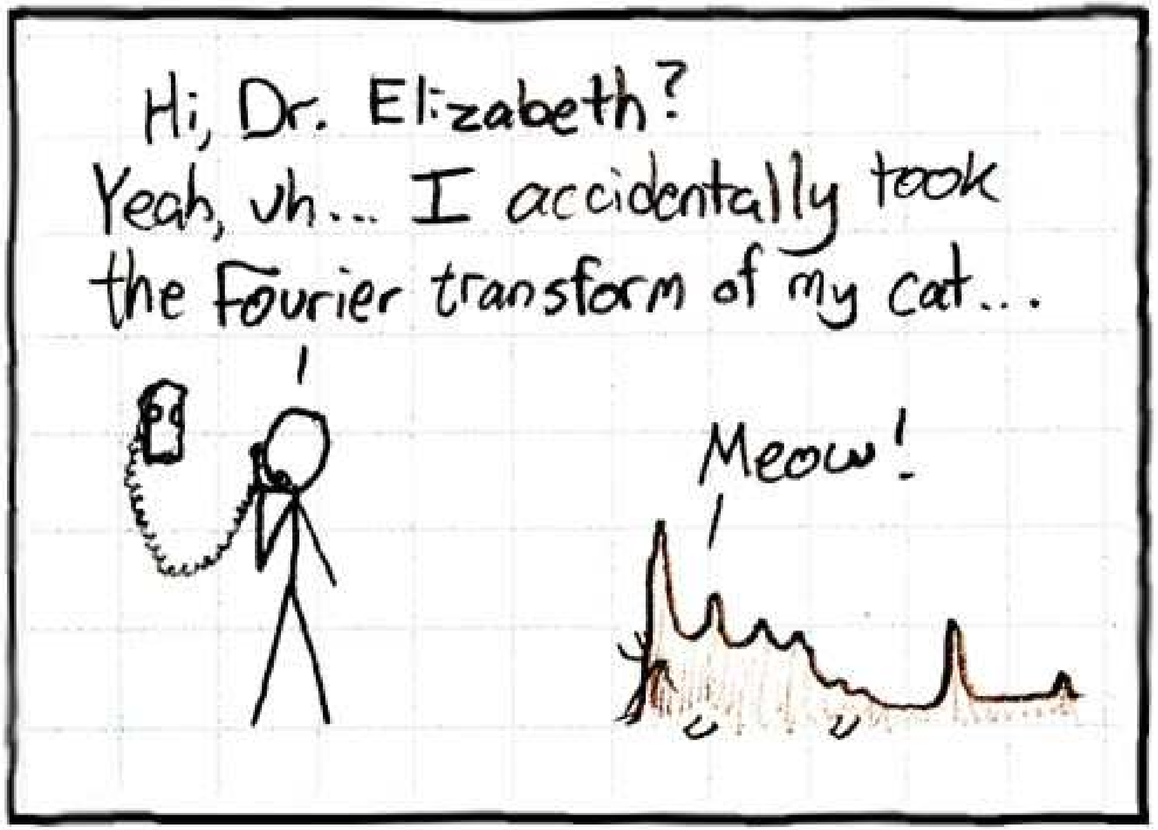
$$f(x) = \frac{A_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} A_m \cos(mkx) + \sum_{m=1}^{\infty} B_m sen(mkx)$$

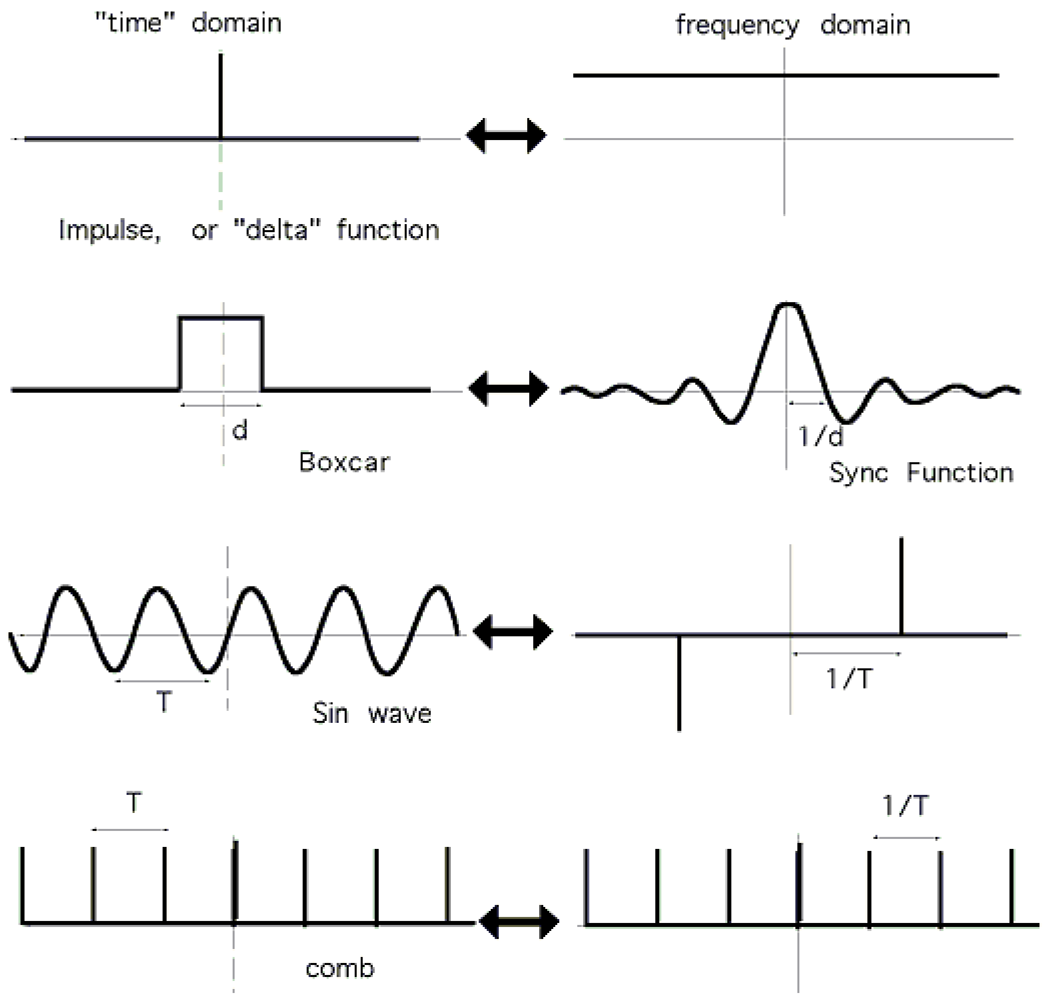
$$A_m = \frac{2}{\lambda}\int_0^{\lambda} f(x)\cos(mkx)dx$$

$$B_m = \frac{2}{\lambda}\int_0^{\lambda} f(x) sen(mkx)dx$$


y(t)
y`
y_s
y_1
y_3
y_5
0
1
t

ONDAS NÃO PERIÓDICAS – INTEGRAIS DE FOURIER

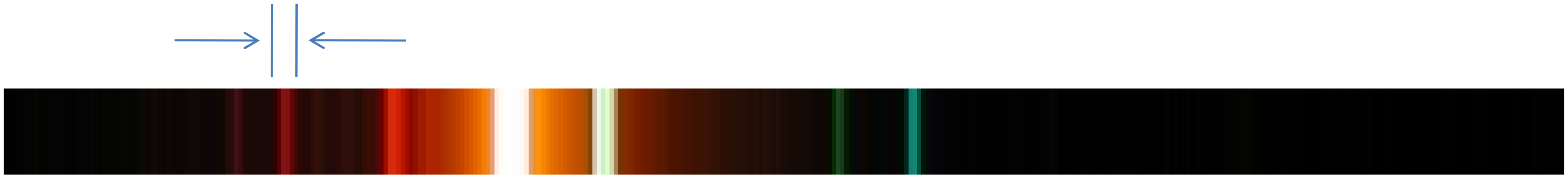



"time" domain
frequency domain
Impulse, or "delta" function
d
Boxcar
1/d
Sync Function
T
Sin wave
1/T
T
1/T
comb

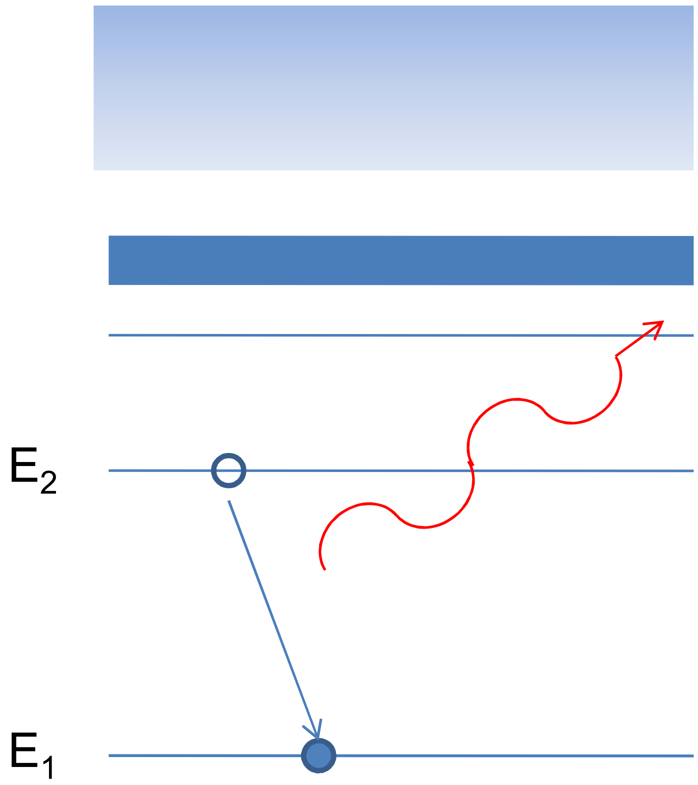
LARGURAS DE BANDAS ÓTICAS

Lâmpada de vapor de sódio

Largura de banda $\Delta\nu$



Espectro de raias



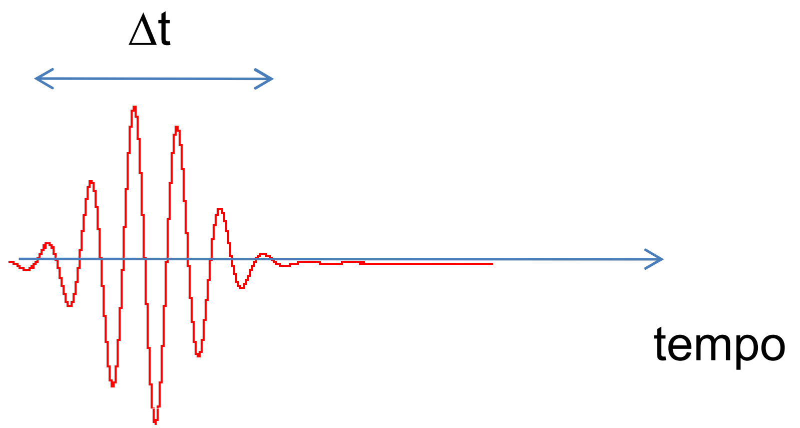
Meta estado : $\Delta E \neq 0 \;\rightarrow\; \Delta t \cong \hbar/\Delta E$

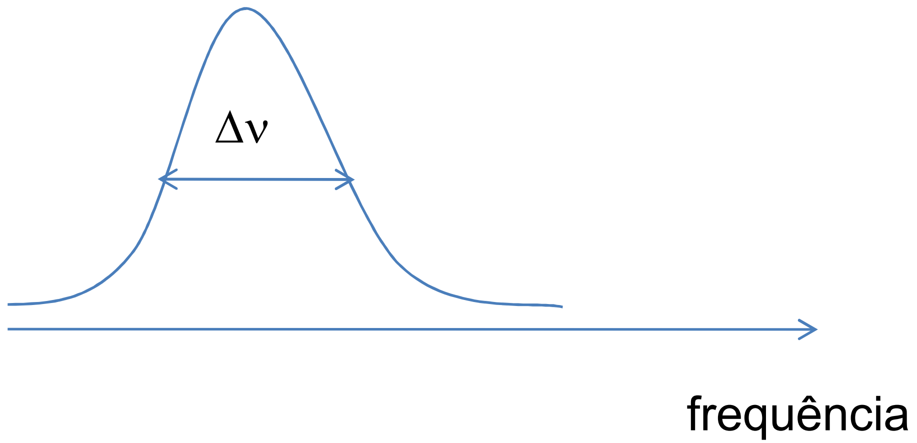
Estados estacionários : $\Delta E = 0$
$\Delta t = \infty$

$$E_{fóton} = h\nu = E_2 - E_1$$

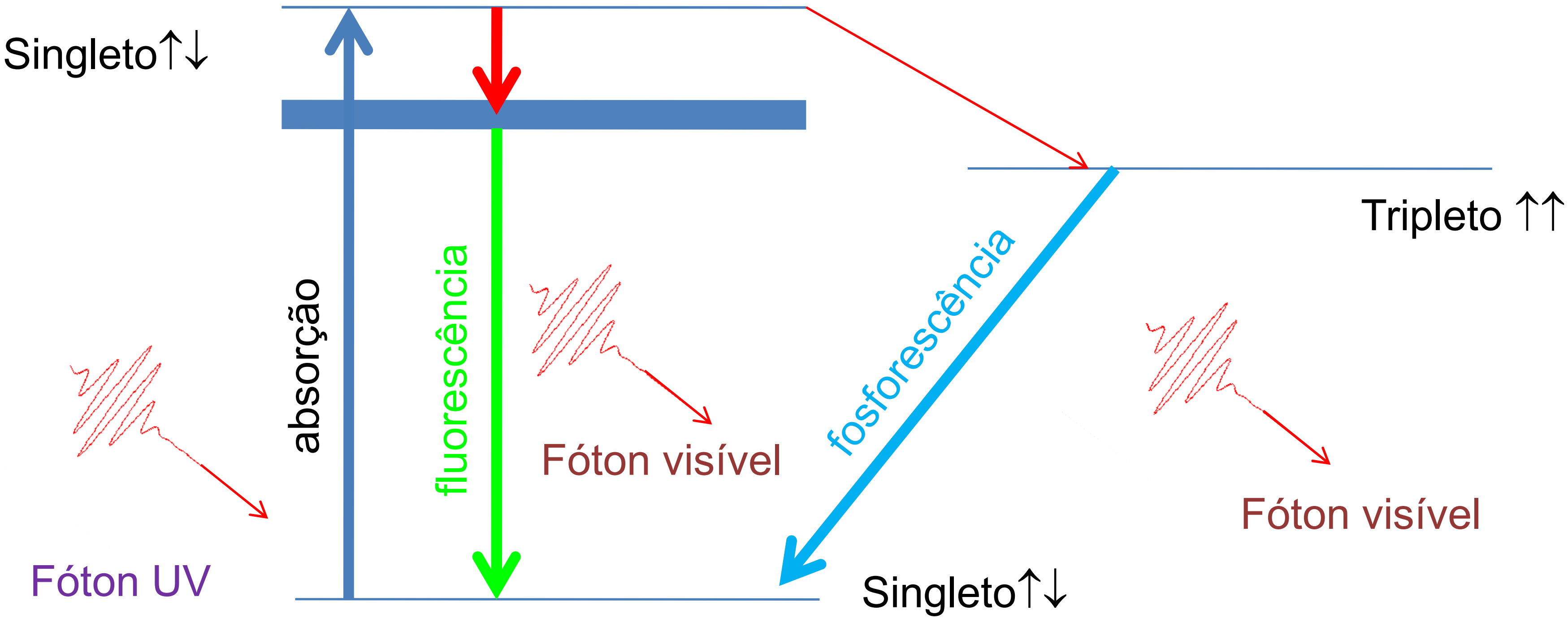
"Principio da incerteza" : $\Delta E \Delta t \cong \hbar$

As transições atômicas responsáveis pela geração de luz ocorrem durante intervalos de tempo da ordem de 10^{-8} - 10^{-9} s

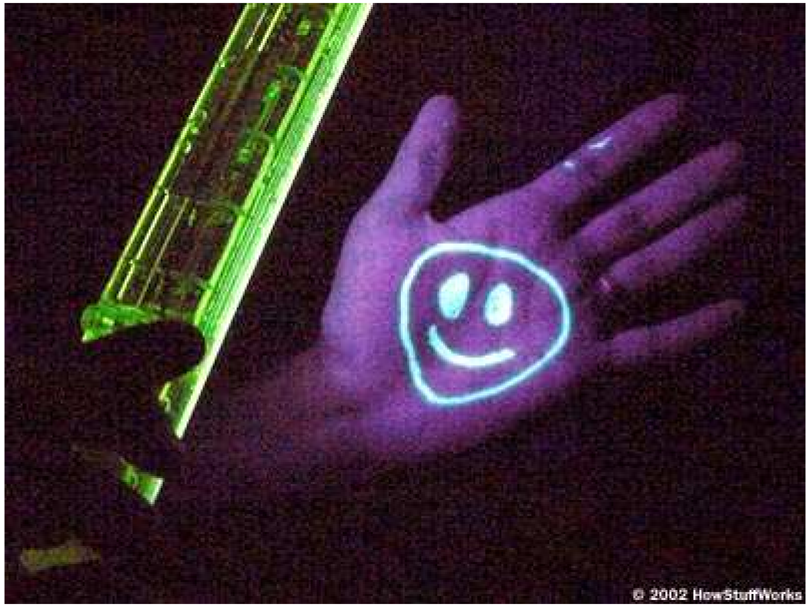


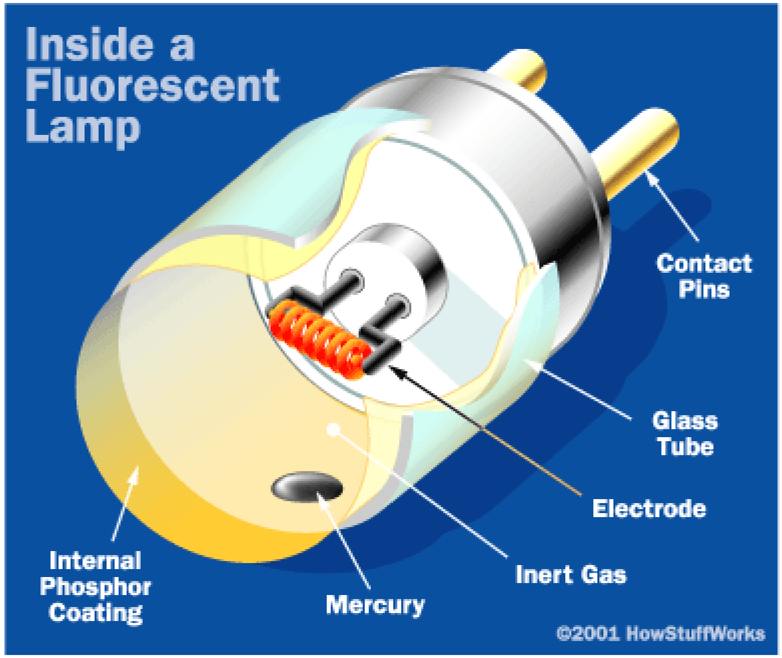


FLUORESCÊNCIA x FOSFORESCÊNCIA



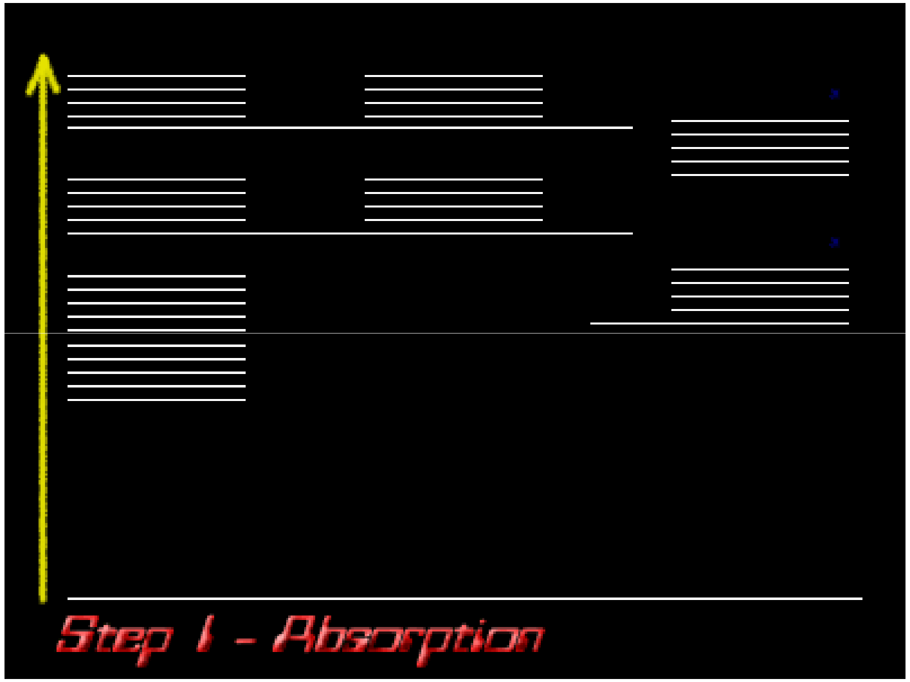
Fluorescência

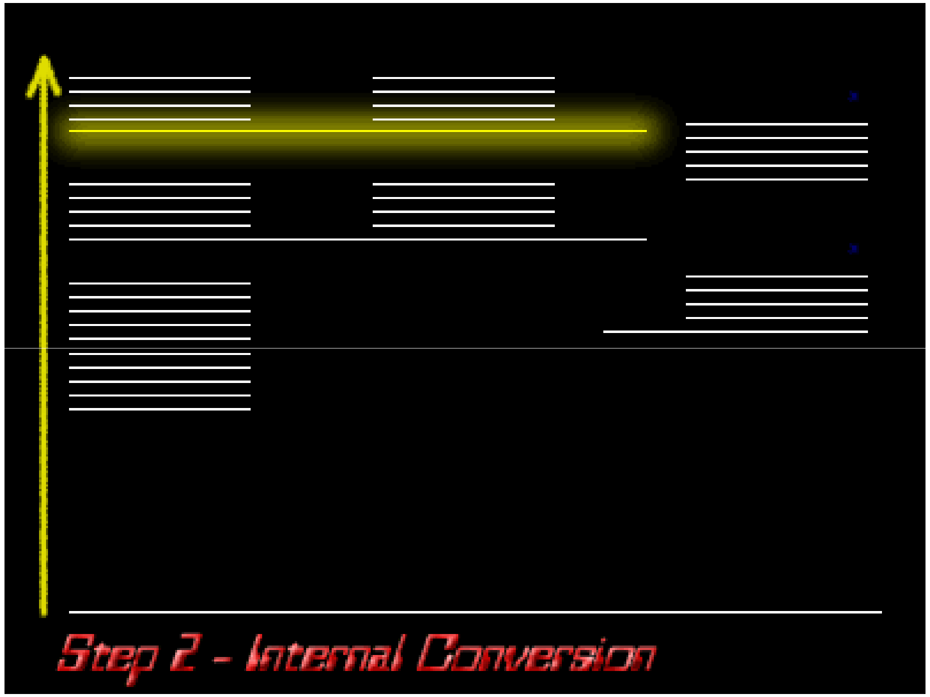



Inside a Fluorescent Lamp
Contact Pins
Glass Tube
Electrode
Inert Gas
Mercury
Internal Phosphor Coating
©2001 HowStuffWorks


CANADA DRY
TONIC WATER
CANADA DRY
TONIC WATER

fosforescência





fosforescência

Tempo de coerência: $\Delta t \sim 1/\Delta \nu$

Comprimento de coerência: $\Delta x = c\Delta t$

(distância ao longo da qual uma onda se pode considerar senoidal (fase constante)

Lasers $\rightarrow$ alguns metros $\leq$ Δx ~ 100.000 m ou até mais