Instituto de Física
UFRJ

Consórcio cederj
Fundação CECIERJ

1º Q	
2º Q	
3º Q	
4º Q	
Nota	

2ª Avaliação Presencial de Física 3A - AP2 - Soluções

Segundo Semestre de 2010

Pólo : _____ Data: _____

Nome : _____

Assinatura : _____

Problema 1 Considere um carga punitiforme de valor igual a q colocada na origem de um sistema de coordenadas cartesianas.

(a) Escreva o potencial da carga puntiforme em coordenadas cartesianas.

(b) Calcule as componentes cartesianas do campo elétrico associado com este potencial.

(c) Faça um esboço das superfícies equipotenciais e das linhas de força.

SOLUÇÃO 1:

(a)

$$V(x,y,z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\ \sqrt{x^2+y^2+z^2}}.$$

(b)

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{q\,x}{4\pi\epsilon_0\ \left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}};$$

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{q\,y}{4\pi\epsilon_0\ \left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}};$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{q\,z}{4\pi\epsilon_0\ \left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}};$$

(c) A Figura 1 representa um esboço das superfícies equipotenciais e das linhas de força.

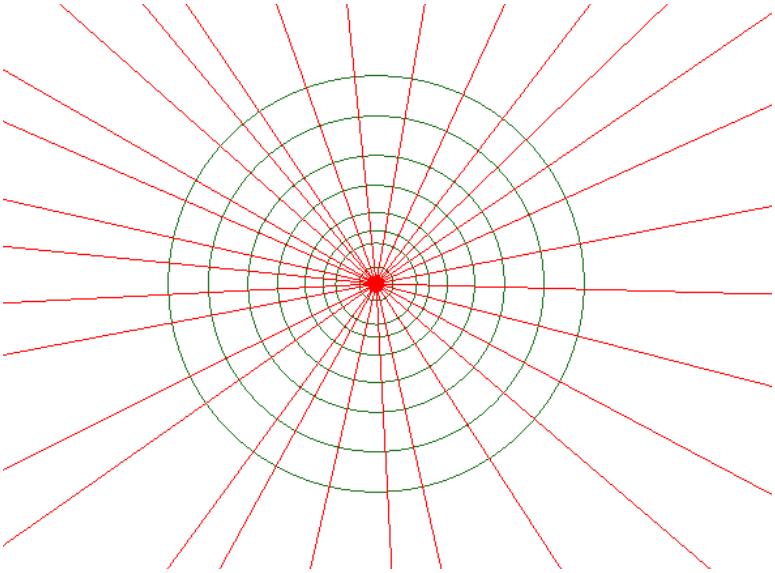


Figura 1: Os círculos concêntricos representam as superfícies equipotenciais. Em três dimensões essas superfícies são esferas concêntricas. As semirretas representan as linhas de força e são perpendiculares às superfícies equipotenciais.

Problema 2 Considere uma carga puntiforme q colocada no vértice de um cone reto de abertura angular $2\theta_0$, veja a Figura 2.

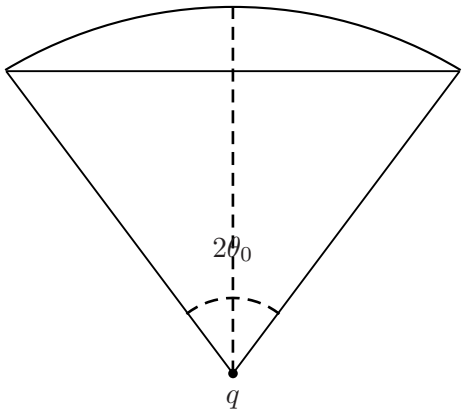


Figura 2: Cone reto.

(a) Calcule o fluxo do campo elétrico gerado pela carga puntiforme através da superfície lateral do cone.

(b) Calcule o fluxo do campo elétrico gerado pela carga puntiforme através do disco que forma a base do cone.

(c) Calcule o fluxo total para $\theta_0 = \pi/2$, e $\theta_0 = \pi$. Interprete o resultado.

SOLUÇÃO 2:

(a) O fluxo do campo elétrico através da superfície lateral do cone é nulo.

(b) Como o fluxo através da base do cone é igual ao fluxo através da calota polar

$$\Phi = \int\limits_{\text{base do cone}} \mathbf{E}\cdot\hat{\mathbf{n}}\,da = \int\limits_{\text{calota polar}} \mathbf{E}\cdot\hat{\mathbf{n}}\,da = \int\limits_{\text{calota polar}} \frac{q}{4\pi\epsilon_0\ r^2}\,\hat{\mathbf{e}}_r\cdot\hat{\mathbf{n}}\,da.$$

Sobre a superfície da calota polar $\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{e}}_r$, logo $\hat{\mathbf{e}}_r\cdot\hat{\mathbf{n}} = 1$. Por outro lado, $da = r^2\,\text{sen}\,\theta\,d\theta\,d\varphi$, logo:

$$\Phi\left(\theta_0\right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\int_0^{2\pi}\int_0^{\theta_0}\text{sen}\,\theta\,d\theta\,d\varphi = \frac{q}{2\epsilon_0}\,\left(1-\cos\,\theta_0\right).$$

(c)

$$\Phi\left(\theta_0 = \pi/2\right) = \frac{q}{2\epsilon_0},$$

que corresponde ao fluxo através de uma hemisfera. Para a esfera completa:

$$\Phi\left(\theta_0 = \pi\right) = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Problema 3 Considere um plano uniformemente carregado com uma densidade superficial de carga uniforme σ. Um furo circular de raio R é feito no plano. Calcule o campo elétrico sobre o eixo perpendicular ao plano e que passa pelo centro geométrico do furo.

SOLUÇÃO 3: Pelo princípio da superposição, podemos escrever:

$$\mathbf{E}_{\text{plano}} = \mathbf{E}_{\text{plano c/ furo}} + \mathbf{E}_{\text{disco}},$$

logo,

$$\mathbf{E}_{\text{plano c/ furo}} = \mathbf{E}_{\text{plano}} - \mathbf{E}_{\text{disco}}.$$

O campo de uma distribuição planar de carga é dado por (lei de Gauss):

$$\mathbf{E}_{\text{plano}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\,\hat{\mathbf{n}}.$$

Como o campo do disco para $z > 0$ é dado por:

$$\mathbf{E}_{\text{disco}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\,\left[1 - \frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right],$$

segue que:

$$\mathbf{E}_{\text{plano c/ furo}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\,\frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}.$$

Problema 4 Três cargas puntiformes idênticas de mesmo valor q são afixadas nos vértices de um quadrado de lado ℓ. Uma quarta carga puntiforme de valor Q é trazida do infinito por um agente externo e afixada no vértice vacante do quadrado.

(a) Calcule o trabalho realizado pelo agente externo para trazer o a quarta carga do infinito até o vértice vazio do quadrado.

(b) Uma vez ocupados todos os vértices do quadrado, calcule a energia eletrostática do sistema.

SOLUÇÃO 4:

(a)

$$W = QV = Q\left(2 \times \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{2}\,a}\right) = \frac{2Qq}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{2}\,a}.$$

(b)

$$U = \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{2Qq}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{2Qq}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{2}\,a}.$$