



Instituto de Física - UFRJ
Física Moderna I
Professor Antônio Carlos F. dos Santos (toni@if.ufrj.br)

Bibliografia:

FÍSICA QUÂNTICA ROBERT EISBERG & RESNICK, Editora **Campus**

Programa:

Parte 1 (tópicos para a P1- aula 1 até aula 10)

- [1] Radiação Térmica e o Postulado de Planck (capítulo 1)
- [2] Fótons – Propriedades Corpusculares da Radiação (capítulo 2)
- [3] O Postulado de de Broglie – Propriedades Ondulatórias das Partículas (capítulo 3)
- [4] O modelo de Bohr para o átomo (capítulo 4)

Parte 2 (tópicos para a P2- aula 11 até aula 20)

- [5] A teoria de Schroedinger da Mecânica Quântica (capítulo 5)
- [6] Soluções da Equação de Schroedinger Independente do Tempo (capítulo 6)

Parte 3 (tópicos para a P3- aula 21 até aula 28)

- [7] Átomos de um Elétron (capítulo 7)

Avaliação:

3 provas (P_i , $i=1,2,3$) + listas em sala de aula (L_i), onde L_i é a média entre as 75% maiores notas daquele período correspondente, uma prova de segunda chamada (S) e um exame final (E). A cada prova será atribuída uma nota (N_i , $i=1,2,3$) onde $N_i = 0,7 * P_i + 0,3 * L_i$

Cálculo da Média (M) e grau final (G)

Presente às provas parciais:

$$M = (N_1 + N_2 + N_3)/3$$

Se $M < 3,0$, então reprovado com grau igual à M ($G=M$)

Se $M >$ ou igual a $7,0$, então aprovado com grau igual à M ($G=M$)

Se $7,0 > M >$ ou igual a $3,0$, então $G = (M + E)/2$;

Ausente em uma das provas

Fará o exame final obrigatoriamente. M será calculado como anteriormente, com E substituindo a nota da prova não realizada.

Se $M < 3,0$, então reprovado com grau igual à M ($G=M$)

Se $M >$ ou igual a $7,0$, então aprovado com grau igual à M ($G=M$)

Se $7,0 > M >$ ou igual a $3,0$, então realizará a segunda chamada e $G = (M + S)/2$;

Dicas para um bom aproveitamento desta disciplina:

Assiduidade, pontualidade e disciplina para trabalhar nos exercícios propostos!

Avaliação de aprendizagem - Aula 1 – Radiação Térmica

Nome: _____

“ No aprendizado das ciências, exemplos são mais úteis do que preceitos.” Isaac Newton

- 1- a radiância espectral de um irradiador de cavidade é máximo no comprimento de onda λ_0 . A temperatura do corpo é alterada de forma que a sua radiância espectral seja máxima em $\lambda_0/2$. Esta mudança de temperatura causa na intensidade radiante do corpo um crescimento pelo fator de:
a- 2 b-4 c-8 d-16
- 2- Um irradiador de cavidade tem o seu máximo de radiância espectral com o comprimento de onda de 28,98 μm , na região infravermelha do espectro. A temperatura do corpo é então aumentada de forma que a intensidade radiante do corpo seja dobrada. Qual é a nova temperatura
a- $(100)^{1/4}$ K b- $(200)^{1/4}$ K c- $(2100)^{1/4}$ K d- $(4100)^{1/4}$ K
- 3- Ainda sobre o problema anterior, em que comprimento de onda a radiância espectral tem o seu novo valor máximo?
a- $(28,98)^{1/4}$ μm b- $(29,98/2)^{1/4}$ μm c- $(1/2 \cdot 28,98)^{1/4}$ μm d- $(1/4 \cdot 28,98)^{1/4}$ μm
- 4- um corpo negro a temperatura T emite uma energia E em um certo intervalo de tempo. Quanto deve ser a nova temperatura do corpo negro para que emita o dobro da energia na metade do tempo?
- 5- Quando a frequência de pico de um corpo negro ideal é triplicada, o que acontece com a potencia irradiada?

Avaliação de aprendizagem - Aula 2 – A Teoria Clássica da Radiação de Cavidade

Nome: _____

- 1- Podemos, somente olhando, dizer quais são as estrelas mais quentes no céu
 - a- sim, as mais quentes são azuis, as mais frias vermelhas.
 - b- Sim, as mais quentes são vermelhas e as mais frias azuis
 - c- não podemos afirmar nada a respeito da temperatura das estrelas

- 2- Vega é uma estrela azul. Antares é uma estrela vermelha. Qual é mais quente?
 - a- Vega
 - b- Antares

- 3- Um letreiro em néon vermelho é tão quente quanto uma estrela vermelha?
 - a- sim
 - b- não

- 4- Qual seria mais provável de encontrado em um forno aquecido?
 - a- ondas de radio de 2 metros
 - b- ondas de radio de 2 milímetros
 - c- ambas
 - d- nenhuma das duas

- 5- Um corpo negro emite 400 J em uma hora a 500 K. Qual é a frequência de pico quando ele emite 25 J em uma hora?

Avaliação de aprendizagem - Aula 3 – A Teoria de Planck da Radiação de Cavidade

Nome: _____

- 1- qual destas afirmações é uma consequência da dedução da lei de Planck da radiação ?
- a- osciladores atômicos podem emitir e absorver energia apenas em valores discretos
 - b- osciladores atômicos podem emitir e absorver energia apenas em determinadas frequências
 - c- a e b
 - d- nem a nem b
- 2- Um feixe de luz amarela pode ser cortado ao meio, e cada metade permanece amarela. Pode um fóton no feixe amarelo ser cortado ao meio ? se positivo, será ainda amarelo ?
- a- pode ser cortado ao meio e sim, será amarelo
 - b- pode ser cortado ao meio, mas não será amarelo
 - c- não pode ser cortado ao meio, e mesmo se pudesse, não seria amarelo
 - d- não pode ser cortado ao meio, mas se pudesse seria amarelo
- 3-
- A radiação térmica emitida por estrelas pode ser modelada como semelhante à de um corpo negro. A radiância espectral do corpo negro é máxima para uma frequência ou comprimento de onda. A Lei de Wien estabelece uma relação entre esse comprimento de onda $\lambda_{\text{máx}}$ e a temperatura absoluta T do objeto, através de uma constante determinada, experimentalmente, como igual a $2,9 \times 10^{-3}$ m.K. Usando a Lei de Wien para a estrela Polar, com $\lambda_{\text{máx}} = 350$ nm, qual a temperatura absoluta dessa estrela, em milhares de kelvins?
- (A) 1,7
 - (B) 3,9
 - (C) 5,7
 - (D) 8,3
 - (E) 11,0

Avaliação de aprendizagem - Aula 4 – O Efeito Fotoelétrico

Nome: _____

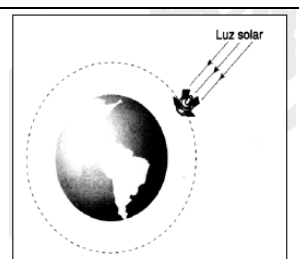
- 1- qual o efeito de se aumentar o comprimento de onda da luz que incide no emissor de um dispositivo de efeito fotoelétrico?
 - a- a função trabalho diminui
 - b- a frequência de corte diminui
 - c- o potencial de corte diminui
 - d- o tempo de atraso para a emissão de fotoelétrons aumenta
 - e- nenhuma das respostas anteriores

- 2- qual o efeito de se aumentar a intensidade da luz que incide no emissor de um dispositivo de efeito fotoelétrico?
 - a- a função trabalho diminui
 - b- a frequência de corte diminui
 - c- o potencial de corte diminui
 - d- o tempo de atraso para a emissão de fotoelétrons aumenta
 - e- nenhuma das respostas anteriores

- 3- Uma luz monocromática com frequência muito superior a frequência de corte incide sobre o emissor em um dispositivo de efeito fotoelétrico. A frequência desta luz é então dobrada enquanto a intensidade é mantida constante. Como isto afeta o potencial de corte?
 - a- o potencial de corte irá crescer
 - b- o potencial de corte irá decrescer
 - c- o potencial de corte permanecerá constante

- 4- ainda referente ao problema anterior. Como isto afeta a corrente fotoelétrica?
 - a- a corrente irá crescer
 - b- a corrente irá decrescer
 - c- a corrente permanecerá a mesma

- 5- Satélites artificiais orbitando a Terra podem ficar superficialmente eletrizados devido a efeito fotoelétrico. Supondo que a superfície do satélite seja recoberta com uma camada de metal, com função trabalho 5,32 eV, determine o maior comprimento de onda de um fóton capaz de provocar emissão fotoelétrica nesse metal.



6- Quais das seguintes substâncias, Ta(4,2), W (4,5), Ba (2,5), Li (2,3) (função trabalho, em eV, entre parênteses), podem ser usadas para confeccionar uma fotocélula para ser usada com luz visível? Os valores aproximados dos comprimentos de onda (em nm) no visível são apresentados na tabela abaixo ?

Violeta	Azul	Verde	Amarelo	Laranja	Vermelho
425	475	525	575	625	675

Solução: Apenas Ba e Li

Curiosidade:

Uma célula fotoelétrica, vulgarmente conhecida como olho elétrico, e constituída de uma fina camada de metal alcalino sobre a superfície interna de um pequeno tubo, onde foi produzido o vácuo. Quando há incidência de luz, os fotoelétrons saem da superfície do metal, sendo atraídos por um anodo, produzindo, desta forma, uma corrente elétrica. Este raio de luz, produzido, age como uma chave elétrica que fecha um circuito elétrico.

São exemplos de aplicação nas máquinas de calcular solares, em portas de elevadores, em aparatos de segurança, em lâmpadas dos postes de rua e etc.



Ao incidir em uma superfície metálica, a radiação eletromagnética pode produzir a emissão de elétrons. Esse fenômeno, conhecido como efeito fotoelétrico, foi explicado por Einstein, em 1905. A equação por ele proposta para esse efeito pode ser escrita como:

$$eV_F = h\nu - W$$

onde:

V_F = potencial de freamento

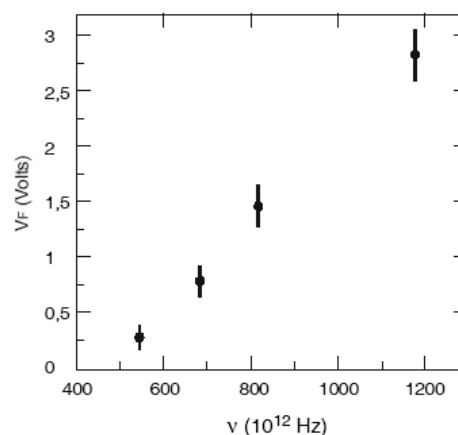
e = carga do elétron

h = constante de Planck

ν = frequência da radiação

W = função trabalho do metal.

A partir de uma experiência, obteve-se o valor do potencial de freamento, V_F , em função da frequência ν da radiação que incide sobre a superfície de um determinado metal, como representado no gráfico abaixo.



Dado:

$$h = 4,1 \times 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$$

A partir do gráfico, o valor de W , em eV, é

- (A) $1,0 \pm 0,1$
- (B) $2,1 \pm 0,2$
- (C) $3,5 \pm 0,1$
- (D) $4,8 \pm 0,5$
- (E) $6,0 \pm 1,0$

Hertz, no experimento em que evidenciou a existência das ondas eletromagnéticas, notou que a descarga elétrica no sensor era mais facilmente percebida quando este era iluminado com luz de frequência acima de um certo valor. A explicação de Einstein para este efeito, denominado fotoelétrico, considera que

- (A) o aumento da intensidade da luz implica um aumento do número de fótons de mesma energia que incide sobre o sensor.
- (B) o intervalo de tempo entre a chegada da luz ao sensor e a emissão dos elétrons é diferente de zero.
- (C) a luz se comporta como onda no momento em que ocorre o efeito.
- (D) a energia dos elétrons que saem do sensor depende diretamente da intensidade de luz incidente.
- (E) a energia do fóton incidente é igual à energia cinética do elétron atingido.

Quando a luz incide sobre uma fotocélula ocorre o evento conhecido como efeito fotoelétrico. Nesse evento,

- a) o quantum de energia de um fóton da luz incidente é diretamente proporcional a sua intensidade.
- b) os elétrons arrancados do metal saem todos com a mesma energia cinética.
- c) a quantidade de elétrons emitidos por unidade de tempo depende do quantum de energia da luz incidente.
- d) a quantidade de elétrons emitidos por unidade de tempo depende da frequência da luz incidente.
- e) é necessária uma energia mínima dos fótons da luz incidente para arrancar os elétrons do metal.

Avaliação de aprendizagem - Aula 5 – O Efeito Compton

Nome: _____

- 1- O espalhamento Compton descreve a colisão entre um fóton e um elétron. Qual das respostas a seguir é falsa?
 - a- o espalhamento Compton conserva a quantidade de movimento
 - b- o espalhamento Compton é elástico
 - c- o espalhamento Compton é uma prova da natureza de partículas de luz

- 2- Como o deslocamento máximo Compton $\Delta\lambda$ depende do comprimento de onda incidente λ ?
 - a- $\Delta\lambda \propto \lambda^2$
 - b- $\Delta\lambda \propto \lambda$
 - c- $\Delta\lambda$ é independente de λ
 - d- $\Delta\lambda \propto \lambda^{-1}$

- 3- o comprimento de onda de um fóton λ é introduzido em um gás de elétrons. Qual o menor número de colisões que resultariam na absorção completa do fóton pelo gás?
 - a- $\approx \lambda mc/2h$
 - b- $\approx \lambda mc/h$
 - c- $\approx 2\lambda mc/h$
 - d- $\approx \lambda mc^2/h$

- 4- Um fóton A tem duas vezes mais energia que o fóton B. Qual a razão entre os momentos de A e B?
 - a- 4:1
 - b- 2:1
 - c- 1:1
 - d- 1:2

Avaliação de aprendizagem - Aula 6 – Fótons, produção de raios -x, criação de pares, absorção de fótons

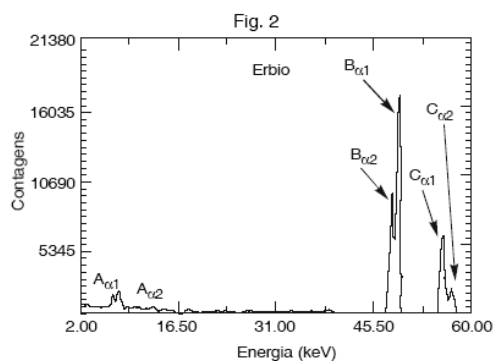
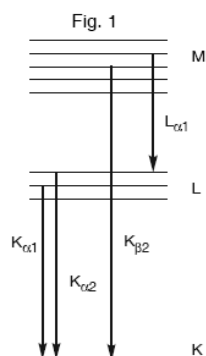
Nome: _____

- 1- Qual é o menor comprimento de onda de bremsstrahlung observado quando um elétron acelerado por uma diferença de potencial de 40 kV é parado repentinamente no anodo de um tubo de raios-x? determine a região do espectro eletromagnético no qual este comprimento de onda pertence.

- 2- Um fóton de 2,9 MeV, atravessando chumbo, cria um par positron elétron. As partículas têm energias cinéticas iguais. Encontre a) o momentum ; b) a energia; c) a velocidade de cada partícula. Despreza a energia de recuo do átomo de chumbo.

- 3- a espessura necessária para um absorvedor reduzir a intensidade de um feixe de raios-x a metade é $x_{1/2}$. mostre que $x_{1/2} = \ln 2 / \Sigma$.

Uma das formas de estudar a composição de elementos numa amostra de material desconhecido é através de sua emissão de raios - X. Num determinado arranjo experimental, uma fonte de amerício é utilizada para bombardear a amostra com raios - γ de 5,6 MeV. Um fóton de raios - γ , ao colidir com um elétron de uma camada interna de um átomo, o faz ser ejetado, deixando uma vacância na camada. Então um elétron de uma camada mais externa pode decair para a camada com a vacância, emitindo uma linha característica de raios - X. As linhas emitidas são representadas por uma letra maiúscula, indicando o número quântico principal n da camada para a qual houve a transição (K: $n = 1$; L: $n = 2$; M: $n = 3$; ...), com um índice que indica o sub-nível para o qual o elétron decaiu, conforme exemplificado na Fig. 1. O espectro do elemento érbio, obtido dessa forma, está representado na Fig. 2.



Em todas as linhas são observados dois picos, embora não bem distinguíveis nas linhas **A**.

- Determine a massa m_0 e o momento p dos raios - γ incidentes. (valor: 3,0 pontos)
- Reproduza na folha de prova o esquema de níveis representado na Fig. 1, indicando a que transições devem corresponder as linhas $A_{\alpha 1}$, $A_{\alpha 2}$, $B_{\alpha 1}$, $B_{\alpha 2}$, $C_{\alpha 1}$ e $C_{\alpha 2}$. (valor: 3,0 pontos)
- Quais são os valores do número quântico j , correspondente ao momento angular total, nos cinco sub - níveis da camada **M** indicada na Fig. 1? (valor: 4,0 pontos)

Dados:

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}; \quad E = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4}; \quad E = \hbar \omega; \quad \vec{p} = \hbar \vec{k}$$

$$1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}; \quad (m_0 c^2)_{\text{elétron}} \approx 0,5 \text{ MeV}$$

Avaliação de aprendizagem - Aula 7 – O postulado de de Boglie e o Princípio da Incerteza

Nome: _____

- 1- se as partículas listadas abaixo têm a mesma energia cinética, qual delas tem o menor comprimento de onda ?
 - a- elétron
 - b- partículas alfa
 - c- neutron
 - d- próton

- 2- se as partículas listadas abaixo tem todas o mesmo comprimento de onda de De Boglie, qual delas tem a maior energia cinética?
 - a- elétron
 - b- partículas alfa
 - c- neutron
 - d- próton

- 3- Para uma partícula relativística, a sua energia total é dada por $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$. Em mecânica quântica, a relação entre a energia da partícula e a frequência da onda associada é dada por $E = h\nu = \hbar\omega$ e o momentum dado por $p = h/\lambda = \hbar k$. A partir destas relações, encontre a relação de dispersão, ou seja, como ω depende de k . Encontre também as velocidades de fase e de grupo para esta partícula. Discuta os limites para k muito grande e para k muito pequeno.

- 4- O princípio da incerteza de Heisenberg é aplicável ao caso prático em que se usa um termômetro para medir a temperatura de um copo com água?
 - a- sim, porque o ato de medir sempre altera o estado do sistema.
 - b- não, embora a temperatura da água seja alterada pelo ato de medi-la com um termômetro, as incertezas relacionadas à precisão do termômetro estão inteiramente dentro do domínio da física clássica. O papel das incertezas quânticas não se aplica neste caso
 - c- depende das temperaturas do copo com água e do termômetro

- 5- A posição de um elétron é determinada com uma incerteza de 0,1 Å . Encontre a incerteza no seu momentum. Se a energia do elétron é 1 keV, estime a incerteza na sua energia.

Avaliação de aprendizagem - Aula 8 – O Espalhamento de Rutherford

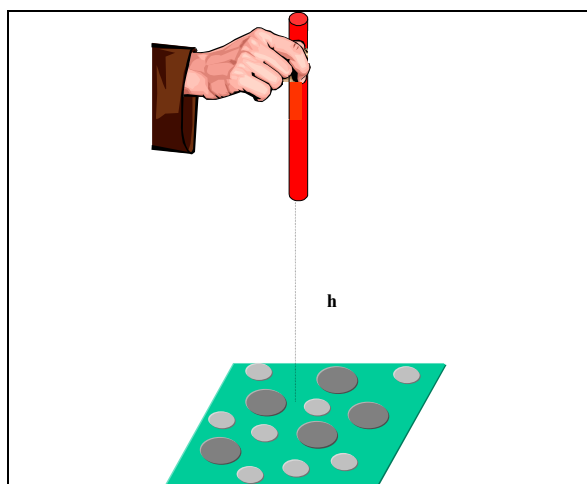
Nome: _____

Referência: A C F Santos and A. Frohlich ,Collison cross sections and the size of a coin , *Phys. Educ.* 38 336-339, 2003

o procedimento para o cálculo da seção de choque, ou área efetiva, de uma moeda numa colisão com um projétil (lápiz ou caneta) é:

1. Prenda a folha de papel ao chão usando um fita adesiva.
2. Meça a área da folha de papel.
3. Espalhe uniformemente algumas moedas alvo sobre a folha de papel.
4. Determine o número de partículas alvo por unidade de área ρ , ou seja, o número de moedas dividido pela área do papel.
5. Deixe o projétil cair de uma altura h sobre a folha de papel por I_o vezes, conforme mostrado na figura. Note que h deve ser suficientemente alta de modo que estatisticamente o projétil possa interagir com todas as moedas alvo.
6. Faça 100 lançamentos e meça o número de colisões I_s do projétil com qualquer moeda alvo . Não considere os lançamentos que caem fora do papel. Faça uma tabela com I_s em função da densidade ρ .
7. Repita os itens 3 a 6 até que a sua tabela tenha um mínimo de 4 ou 5 linhas.
8. De modo a determinar a interação do projétil com as partículas alvo, utilize as equações básicas apresentadas acima. Divida I_s por I_o e faça um gráfico de I_s / I_o em função de ρ .

Este é o chamado *método do crescimento* para a determinação das seções de choque.

	<p>A seção de choque , σ, é então definida como</p> $\sigma = \frac{I_s}{\rho \times I_o} .$
---	--

Avaliação de aprendizagem - Aula 9 – O Átomo de Bohr

Nome: _____

1- calcule a razão entre as forças elétrica e gravitacional entre um próton e um elétron. Isto justifica o fato de desprezarmos a atração gravitacional entre ambos no modelo de Bohr?

2- Suponha que o átomo de hidrogênio fosse mantido somente pela força gravitacional.

Qual seria o raio deste átomo no seu estado fundamental?

Dados : $\hbar = 6,626 \times 10^{-34}$ J.s; $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N. m²/kg²; $m_{e^-} = 9,1 \times 10^{-31}$ kg; $m_{p^+} = 1,67 \times 10^{-27}$ kg.

Sobre o Modelo Atômico de Bohr, são feitas as seguintes afirmações:

- I - o átomo é composto de um núcleo e de uma eletrosfera;
- II - o momento angular orbital do elétron é um múltiplo inteiro de $h/2\pi$, onde h é a Constante de Planck;
- III - a frequência da radiação eletromagnética emitida pelo átomo varia continuamente entre os dois valores correspondentes às órbitas de maior e menor energia.

Para Bohr, é verdadeiro **SOMENTE** o que se afirma em

- (A) I
- (B) II
- (C) III
- (D) I e II
- (E) II e III

Avaliação de aprendizagem - Aula 10 – Interpretação das regras de quantização

Nome: _____

- 1- Aplique a regra de quantização de Wilson-Sommerfeld para uma partícula de massa m movendo sob a influencia de um potencial dado por $V(x) = (V_0/a)x$ para $0 < x < a$ e $V(x) = V_0$ para $x > a$. para determinar as energias permitidas para $E < V_0$.
Resposta: $E = [3nhV_0/4a(2m)^{1/2}]^{2/3}$

Avaliação de aprendizagem - Aula 11 – A teoria de Schroedinger da Mecânica Quântica

Nome: _____

- 1- Dados os números complexos , $z_1 = 2 + i$ e $z_2 = -2 + i$, calcule:
 - a- $|z_1|$
 - b- $|z_2|$
 - c- $z_1 + z_2$
 - d- z_1^*
 - e- z_2^*
 - f- $\text{Re}(z_1)$
 - g- $\text{Im}(z_1)$
 - h- Mostre que $1/i = -i$
- 2- A função $\varphi(x,t) = 2i\exp[i(2x-t)]$ representa a função de onda para um dado sistema, onde x é expresso em metros e t em segundos
 - a- Calcule $|\varphi(x,t)|$

 - b- qual comprimento de onda associado a esta função?

 - c- Qual a frequência ω associada a esta função?
- 3- Mostre que se ψ_1 e ψ_2 são soluções da equação de Schroedinger, então uma combinação linear $\psi = a\psi_1 + b\psi_2$ também é solução

Avaliação de aprendizagem - Aula 12 – A interpretação de Born para a Função de Onda
Nome: _____

- 1- Considere a seguinte distribuição proveniente de uma série de medidas da posição de uma partícula:

Posição x (nm)	Número de medidas
1	1
2	0
3	6
4	5
5	7
6	4
7	1
8	0
9	1

a) Calcule $\langle x \rangle$

b) Calcule $\langle x^2 \rangle$

c) Calcule $\langle x \rangle^2$

d) Calcule a variância σ^2 e o desvio padrão:

- 2- Verdadeiro ou falso?

- a- A densidade de probabilidade não pode nunca ser negativa
- b- A função de estado ψ não pode nunca ser negativa
- c- Se $z = z^*$ (complexo conjugado), então z deve ser um número real.
- d- A função de onda ψ deve ser uma função real

e- $\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi dx = 1$

Avaliação de aprendizagem - Aula 13 – Valores Esperados

Nome: _____

1– calcule $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$, e Δx , assim como $\langle p \rangle$, $\langle p^2 \rangle$, e Δp para o sistema descrito pela função de onda normalizada $\psi(x) = Ae^{-x^2}$. Calcule também $\Delta x \Delta p$.

Avaliação de aprendizagem - Aula 14 – A Equação de Schroedinger Independente do Tempo

Nome: _____

- 1- Considere uma partícula em um estado tal que uma medida de sua energia total pode dar qualquer um entre os dois resultados, o autovalor E_1 ou o autovalor E_2 . A função de onda que descreve a partícula é $\psi(x,t) = c_1\varphi(x)\exp(-iE_1t/\hbar) + c_2\varphi(x)\exp(-iE_2t/\hbar)$. Um exemplo seria um elétron que estivesse no processo de transição de um estado excitado para o estado fundamental do átomo. Mostre que, neste caso, a função densidade de probabilidade é uma função oscilatória do tempo, e calcule a frequência de sua oscilação.

Avaliação de aprendizagem - Aula 15 – Soluções da Equação de Schroedinger. O potencial nulo

Nome: _____

1- Escreva o complexo conjugado da equação de Schroedinger para a partícula livre.

2- Lembrando que a densidade de probabilidade é expressa como $P(x,t) = |\psi(x,t)|^2 = \psi^*(x,t)\psi(x,t)$, mostre que

$$\frac{\partial P(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\hbar}{2im} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \psi \right) \right]$$

3- Definindo o fluxo (ou equivalentemente, a corrente de probabilidade) por

$$j(x,t) = \frac{\hbar}{2im} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \psi \right), \text{ mostre que } \frac{\partial P(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} j(x,t) = 0, \text{ ou seja,}$$

obtemos uma equação de conservação (continuidade) que expressa o fato que uma mudança na densidade na região x é compensada por um fluxo líquido para aquela região.

Avaliação de aprendizagem - Aula 16 – O Potencial Degrau $E < V_0$

Nome: _____

- 1- Podemos evitar o problema da normalização de uma onda plana do tipo $\psi(x) = A \exp(ikx)$

utilizando a corrente de probabilidade ou fluxo $j(x, t) = \frac{\hbar}{2im} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \psi \right)$.

Calcule o fluxo para a onda plana acima. $|A|^2$ representa a densidade de partículas por cm.

Avaliação de aprendizagem - Aula 20 – O Poço de Potencial Infinito

Nome: _____

- 1- Qual o sistema quântico no qual o espaçamento entre níveis de energia, ΔE , permanece constante com o aumento de E ?
 - a- átomo de hidrogênio
 - b- oscilador harmônico
 - c- poço de potencial infinito

- 2- Qual o sistema quântico no qual o espaçamento entre níveis de energia, ΔE , aumenta com o aumento de E ?
 - a- átomo de hidrogênio
 - b- oscilador harmônico
 - c- poço de potencial infinito

- 3- Qual o sistema quântico no qual o espaçamento entre níveis de energia, ΔE , diminui com o aumento de E ?
 - a- átomo de hidrogênio
 - b- oscilador harmônico
 - c- poço de potencial infinito

- 4- Para o poço de potencial infinito e para o oscilador harmônico, não há energias no contínuo, mas para o átomo de hidrogênio temos estados no contínuo. Explique este fato em termos da natureza da função energia potencial para cada um destes sistemas

- 5- Mostre que a fração diferença de energia $\Delta E/E$ entre quaisquer dois níveis de energia adjacentes de uma partícula em uma caixa é dado por $(2n+1)/n^2$. Discuta o limite n tendendo ao infinito.

- 6- Verdadeiro (V) ou falso (F) ?
- a- O estado fundamental de uma partícula em uma caixa possui número quântico $n = 0$.
 - b- As funções de onda de estado estacionário de uma partícula confinada em uma caixa são descontínuas em certos pontos
 - c- A primeira derivada dos estados estacionários de uma partícula em uma caixa é descontínua em certos pontos.
 - d- A densidade de probabilidade para uma partícula em uma caixa é máxima no centro da caixa.
 - e- Para o estado estacionário $n=2$ de uma partícula confinada em uma caixa, a probabilidade de encontrar a partícula no quarto à esquerda é igual a probabilidade de encontrar a partícula no quarto à direita.
 - f- Para $n=1$, o estado estacionário de uma partícula em um caixa a probabilidade de encontrar a partícula no terço à esquerda é igual a probabilidade de encontrá-la no terço do meio da caixa.

Avaliação de aprendizagem - Aula 21 – Átomos de um elétron I

Nome: _____

- 1- A partir da expressão para a componente z do momentum angular em coordenadas cartesianas $L_z = x p_y - y p_x$, mostre que em coordenadas esféricas L_z é dado por $L_z = -i\hbar d/d\phi$
Dica: utilize $\partial/\partial\phi = (\partial x/\partial\phi)\partial/\partial x + (\partial y/\partial\phi)\partial/\partial y + (\partial z/\partial\phi)\partial/\partial z$

- 2- Mostre também que as autofunções de L_z , $\Phi(\phi)$, e autovalores, λ , $\{L_z\Phi(\phi) = \lambda\Phi(\phi)\}$ são, respectivamente, $\Phi(\phi) = A \exp(im\phi)$ e $\lambda = m\hbar$

Avaliação de aprendizagem - Aula 23 – átomos de um elétron III

Nome: _____

1- Podemos calcular a autofunção $Y_{lm}(\theta, \phi)$ do operador L^2 usando a expressão $Y_{lm}(\theta, \phi) = \varepsilon \times N_{lm} \times P_l^m(\cos\theta) \times e^{im\phi}$, onde $N_{lm} = \sqrt{\frac{(2l+1)(l-|m|)!}{4\pi(l+|m|)!}}$, é a constante de normalização,

$\varepsilon = \begin{cases} (-1)^m \rightarrow m \geq 0 \\ 1 \rightarrow m \leq 0 \end{cases}$ e $P_l^m(x)$ é a função de Legendre Associada, definida por

$P_l^m(x) = (1-x^2)^{|m|/2} \left(\frac{d}{dx}\right)^{|m|} P_l(x)$ e $P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \left(\frac{d}{dx}\right)^l (x^2-1)^l$ são os polinômios de Legendre.

Calcule Y_{lm} para $l = 0$ e 1 .

Avaliação de aprendizagem - Aula 24 – a solução radial

Nome: _____

- 1- A função de onda radial normalizada para o estado 2p do átomo de hidrogênio é $R_{2p}(r) = (1/24a^5)^{1/2} \exp(-r/2a)$. Depois de fazermos a média das variáveis angulares, a função de probabilidade radial torna-se $P(r)dr = (R_{2p})^2 r^2 dr$. Em que valor de r a função $P(r)$ é um máximo para o estado 2p? Compare seus resultados com o raio do estado $n=2$ no modelo de Bohr.

Avaliação de aprendizagem - Aula 25– autovalores, números quânticos e degenerescência

Nome: _____

- 1- Qual é a menor energia possível (em eV) de um elétron no átomo de hidrogênio se o seu momentum angular orbital é $(12)^{1/2}\hbar$?

- 2- Mostre todos os estados diferentes de um elétron no átomo de hidrogênio na camada N.

Avaliação de aprendizagem - Aula 26 – momentum angular orbital

Nome: _____

- 1- Quando conhecemos L_z , não podemos determinar nem L_x , nem L_y com precisão. Apesar disso, podemos determinar com precisão o valor da grandeza $(L_x^2 + L_y^2)^{1/2}$. Escreva uma expressão para essa grandeza em termos de l , m_l e \hbar . Qual o significado de $(L_x^2 + L_y^2)^{1/2}$? Para um estado com momentum angular orbital diferente de zero, determine o valor máximo e o valor mínimo da grandeza $(L_x^2 + L_y^2)^{1/2}$.

A ionosfera é uma camada de gás ionizado localizada a uma altitude em torno de 100 km. A relação de dispersão $\omega = f(k)$ para a ionosfera está representada no gráfico da figura 1. Quando $k = 0$, tem-se $\omega = \omega_p$, onde a frequência de plasma ω_p é proporcional à raiz quadrada da densidade eletrônica da ionosfera. Considere uma onda eletromagnética emitida verticalmente da superfície da Terra para a ionosfera como esquematizado na figura 2.

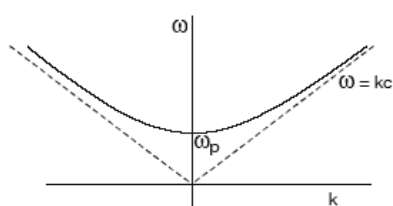


figura 1

$$v_f = \frac{\omega}{k} \quad v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

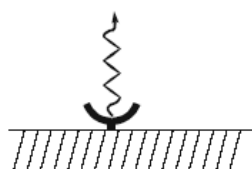
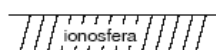


figura 2

Representando a velocidade de fase por V_f , a velocidade de grupo por V_g , a velocidade da luz por c , e sabendo que V_g é a velocidade com a qual a onda eletromagnética propaga energia, pode-se afirmar que

- (A) a onda só atravessará a ionosfera se $\omega > \omega_p$; no entanto dentro da ionosfera $V_f > c$ e $V_g < c$.
- (B) a onda sempre atravessará a ionosfera e tanto $V_f < c$ como $V_g < c$.
- (C) parte da onda sempre atravessará a ionosfera e parte sempre será refletida; a parte que atravessar terá V_f menor do que a da parte refletida.
- (D) a onda só atravessará a ionosfera se $\omega < \omega_p$; V_f será real enquanto V_g será imaginária.
- (E) a onda só atravessará a ionosfera quando $\omega < \omega_p$ se sua direção de propagação não for vertical, mas fizer um ângulo θ com a normal à ionosfera.

Um sólido cristalino pode ser descrito, de uma maneira simplificada, por um conjunto de partículas independentes, vibrando todas com a mesma frequência angular ω , em torno de suas posições de equilíbrio, como osciladores harmônicos, em cada uma das direções. Embora o tratamento do sistema em um espaço tridimensional não acarrete maiores complicações, nos restringiremos aqui a uma abordagem do problema unidimensional. Para temperaturas muito baixas, a maioria dos átomos se encontra na posição de equilíbrio, no estado de menor energia $\psi_0(x)$, com energia $E_0 = \hbar\omega/2$. À medida que a temperatura aumenta, vibrações harmônicas surgem, de tal forma que as partículas passam a ocupar estados excitados $\psi_n(x)$ com energia $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$. Considere uma partícula deslocada de sua posição de equilíbrio com $x = [\hbar/(m\omega)]^{1/2}$, onde m representa a massa da partícula.

Fórmulas relevantes:

$$\psi_0(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} \exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2\right)$$

$$\psi_1(x) = \sqrt{2}\left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} \left[\exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2\right)\right] \left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)^{1/2} x$$

Pode-se afirmar que a probabilidade de que esta partícula se encontre no

- (A) estado fundamental é zero.
- (B) primeiro estado excitado é um.
- (C) estado fundamental é diferente de zero, sendo duas vezes menor do que a probabilidade de que a mesma se encontre no primeiro estado excitado.
- (D) estado fundamental é diferente de zero, sendo duas vezes maior do que a probabilidade de que a mesma se encontre no primeiro estado excitado.
- (E) estado fundamental é diferente de zero, sendo igual à probabilidade de que a mesma se encontre no primeiro estado excitado.